УДК 512.8

АҚЫРЛЫ ТОПТАРДЫҢ ТУЫНДАУШЫ ЖИЫНДАРЫ МЕН АНЫҚТАУШЫ ҚАТЫНАСТАРЫ

Жаңабергенова Г.А.
Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Астана

Ғылыми жетекші – ф.-м.ғ.к. Ахметжанова К.О.

Төменде қарастырылатын топтар ақырлы деп санаймыз.

Анықтамалар мен белгілеулер [1-2] монографияларда келтірілген.

Анықтама. Берілген $\mathfrak{E}$ тобының $S_1, S_2, \dots, S_m$ элементтер жиыны *туындаушы (элементтер) жиыны* деп аталады , егер $\mathfrak{E}$ тобының әрбір элементін $S_1, S_2, \dots, S_m$ элементтер дәрежесінің ақырлы көбейтіндісі түрінде өрнектеуге болатын болса (сонымен қатар теріс көрсеткіштерменде). Осындай топты мына символ арқылы өрнектейміз деп келісейік:

$$\text{гр}\,(S_1, S_2, \dots, S_m).$$

$m=1$ болғанда біз мынадай *циклдік топ* аламыз:

$$\text{гр}(\mathrm{S}) \simeq \mathfrak{C}_q,$$

онда S элементі $S^q=e$ қатынасын қанағаттандырады, мұндағы e бірлік элементті білдіреді.

$$g_k(S_1, S_2, \dots, S_m) = e, \quad k = 1,2, \dots, s \tag{1}$$

Анықтама. $\mathfrak{E}$ тобының $S_1, S_2, \dots, S_m$ туындаушы элементтерінің арасындағы (1) қатынас $\mathfrak{E}$ тобының *анықтаушы қатынасы* деп аталады , егер $S_1, S_2, \dots, S_m$ арасындағы кез келген басқа қатынас көрсетілген (1) қатынастың алгебралық салдары болатын болса.

Коксетер Г.С.М., Дж.Мозер Г.С. [3] көрсеткендей, S_4 тобының келесі 3 туындаушы жиыны мен анықтаушы қатынастары бар:

1) $a = (34) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$,

$b = (123) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$,

$a^2 = b^3 = (ab)^4 = e.$

2) $a = (34) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$,

$b = (123) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$,

$c = (4321) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$,

$a^2 = b^3 = c^4 = abc = e.$

3) $a = (123) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$,

$b = (4321) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$,

$a^3 = b^4 = (ab)^2 = e$.

Біз ұсынып отырған жұмыста S_4 тобының тағы бір туындаушы жиыны мен анықтаушы қатынастары бар екенін дәлелдейміз:

4) $a = (12) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$,

$b = (1234) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$,

$a^2 = b^4 = (ab)^3 = e.$

Дәлелдеу үшін гр(a,b) $\simeq S_4$ болатынын көрсетіп, S_4 тобының барлық 24 элементін көрсетілген

$$a = (12) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad b = (1234) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

элементтер арқылы, $a^2 = b^4 = (ab)^3 = e$ қатынастарын ескеріп отырып, төмендегі түрде өрнектеуге болады деп көрсетеміз:

$$a\,b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad ba = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad bab = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix},$$

$$aba = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad abab = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad b^2a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$b^2ab = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad b^3ab = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad ab^2a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$ab^2ab = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad ab^3ab = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix},$$

$$bab^3ab = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad abab^3ab = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix},$$

$$(ba)^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad b^3ab^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix},$$

$$bab^3ab^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad abab^3ab^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix},$$

$$b^2a^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad ababa = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix},$$

$$ab^3ab^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad b^4ab^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$(ba)^3 = e = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Әдебиет

1. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. – М.: Наука, 1982. – 287 с.
2. Курош А.Г. Теория групп. – М.: Факториал, 2005. – 648 с.

Коксетер Г.С.М., Дж.Мозер Г.С. Порождающие элементы и определяющие соотношения дискретных групп. – М.: Наука, 1980. – 240 с.