

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»
XIX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XIX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»**

**PROCEEDINGS
of the XIX International Scientific Conference
for students and young scholars
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»**

**2024
Астана**

УДК 001

ББК 72

G99

«GYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «GYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «GYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-7697-07-5

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001

ББК 72

G99

ISBN 978-601-7697-07-5

**©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2024**

$$\tilde{M} = \{ \{h_k\}: h_k = u_k^{**}, k \in Z_+, \{u_k\} \in H_p^d(Z^n) \}.$$

Снабдим эти конусы положительно однородными функционалами соответственно:

$$\rho_M(h) = \inf \{ \|u\|_{l_p} : u = \{u_k\} \in l_p; u_k^* = h_k, k \in Z_+ \},$$

$$\rho_{\tilde{M}}(h) = \inf \{ \|u\|_{l_p} : u = \{u_k\} \in l_p; u_k^{**} = h_k, k \in Z_+ \}.$$

Пусть даны конусы K, M , если существуют C_0 и C_1 такие что для любого $h_1 \in M$ существует $h_2 \in K$ такие что выполняются неравенства:

$$\rho_K(h_2) \leq C_0 \rho_M(h_1), \quad h_1(t) \leq h_2(t) + C_1 \rho_M(h_1).$$

Тогда говорят, что конус K покрывает конус M (обозначают $M < K$).

Теорема: Конус M покрывает конус $\tilde{M}$.

Конусы состоящие из невозрастающих перестановок потенциала Рисса и конусы состоящие из невозрастающих перестановок обобщенных дробно-максимальной функции рассмотрены соответственно в [1], [2] и [3].

Список использованных источников

1. Goldman M.L. On the cones of rearrangements for generalized Bessel and Riesz potentials // Complex Variables and Elliptic Equations. – 2010. – Vol. 55, №8-10. – P. 817-832.
2. Bokayev N.A., Goldman M.L., Karshygina G.Zh. Cones of functions with monotonicity conditions for generalized Bessel and Riesz potentials // Math. Notes. – 2018. – Vol. 104, №3. – P. 30-45.
3. Bokayev N.A., Gogatishvili A., Abek A.N. Cones generated by a generalized fractional maximal function // Bulletin of the Karaganda university Mathematics series. – 2023. – Vol. 110, №2. – P. 53-62.

УДК 517.929.2

ЖОҒАРҒЫ КОЭФФИЦИЕНТІ ШЕНЕЛМЕГЕН ЕКІНШІ РЕТТІ АЙЫРЫМДЫҚ ТЕНДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІНІҢ ШЕШІЛУ ШАРТТАРЫ

Мамыралы Әлия Мухтарқызы

aliyamamyrally@gmail.com

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ 7М0159 – Математика педагогтерін даярлау мамандығының
2-курс магистранты, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – Оспанов К.Н.

Айырымдық тендеулер дискретті уақыт арқылы динамикалық модельдерде және дифференциалдық тендеулерді жуықтап шешу үшін жиі қолданылады. Экономикада дискретті уақыт процестеріне валюта бағамының күнделікті өзгерістері, кейбір бағалы қағаздардың құнының өзгерісі, банк салымдары шамасының күнделікті өзгеруі, ай сайынғы жалақы мен салымдардың пайыздарын есептеу; әр үш ай сайынғы, әр жыл сайынғы, басқа да микро- және макроэкономикалық статистикалық деректердің көрсеткіштерін есептеулер жатады. Шексіз айырымдық тендеулерден тұратын жүйелер броундық қозғалыстар динамикасымен байланысты стохастикалық процестерді, кедергілі және сығылатын ортадағы тербелістер мен басқа қозғалыстар түрлерін моделдеу кезінде пайда болады. Шексіз облыста берілген дифференциалдық тендеуді жуықтап шешу процесі шексіз айырымдық жүйені зерттеуге алып келеді.

Жұмыста жоғарғы мүше құрамына енетін коэффициенті айнымалы болып келген екінші ретті

$$-\Delta_+(1+j^2)^\delta \Delta_- u_j + c_j u_j = f_j, j \in Z, \quad (1)$$

сызықты шексіз айырымдық теңдеулер жүйесінің шешілу шартын анықтаймыз. Мұндағы $\delta > 0$, $c_j \geq 1$, f_j - берілген нақты сандар, u_j - ізделінді $\{u_j\}_{j=-\infty}^{\infty}$ нақты сандар тізбегінің j -ші элементі, $\Delta_+ u_j = u_{j+1} - u_j$, $\Delta_- u_j = u_j - u_{j-1}$ ($j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) – бірінші ретті айырымдар. $\Delta_+ \Delta_- u_j = \Delta_- \Delta_+ u_j = u_{j+1} - 2u_j + u_{j-1} = \Delta^2 u_j$ екенін көру оңай. Егер

$$K = \begin{bmatrix} \dots & & & \\ & (1+j^2)^\delta & & \\ & & (1+(j+1)^2)^\delta & \\ & & & \dots \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} \dots & & & \\ & c_j & & \\ & & c_{j+1} & \\ & & & \dots \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} \dots \\ u_j \\ u_{j+1} \\ \dots \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \dots \\ f_j \\ f_{j+1} \\ \dots \end{bmatrix}$$

сәйкес шексіз диагональдық матрицалар мен баған-тізбектер болса, онда (1) жүйесін келесі операторлық теңдеу түрінде жазуға болады

$$-\Delta_+ K \Delta_- u + cu = F. \quad (2)$$

$$l_s \ (1 \leq s < \infty) \text{ деп } \|u\|_s = \sqrt[s]{\sum_{j=-\infty}^{\infty} |u_j|^s} < \infty \text{ шартын қанағаттандыратын барлық } u = \{u_j\}_{j=-\infty}^{\infty}$$

тізбектерінің нормаланған кеңістігін белгілейді. Келесі жиынды финитті тізбектер жиыны деп атаймыз $U = \{u = \{u_j\}_{j=-\infty}^{\infty} \in l_s : \exists m, u_n = 0 \ |n| \geq m\}$. Осы жиында келесі айырымдық оператор берілсін

$$L_0 u = -\Delta_+ K \Delta_- u + cu.$$

Оның l_s кеңістігі нормасындағы тұйықталуын L деп белгілейік. (2) теңдеуінің шешімі деп $Lu = F$ теңдігін қанағаттандыратын $u \in D(L)$ элементін айтамыз.

Келесі тұжырым орынды.

Теорема. Егер $c_j \geq \varepsilon > 0$ шарты орындалса, онда әрбір $f \in l_s$ ($1 < s < \infty$) оң жағы үшін (2) жүйесінің шешімі бар және жалғыз ғана.

Дәлелдеу. Айталық $u = \{u_j\}_{j=-\infty}^{\infty} \in U$. (3.2) жүйесіндегі j -ші теңдеудің екі жағын $u_j (u_j^2)^{\gamma/2}$ ($\gamma > -1$) шамасына көбейтіп, шыққан теңдіктерді барлық j -лер бойынша өзара қосамыз. Сонда алатынымыз:

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} \left(-\Delta_+ (1+j^2)^\delta \Delta_- u_j u_j (u_j^2)^{\gamma/2} + c_j u_j^2 (u_j^2)^{\gamma/2} \right) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} f_j u_j (u_j^2)^{\gamma/2}. \quad (3)$$

Келесі қатынастарды тексеру оңай:

$$\begin{aligned} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \Delta_+ (1+j^2)^\delta \Delta_- u_j u_j (u_j^2)^{\gamma/2} &= \\ \sum_{j=-\infty}^{\infty} \left[(1+(j+1)^2)^\delta (u_{j+1} - u_j) - (1+j^2)^\delta (u_j - u_{j-1}) \right] \cdot u_j (u_j^2)^{\gamma/2} &= \\ = \sum_{j=-\infty}^{\infty} (1+(j+1)^2)^\delta (u_{j+1} - u_j) \cdot u_j (u_j^2)^{\gamma/2} - \sum_{j=-\infty}^{\infty} (1+(j+1)^2)^\delta (u_{j+1} - u_j) \cdot u_{j+1} (u_{j+1}^2)^{\gamma/2} &= \end{aligned}$$

$$= \sum_{j=-\infty}^{\infty} (1 + (j+1)^2)^{\delta} (u_{j+1} - u_j) \cdot \left[u_j (u_j^2)^{\gamma/2} - u_{j+1} (u_{j+1}^2)^{\gamma/2} \right].$$

Соңғы қосындыдағы әрбір қосылғыш оң емес. Сондықтан, (3) теңдігінен келесі теңсіздіктер шығады:

$$\begin{aligned} \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j |u_j|^{2+\gamma} &\leq \sum_{j=-\infty}^{\infty} |u_j|^{1+\gamma} |f_j| = \sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j^{1/p} |u_j|^{1+\gamma} |c_j^{-1/p} f_j| \leq \\ &\leq \left(\sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j |u_j|^{(1+\gamma)p} \right)^{1/p} \left(\sum_{j=-\infty}^{\infty} |c_j^{-1/p} f_j|^s \right)^{1/s} \quad (1/p + 1/s = 1, 1 < s < \infty) \end{aligned}$$

γ санын $2 + \gamma = (1 + \gamma)p$ орындалатындай етіп таңдайық. Сонда $1/p + 1/s = 1$, одан $p = \frac{s}{s-1}$ болғандықтан, $s = 2 + \gamma$. Демек алдыңғы теңсіздік былай жазылады

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j |u_j|^s \leq \left(\sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j |u_j|^s \right)^{(s-1)/s} \left(\sum_{j=-\infty}^{\infty} |c_j^{-1/p} f_j|^s \right)^{1/s}.$$

Теңсіздіктің екі жағын $\left(\sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j |u_j|^s \right)^{(s-1)/s}$ шамасына бөліп, және $c_j \geq 1$ шартын ескеріп, келесі бағалауға келеміз

$$\left(\sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j |u_j|^s \right)^{1/s} \leq \left(\sum_{j=-\infty}^{\infty} |f_j|^s \right)^{1/s},$$

немесе

$$\|\sqrt[s]{c} u\|_s \leq \|F\|_s \quad (1 < s < \infty). \quad (4)$$

Айталық, (1) – де $F = F_m = \{f_j\}_{j=-\infty}^{\infty}$, $U_m = \{u_j\}_{j=1}^m$ – нөлдік емес координаттарының саны m – ге тең финитті тізбектер болсын. Онда (1) – $m \times m$ – сызықты алгебралық теңдеулер жүйесі, ал $c_j \geq 1$ шарты бойынша, (1) – дің негізгі матрицасы ерекше емес. Онда (1) – дің шешімі табылады, оны $U_m = \{u_j\}_{j=1}^m$ деп белгілейік. (4) бойынша,

$$\|\sqrt[s]{c} U_m\|_s \leq \|F_m\|_s \quad (5)$$

теңсіздігі орынды. Егер $\|F_m - F\|_s \rightarrow 0$ ($m \rightarrow \infty$) орындалса, онда L тұйық оператор болғандықтан, $\|U_m - u\|_s \rightarrow 0$ ($m \rightarrow \infty$) және $Lu = F$. Демек шектік элемент u – (2) жүйесінің шешімі. Және (5) – тен (4) бағасы шығады. Осыдан (2) жүйесінің шешімнің жалғыз екенін аламыз. Теорема дәлелденді.

Бұл теореманың нәтижесі жаңа. Мұндай тұжырым (1) – дің дербес жағдайы болып табылатын

$$-\Delta^2 u + cu = F.$$

жүйесі үшін М. Отелбаев [1] мақаласында дәлелденген. Біз жоғарыдағы теореманы дәлелдеген кезде осы [1] мақаласының әдісін пайдаландық.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Отелбаев М. О коэргитивных оценках решения разностных уравнений// Труды математического института Академии наук СССР. -1988. -Т.181. -С. 241-249.

УДК 517.9

ЦИЛИНДРЛІК ЕМЕС ОБЛЫСТА ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІН ЗЕРТТЕУДІҢ БІР ӘДІСІ ТУРАЛЫ

Мерзетхан Акерке

Akerkemerzetkhan@gmail.com

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 2-курс докторанты, Астана,
Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – ф.-м.ғ.к., доцент Оспанов М.Н.

Цилиндрлік емес $\Omega = [0, \varphi(x)] \times [0, \omega]$ облысында келесі есепті қарастырайық:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} &= A(t, x)V(t, x) + \Phi(t, x), \quad t \in [0, \varphi(x)], \quad x \in [0, \omega] \quad (1) \\ V(0, x) &= V(\varphi(x), x) \quad (2) \end{aligned}$$

мұндағы $A(t, x) = [a_{ij}(t, x)]_{i,j=1}^n$ ($n \times n$) – матрицасы Ω облысында үзіліссіз және келесі шартты қанағаттандырады:

$$|a_{ii}(t, x)| \geq \sum_{i \neq j}^n |a_{ij}(t, x)| + \theta(t, x) \quad (3)$$

мұндағы $\theta(t, x) \geq \theta_0 > 0$ үзіліссіз, θ_0 – тұрақты, ал $\Phi(t, x)$ Ω облысында үзіліссіз n -өлшемді вектор функция.

(1) теңдеу үшін түрлі есептер шектелген және шектелмеген облыстарда көптеген авторлармен қарастырылған. Бұл жұмыста (1) теңдеу цилиндрлік емес облыста қарастырылды. Д. С. Джумабаевтің параметрлеу әдісі арқылы келесі тероема дәлелденді.

Теорема. $A(t, x)$ матрицасы (3) шартты қанағаттандырсын және $\varphi(x)$ функциясы Ω облысында үзіліссіз болсын. Онда (1), (2) есебінің шешімі бар, жалғыз және ол үшін келесі бағалау орындалады

$$\|V(t, x)\| \leq \left\| \frac{F(t, x)}{\theta(t, x)} \right\|, \quad x \in [0, \omega],$$

мұндағы $\|V(t, x)\| = \max_{(t, x) \in \Omega} |V(t, x)|$.

Дәлелдеуі. (1), (2) есебіне $\tau(t, x) = \frac{t}{\varphi(x)}$ алмастыруын жасасақ, келесі есепке келеміз:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = A_1(\tau, x) \cdot \varphi(x) \cdot U + \varphi(x) \cdot F(\tau, x) \quad (4)$$

$$U(0, x) = U(1, x) \quad (5)$$

(4), (5) есебін параметрлеу әдісі арқылы зерттеуге болады. Ол үшін $h > 0$: $Nh=1$ қадамымен $\bar{\Omega}_r = [0, 1] \times [(r-1)h, rh]$ облысын N бөліктерге бөлеміз де, әрбір облыстағы $U(\tau, x)$ функцияларын $U_r(\tau, x)$, $(\tau, x) \in \bar{\Omega}_r$, $r = \overline{1, N}$ арқылы белгілейміз. Нәтижесінде (4), (5) есебі келесі есепке айналады.

$$\frac{\partial U_r}{\partial \tau} = A_1(\tau, x) \cdot \varphi(x) \cdot U_r + \varphi(x) \cdot F(\tau, x), \quad (\tau, x) \in \bar{\Omega}_r, \quad r = \overline{1, N} \quad (6)$$