



РУХАНИ  
ЖАҢҒЫРУ  
**20**  
АСТАНА

ЕУРАЗИЯ  
ҰЛТТЫҚ  
УНИВЕРСИТЕТІ  
КАЗАХСТАН РЕСПУБЛИКАСЫНЫҢ  
ТІҢІМ-ПРЕЗІДЕНТІ - ЕЛДАСЫНЫҢ БОРЫ



Студенттер мен жас ғалымдардың  
**«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2018»**  
XIII Халықаралық ғылыми конференциясы

### **СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ**

XIII Международная научная конференция  
студентов и молодых ученых  
**«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2018»**

The XIII International Scientific Conference  
for Students and Young Scientists  
**«SCIENCE AND EDUCATION - 2018»**



12<sup>th</sup> April 2018, Astana

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ФЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТИ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«Ғылым және білім - 2018»  
атты XIII Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
XIII Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«Наука и образование - 2018»**

**PROCEEDINGS  
of the XIII International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«Science and education - 2018»**

**2018 жыл 12 сәуір**

**Астана**

**УДК 378**

**ББК 74.58**

**F 96**

**F 96**

«Ғылым және білім – 2018» атты студенттер мен жас ғалымдардың XIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2018» = The XIII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2018». – Астана: <http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2018. – 7513 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

**ISBN 978-9965-31-997-6**

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**УДК 378**

**ББК 74.58**

ISBN 978-9965-31-997-6

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, 2018

6. V. D. Stepanov, Weighted inequalities of Hardy type for fractional Riemann-Liouville integrals, Sibirsk. Mat. Zh. 31 (1990), no. 3, 186-197; English transl. in Sib. Math. J. 31 (1990), no. 3, 513-522.
7. V. D. Stepanov, Two-weighted estimates of Riemann-Liouville integrals, Izv. Akad. Nauk. SSSR, Ser. Mat. 54 (1990), no. 3, 645-656; English transl. in Math. USSR Izv. 36 (1991), no. 3, 669-681.

УДК 517.51

## WEIGHTED HARDY-TYPE INEQUALITY FOR FRACTIONAL SUM IN $h$ -DISCRETE FRACTIONAL CALCULUS

**Sharip Bektsultan Nurlibekuly**

[beka971018@bk.ru](mailto:beka971018@bk.ru)

L. N. Gumilyov Eurasian National University faculty of mechanics and mathematics

3rd year student in mathematics, Astana, Kazakhstan.

Supervisor – Shaimardan S.

The theory of  $h$ -discrete fractional calculus is a developing areas recently drawing attention from both theoretical and applied disciplines. During the last decades, There have been of great interest on this calculus and have been studied by many authors, we refer the reader to (see [1], [2], [3], [4], [5], [6]) and references therein. Also study its applications in many fields of mathematics (see [7], [8], [9]). However,  $h$ -discrete fractional calculus represent a very new area for scientists. It is a subject of applied mathematics that has proved to be very useful in applied fields such as economics, engineering, and physics (see [10], [11], [12], [13], [14]).

Now, we state the some preliminary results of the  $h$ -discrete fractional calculus which will be used throughout this paper.

Let  $h > 0$  and  $\mathbf{T}_a = \{a, a+h, a+2h, \dots\}$  with  $\forall a \in \mathbb{R}$ .

**Definition 1.** (see [15]) Let  $f : \mathbf{T}_a \rightarrow \mathbb{R}$ . Then the  $h$ -derivative of the function  $f(x)$  is defined by

$$D_h f(t) := \frac{f(\delta_h(t)) - f(t)}{h}, \quad t \in \mathbf{T}_a,$$

where  $\delta_h(t) = t + h$ .

**Definition 2.** (see [15]) Let  $f : \mathbf{T}_a \rightarrow \mathbb{R}$ . Then the  $h$ -integral ( $h$ -difference sum) is given

$$\int_a^b f(x) d_h x := \sum_{k=a/h}^{b/h-1} f(kh) h = \sum_{k=0}^{\frac{b-a}{h}-1} f(a + kh) h,$$

for  $a, b \in \mathbf{T}_a : b > a$ .

Let  $D_h F(x) = f(x)$ . Then  $F(x)$  is called an  $h$ -antiderivative of  $f(x)$  and is denoted by  $\int f(x) d_h x$  [11]. If  $F(x)$  is an  $h$ -antiderivative of  $f(x)$  and  $b \in \mathbf{T}_a$ , we have that

$$\int_a^b f(x) d_h x := F(b) - F(a).$$

**Definition 3.** (see [15]) Let  $t, \alpha \in \mathbb{R}$ . Then the  $h$ -fractional function is defined by

$$t_h^{(\alpha)} := h^\alpha \frac{\Gamma(\frac{t}{h} + 1)}{\Gamma(\frac{t}{h} + 1 - \alpha)},$$

where  $\Gamma$  is Euler gamma function,  $\frac{t}{h} \notin \{-1, -2, -3, \dots\}$  and we use the convention that division at a pole yields zero. Note that  $\lim_{h \rightarrow 0} t_h^{(\alpha)} = t^\alpha$ .

**Definition 4.** Let  $f : T_a \rightarrow \mathbb{R}$ . Then the left and right fractional  $h$ -sum of order  $\alpha > 0$  given by

$$\Delta_a^\alpha f(x) := \sum_{k=0}^{b/h-1} (x - \delta_h(kh))_h^{\alpha-1} f(kh) h.$$

Our main result reads:

**Theorem 1.** Let  $\alpha > 0$  and  $1 \leq p < \infty$ . Then the inequality

$$\int_a^\infty \left( x_h^{(\alpha-1)} \int_a^{\delta_h(x)} (x - \delta_h(t))_h^{\alpha-1} f(t) d_h t \right)^p d_h x \leq \left( \frac{\Gamma\left(1 - \frac{1}{p}\right)}{\Gamma\left(\alpha + 1 - \frac{1}{p}\right)} \right)^p \int_a^\infty f^p(x) d_h x, \quad f \geq 0, \quad (1)$$

holds. Moreover, the constant  $\left[ \frac{\Gamma\left(1 - \frac{1}{p}\right)}{\Gamma\left(\alpha + 1 - \frac{1}{p}\right)} \right]^p$  is best possible in (3.1).

## References

1. F.M. Atici and P.W. Eloe, A Transform Method in Discrete Fractional Calculus. International Journal of Difference Equations 2(2007), 165-176.
2. F.M. Atici and P.W. Eloe. Initial value problems in discrete fractional calculus. Proc. Amer. Math. Soc. 137 (2009), no. 3, 981-989.
3. R.A.C. Ferreira and D.F.M. Torres, Fractional  $h$ -difference equations arising from the calculus of variations. Appl. Anal. Discrete Math. 5(1)(2011), 110-121.
4. E. Girejko and D. Mozyrska. Overview of fractional  $h$ -difference operators. Advances in harmonic analysis and operator theory, 253-268, Oper. Theory Adv. Appl., 229, Basel, 2013.
5. M. T. Holm. The theory of discrete fractional calculus: Development and application, University of Nebraska - Lincoln, 2011.
6. K.S. Miller, and B. Ross, Fractional difference calculus. Univalent functions, fractional calculus, and their applications (Köriyama, 1988), 139-152, Ellis Horwood Ser. Math. Appl., Horwood, Chichester, 1989.
7. R. P. Agarwal, Difference Equations and Inequalities, vol. 228, Marcel Dekker, New York, NY, USA, 2nd edition, 2000.
8. F. Chen, X. Luo and Y. Zhou. Existence results for nonlinear fractional difference equation. Advances in Difference Eq., article ID 713201, 12 p., doi: 10.1155/2011/713201, 2011.
9. V. Lakshmikantham and A.S. Vatsala, Basic theory of fractional differential equations. Nonlinear Anal. 69 (2008), no. 8, 2677-2682.
10. P. Cheung and V. Kac, Quantum calculus, - Edwards Brothers, Inc., Ann Arbor, MI, USA, 2000.
11. O. P. Agrawal, J. Sabatier and J. A. Tenreiro Machado, Advances in Fractional Calculus, Springer, Dordrecht, The Netherlands, 2007.

12. R. Almeida and D. F. M. Torres, Leitmann's direct method for fractional optimization problems. *Appl. Math. Comput.*, 217 (3) (2010), 956-962.
13. D. Mozyrska and E. PawEuszewicz, Controllability of  $h$ -difference linear control systems with two fractional orders. *Internat. J. Systems Sci.* 46 (2015), no. 4, 662-669.
14. M. D. Ortigueira and D. Manuel , Fractional calculus for scientists and engineers. *Lecture Notes in Electrical Engineering*, 84. Springer, Dordrecht, 2011. xiv+152 pp. ISBN: 978-94-007-0746-7 26-02 (26A33 93C85 93D05)
15. N.R.O. Bastos, R.A.C. Ferreira, and D.F.M. Torres, Necessary optimality conditions for fractional difference problems of the calculus of variations. *Discrete Contin. Dyn. Syst.* 29(2), 417-437 (2011)

УДК 519.

## НЕСМЕЩЕННОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ОБОБЩЕННОГО ПОКАЗАТЕЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

**Абденова Динара Маратовна**  
[dinara.abdenova@bk.ru](mailto:dinara.abdenova@bk.ru)

Студент 4-го курса механико-математического факультета, специальность «Математика»  
 ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан  
 Научный руководитель – А.С. Искакова

Исследование моделей, которые описывают события, являющихся результатами наложений некоторых явлений, носит актуальный характер, поскольку эти события встречаются в повседневной жизни. Вероятностное изучение таких событий вызывает повышенный интерес. Из курса теории вероятностей следует, что вероятности таких событий относятся к полиномиальному распределению. Соответственно, если рассматривать события на которые были наложены известные явления, то научной новизны не наблюдается.

Однако, если рассматривать ситуации при которых на исследуемые события были наложены неизвестные явления, иными словами неявные предпосылки, то остается много нерешенных проблем.

Исключительным актуальным примером применения подобной модели является значение оправдываемости прогнозных данных метеорологии, когда необходимо связать реализацию фактических данных погодных явлений с факторами влияющие на оправдываемость данного прогноза. Очевидно, что факторы влияющие на оправдываемость данного прогноза являются зачастую не явными. Тем не менее заинтересованным лицам необходимо знать вероятность оправдываемости прогноза метеорологии. Аналогичные проблемы очень часто встречаются в задачах бизнес системах и в других областях.

В этой работе представляются статистические оценки распределения сумм случайных значений  $L_1, \dots, L_d$ , когда  $L_1, \dots, L_d$  не наблюдаются, а наблюдаются только их суммы. Тем самым результаты предложенной работы позволяют решить многие из вышеперечисленных проблем.

Рассмотрим вероятностную модель процессов энергетических характеристик радиолинии ИСЗ Meteosat. В работе [1] приведена вероятностно-статистическая вероятность оправдываемости метеорологического прогноза. Также ранее в работах [2-3] были исследованы вероятностные распределения ошибок снимков дистанционного зондирования, имеющие обобщено полиномиальное распределение. Однако, дискретные распределения довольно не удобны [4] в техническом использовании и не учитывают специфику поточных случаев.

Допустим, что истинное изображение представимо в виде величины  $l_0$ , на которые наложили искажения  $i$ , состоящее из  $d$  факторов, принимающие значения из множества  $L_1, \dots,$