

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИКИ В ГЕОДЕЗИИ

Сакаева Д.Д., danasakayeva-90@mail.ru

Семипалатинский государственный педагогический институт,
Семей Научный руководитель - О. Жолымбаев

Именно математика дает точным естественным наукам определенную меру уверенности в выводах, достичь которой без математики они не могут.

Альберт Эйнштейн

Геодезия – одна из древнейших наук («geodesy» греч. в переводе на русский язык означает «землеразделение»). Геодезия - область отношений, возникающих в процессе научной, технической и производственной деятельности по определению фигуры, размеров и внешнего гравитационного поля Земли, координат и высот точек земной поверхности и их изменений во времени, проводимой в целях составления карт и планов, а также для обеспечения решения различных инженерных задач на земной поверхности [1]. А с другой стороны - это отрасль прикладной математики, тесно связанная с геометрией, математическим анализом, классической теории потенциала, математической статистикой, и вычислительной математикой. Изначально в геодезии все берется из математики [2]. Геодезия и геометрия долго взаимно дополняли и развивали друг друга. Развитию и совершенствованию методов геодезических работ способствовали научные достижения в области математики, физики, инструментальной техники. Открытие Ньютоном закона всемирного тяготения привело к выводу, что Земля, хоть и имеет шарообразный вид, но сплюснута вдоль оси вращения и приближается к фигуре, называемой эллипсоидом вращения, или сфероидом [3]. Топографические карты необходимы для государственного планирования и размещения производственных сил, на проектирование инженерных сооружений, при разведке и эксплуатации природных богатств, градостроительстве, организации сельскохозяйственного производства, при выполнении мелиоративных работ, землеустройстве, лесоустройстве и т.д. Геодезические измерения обеспечивают соблюдения геометрических форм и элементов проекта сооружения как в отношении его расположения на местности, так и в отношении внешней и внутренней конфигурации. Даже после окончания строительства производятся специальные геодезические измерения, имеющие целью проверку устойчивости сооружения и выявления возможных деформаций во времени под действием различных сил и причин [4, 5, 6]. Основной метод измерений, который используется в геодезии, называется триангуляционным. Этот термин произошёл от латинского слова «триангумом», что означает «треугольник». В основе этого метода лежат знания о треугольнике, которые мы с вами уже изучили, и сегодня будем закреплять и применять. В геометрии рассматриваются две типичные геодезические задачи: определение высоты объекта и определение расстояния до недоступной точки (рисунки 1-5). Решение этих задач основано на использовании теоремы синусов, теоремы косинусов, теоремы о сумме треугольника, следствие из теоремы синусов (в треугольнике против большего угла лежит большая сторона, против большей стороны лежит больший угол) [3].

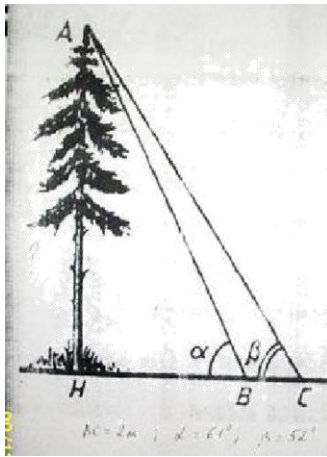


Рисунок 1

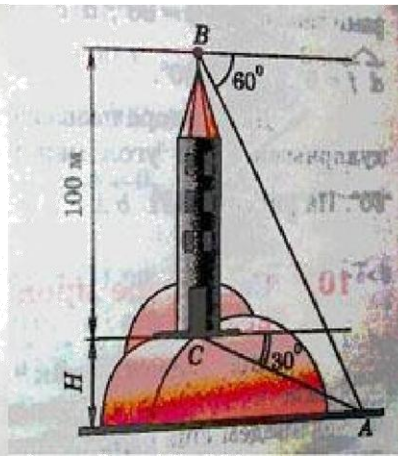


Рисунок 2



Рисунок 3

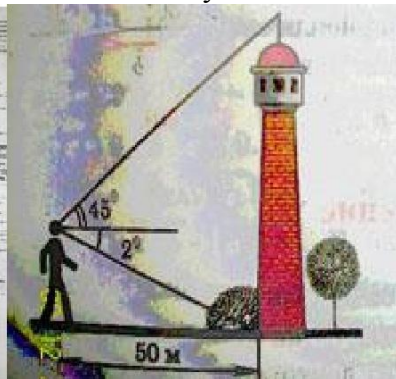
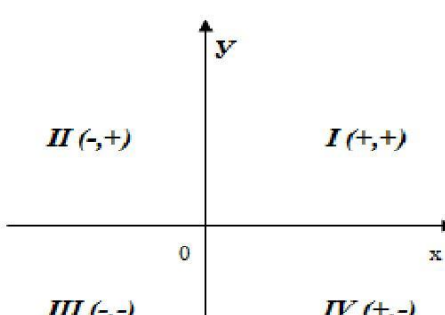
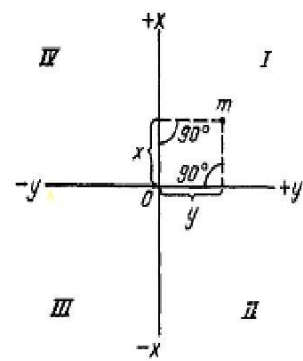
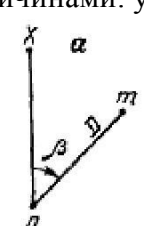


Рисунок 4



Рисунок 5

Основные различия и соответствия между математикой и геодезией.

Математика	Геодезия
<p>В математике принята левая система прямоугольных координат с нумерацией четвертей против хода часовой стрелки.</p>  <p>Рис. 2</p>	<p>В геодезии принята правая система прямоугольных координат с нумерацией четвертей по ходу часовой стрелки.</p> 
<p>Полярная система координат. Здесь r называется длиной радиус-вектора, а φ – полярным углом. Если совместить полюс с началом декартовой системы координат, а полярную ось с положительным направлением оси абсцисс, то каждая точка плоскости M имеет две различные координаты: в декартовой системе координат Oxy – $M(x; y)$ и в полярной системе</p>	<p>Положение точки m относительно полюса O и полярной оси Ox определяется двумя величинами: углом β и расстоянием D.</p> 

координат – $M(r ; \varphi)$. Тогда зависимость

между этими координатами точки M осуществляется по формуле
$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases}$$

Отсюда можно вывести и обратную зависимость:

$$\begin{cases} r^2 = x^2 + y^2 \\ \tan \varphi = \frac{y}{x} \end{cases}$$

Определение неприступных расстояний.

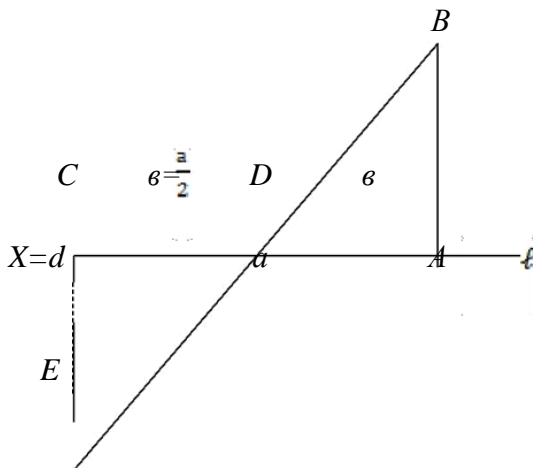
Фалес, древнегреческий ученый, стоя на побережье, определил на каком расстоянии остановился корабль.

1. На побережье через точку A проходит прямая ℓ , которая перпендикулярна прямой линии AB . $AB \perp \ell$.

2. Измеряя отрезок $AC = a$ откладываем его.

3. Построим середину отрезка AC точку D . На прямой ℓ от точки C проведем

перпендикулярную прямую и она пересекается с продолжением прямой DB в точке E . Тогда $X = AB = CE = d$ [8].



Для определения длины такой линии на одном из ее концов, в месте, удобном для линейных и угловых измерений, выбирают две вспомогательные линии b_1, b_2 , называемые базисами. В каждом из двух полученных треугольников измеряют базисы и по два прилежащих к ним угла $\beta_1, \beta_5, \beta_{11}$ и β_5 . Неприступное расстояние S

вычисляют дважды по теореме синусов

$$S = \frac{b_1 \sin \beta_2}{\sin \beta_5}, S = \frac{b_2 \sin \beta_{11}}{\sin \beta_5}$$

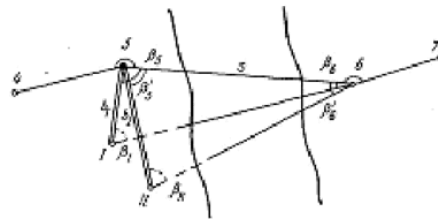
Углы β при точке b вычисляют как дополнение до 180° суммы измеренных углов в каждом треугольнике.

Если расхождение между двумя вычисленными по формулам значениями S не более $\frac{1}{1000}$ (или $\frac{1}{2000}, \frac{1}{3000}$), то за

окончательное значение принимают среднее из этих величин. При выборе базисов следует соблюдать требования:

углы лежащие в треугольниках против базисов, должны быть не менее 20° ;

углы в треугольниках при базисах должны быть не менее 40° [7].



Чтобы изобразить объемный предмет на плоском чертеже, применяют метод проекций. К простейшим проекциям относятся центральная и ортогональная проекции.

При центральной проекции проектирование выполняют линиями, исходящими из одной точки, которая называется центром проекции. Пусть требуется получить центральную проекцию четырехугольника $ABCD$ на плоскость проекции P ; центр проекции – точка S .

Проведем линии проектирования до пересечения с плоскостью проекции, получим точки a, b, c, d , являющиеся проекциями точек A, B, C, D . Плоскость проекции и объект могут располагаться по разные стороны от центра проекции; так при фотографировании центром проекции является оптический центр объектива, а плоскостью проекции – фотопластинка или фотопленка.

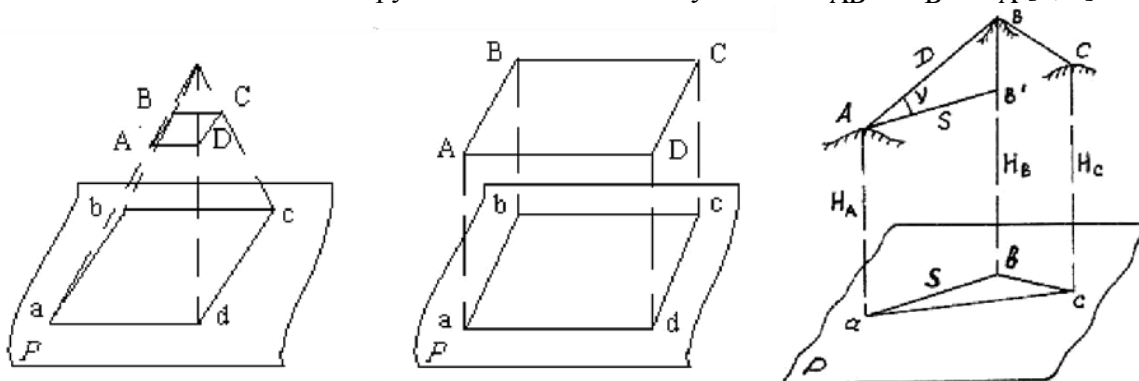
При ортогональной проекции линии проектирования перпендикулярны плоскости проекции. Проведем через точки A, B, C, D линии, перпендикулярные плоскости проекции P ; в пересечении их с плоскостью P получим ортогональные проекции a, b, c, d соответствующих точек.

Чтобы изобразить на бумаге участок земной поверхности, нужно выполнить две операции: сначала спроектировать все точки участка на поверхность относимости (на поверхность эллипсоида вращения, или на поверхность сферы) и затем изобразить поверхность относимости на плоскости. Если участок местности небольшой, то соответствующий ему участок сферы или поверхности эллипсоида можно заменить плоскостью и считать, что проектирование выполняется сразу на плоскость.

При проектировании отдельных точек и целых участков земной поверхности на поверхность относимости применяется горизонтальная проекция, в которой проектирование выполняют отвесными линиями.

Пусть точки A, B, C находятся на поверхности Земли. Спроектируем их на поверхность относимости и получим их горизонтальные проекции – точки a, b, c . Линия ab называется горизонтальной проекцией или горизонтальным проложением линии местности AB и обозначается буквой S . Угол между линией AB и ее горизонтальной проекцией AB' называется углом наклона линии и обозначается буквой v .

Расстояния Aa, Bb, Cc от точек местности до их горизонтальных проекций называются высотами или альтитудами точек и обозначаются буквой H (H_A, H_B, H_C); отметка точки – это численное значение ее высоты. Разность отметок двух точек называется превышением одной точки относительно другой и обозначается буквой h : $h_{AB} = H_B - H_A$ [4, 7].



В геодезии используют 2 основные задачи. Вычисление координат пунктов плановых геодезических сетей связано с решением прямой и обратной геодезических задач [7].

При решении прямой геодезической задачи известны координаты начальной точки, горизонтальное проложение и дирекционный угол направления. Требуется определить координаты конечной точки, т. е.

Решение:) 1

Дано:

$$X_B = X_A + \Delta X = X_A + D \cos \alpha,$$

$\frac{D}{\alpha}$

$X_B, Y_B = ?$

2)

X_A, Y_A

X_B, Y_B

$\alpha_{AB} = ? D = ?$

$$Y_B = Y_A + \Delta Y = Y_A + D \sin \alpha$$

Дано: $\Delta X = X_B - X_A,$

$$\Delta Y = Y_B - Y_A, \tan \alpha_{AB} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}.$$

Горизонтальное проложение D для контроля вычисляют дважды:

$$D = \frac{\Delta X}{\cos \alpha} = \frac{\Delta Y}{\sin \alpha} \quad \text{или} \quad D = \Delta X \sec \alpha = \Delta Y \csc \alpha, \quad D = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}.$$

Полная сходимость в вычислении D будет

На основе всего изложенного можно сделать следующий вывод: вся геодезия основана на математике.

Список использованных источников

1. Закон Республики Казахстан от 3 июля 2002 года № 332-III. О геодезии и картографии.
2. <http://geodesy-bases.ru/>
3. <http://festival.1september.ru/>
4. http://www.batkivshchyna.net/geodezia_t3r4part1.html, Геодезия Курс лекций
5. З.С. Хаимов. Основы высшей геодезии. / М.: «Недра», 1984.
6. А.Ф.Стороженко, О.К. Некрасов «Инженерная геодезия» - Москва «Недра», 1993.
7. С.П. Глинский, Г.И. Гречанинова, В.М. Данилевич, В.А. Гвоздева, А.И. Кощеев, Б.Н. Морозов. Геодезия. / М.: «Картгеоцентр» - «Геодезиздат», 1995.
8. К. Нурсултанов, Г. Накышбекова. Жн лдегерлік жн з есеп. / Алматы: «Таймас», 2009.