

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ**

**«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»  
XIX Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
XIX Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»**

**PROCEEDINGS  
of the XIX International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2024»**

**2024  
Астана**

**УДК 001**

**ББК 72**

**G99**

**«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» студенттер мен жас ғалымдардың XIX Халықаралық ғылыми конференциясы = XIX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024» = The XIX International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2024». – Астана: – 7478 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.**

**ISBN 978-601-7697-07-5**

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**УДК 001**

**ББК 72**

**G99**

**ISBN 978-601-7697-07-5**

**©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия  
ұлттық университеті, 2024**

Аубакиров Джанибек Асланулы

aincarddd@gmail.com

Магистрант 2-го курса ОП «Математическое и компьютерное моделирование»

ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – к.ф.-м.н., PhD, Аканова К.М.

**Абстракт.** В данной статье рассматривается проблема проектирования сети с множественным распределением узлов и спиц в условиях перегруженности узлов. Предложена формулировка нелинейного смешанного целочисленного программирования, моделирующая перегрузку как выпуклую функцию затрат. Был применен обобщенный алгоритм декомпозиции Бендерса, который успешно решает стандартные задачи с набором данных до 81 узла. Предложенный алгоритм также превзошел коммерческий передовой пакет нелинейного целочисленного программирования. Основным вкладом данной работы заключается в установлении компромисса между экономией транспортных расходов, вызванной использованием эффекта масштаба, и затратами, связанными с эффектом перегруженности.

*Постановка задачи.*

Хабы и спицы часто используются в телекоммуникационных и логистических сферах, в тех случаях, когда потоки таких объектов, как данные, товары, посылки, пассажиры и т.п., из одного пункта отправления должны быть доставлены в некоторые конечные пункты назначения. Такие системы используются, когда вместо прямой связи между пунктами отправления и назначения, используются промежуточные узлы коммутации, называемые хабами. Они являются точками сбора потоков объектов разного характера, как и упоминалось выше, и представляют собой узлы сетевых распределений этих потоков.

При проектировании такой узловой сети, как правило, основной проблемой является расположение хабов распределения. Важность такой задачи обусловлена тем, что на создание и обслуживание таких узлов следует сделать серьезные финансовые вложения, поэтому среди нескольких предлагаемых в качестве кандидатов узлов требуется выбрать их оптимальное сетевое распределение, позволяющее минимизировать затраты.

*Метод решения задачи.*

Для решения проблемы предлагается использовать метод нелинейного программирования, основанный на его классической формулировке. При этом следует также учитывать дополнительные эффекты перегрузки, определяемые как выпуклая функция стоимости. Основной стратегией решения нелинейных задач является их линеаризация посредством применения стратегии Бендерса. Для облегчения решения задачи делим ее на два иерархических уровня: на высшем уровне (ГП) решается проблема расположения наших хабов, на более низком уровне (ПП) рассматривается баланс потока и устранение перегрузки.

*Построение математической модели.*

Основными компонентами модели являются следующие:

$N$ -набор местоположения хабов, которые передают трафик;

$K$  – узлы-кандидаты на роль будущих узлов,  $K \subseteq N$ ;

$a_k$  – цена за установку хаба на узле  $k \in K$ ;

$a_{ijkm}$  – цена транспортировки одной единицы некоего товара от точки  $i$  до точки  $j$  через хабы  $k$  и  $m$  ( $i, j \in N$  and  $k, m \in K$ ).

Для любой пары узлов  $i$  и  $j$  ( $i, j \in N$ ) объект от начальной точки  $i$  до конечной точки  $j$  проходит путь через один из хабов. При этом не выполняется условие симметричности узлов, т.е.  $w_{ij} \neq w_{ji}$ , а цена образуется из трёх частей по формуле (1):

$$c_{ijkm} = c_{ik} + \alpha c_{km} + c_{mj} \quad (1)$$

где  $c_{mj}$  и  $c_{ik}$  - это стандартная цена транспортировки единицы товара от точки  $i(j)$  до хаба  $k(m)$ , а  $\alpha c_{km}$  это цена транспортировки со скидкой от хабов  $k$  и  $m$ .

Скидка определяется через условие  $0 \leq \alpha \leq 1$  и представляет экономию доставки груза между хабами. Если используется только один хаб, то  $k=m$  и скидку мы не получаем, тогда можем определить по формуле (2):

$$y_k = \begin{cases} 1, & \text{если хаб } k \in K \text{ установлен} \\ 0 & \text{если иначе} \end{cases} \quad (2)$$

$x_{ijkm} \geq 0$  – это поток от пункта отправления  $i$  до пункта назначения  $j$  ( $i, j \in N$ ), который держит путь через хабы  $k$  и  $m$  ( $k, m \in K$ ) в указанном порядке.

Для дальнейшего развития стандартной формулы из задачи размещения нескольких хабов (UMANLP - uncapacitated multiple allocation hub location problem), мы используем формулировку Хамахеера по формулам (3)-(7):

$$\min \sum_k a_k y_k + \sum_i \sum_j \sum_k \sum_m c_{ijkm} x_{ijkm} \quad (3)$$

$$\text{s.t.} \sum_k \sum_m x_{ijkm} = w_{ij} \quad \forall i, j \in N \quad (4)$$

$$\sum_m x_{ijkm} + \sum_{m \neq k} x_{ijmk} \leq w_{ij} y_k \quad \forall i, j \in N, k \in K \quad (5)$$

$$x_{ijkm} \geq 0 \quad \forall i, j \in N, k, m \in K \quad (6)$$

$$y_k \in \{0,1\} \quad \forall k \in K \quad (7)$$

Модель (3) – (7) имеет сильную связь с линейным программированием, при этом являясь одной из самых сильных формулировок для UMANLP. Но одна из главных проблем – это размер. Но дальше мы увидим, что размер не так важен, когда мы имеем дела с большим количеством математических вычислений.

Однако, как и говорил О'Келли и Брайан, одинаковый процент скидок для каждого хаба крайне нереалистичное явление. Самым оптимальным вариантом будет определение, что скидка является больше, если расстояние между хабами меньше, чем среднее значение между остальными хабами. Кроме того мы знаем, что если у нас больше трёх хабов на маршрут, мы можем использовать следующие ограничения по формулам (8)-(10):

$$x_{ijij} \geq w_{ij}(y_i + y_j - 1) \quad \forall i, j \in N \quad (8)$$

$$\sum_{k \neq j} x_{ijik} \geq w_{ij}(y_i - y_j) \quad \forall i, j \in N \quad (9)$$

$$\sum_{k \neq i} x_{ijkj} \geq w_{ij}(y_j - y_i) \quad \forall i, j \in N \quad (10)$$

Ограничение (8) обеспечивает факт того, чтобы поток  $w_{ij}$  проходил по маршруту  $i$ - $j$ - $i$ - $j$ , когда  $i$  и  $j$  являются хабами. Ограничения (9) и (10) ограничивают количество хабов. Поскольку мы рассматриваем эффекты перегрузки как функцию общий поток хаба, нам нужна дополнительная переменная решения для каждого хаба чтобы это учесть:  $g_k \geq 0$  поток, который идёт через  $k \in K$ . Позже мы добавляем дополнительное ограничение, на количество поток в каждом хабе по формуле (11):

$$\sum_i \sum_j \sum_m x_{ijkm} + \sum_i \sum_j \sum_{m \neq k} x_{ijkm} = g_k \quad \forall k \in K \quad (11)$$

Функция СП (стоимость перегрузки)  $\tau_k(g_k)$  применяется к каждому установленному хабу  $k \in K$ . Эта функция считается увеличивающейся на  $[0, +\infty)$ . Функция СП использует закон мощности, который предполагает  $\tau_k = eg_k^b$ , и  $e$  и  $b$  являются положительными постоянными,  $b \geq 1$ . В таблице 1 предоставлены данные CAB (Civil Aeronautic Board USA), это данные об аэропортах США.

Таблица 1 - Данные CAB (Civil Aeronautic Board USA), это данные об аэропортах США

Origin_airport	Destination_airport	Origin_city	Destination_city	Passengers	Flights	Distance
MHK	AMW	Manhattan, KS	Ames, IA	21	1	254
EUG	RDM	Eugene, OR	Bend, OR	41	22	103
EUG	RDM	Eugene, OR	Bend, OR	88	19	103
EUG	RDM	Eugene, OR	Bend, OR	11	4	103
MFR	RDM	Medford, OR	Bend, OR	0	1	156
MFR	RDM	Medford, OR	Bend, OR	11	1	156
MFR	RDM	Medford, OR	Bend, OR	2	4	156
MFR	RDM	Medford, OR	Bend, OR	7	1	156
MFR	RDM	Medford, OR	Bend, OR	7	2	156
SEA	RDM	Seattle, WA	Bend, OR	8	1	228
SEA	RDM	Seattle, WA	Bend, OR	453	23	228
SEA	RDM	Seattle, WA	Bend, OR	784	20	228
SEA	RDM	Seattle, WA	Bend, OR	749	22	228
SEA	RDM	Seattle, WA	Bend, OR	11	1	228
PDX	RDM	Portland, OR	Bend, OR	349	23	116
PDX	RDM	Portland, OR	Bend, OR	1376	161	116
PDX	RDM	Portland, OR	Bend, OR	444	30	116
PDX	RDM	Portland, OR	Bend, OR	1949	187	116
PDX	RDM	Portland, OR	Bend, OR	381	22	116
PDX	RDM	Portland, OR	Bend, OR	1559	154	116
PDX	RDM	Portland, OR	Bend, OR	1852	200	116
PDX	RDM	Portland, OR	Bend, OR	483	25	116
PDX	RDM	Portland, OR	Bend, OR	1965	194	116
PDX	RDM	Portland, OR	Bend, OR	494	28	116

PDX	RDM	Portland, OR	Bend, OR	459	26	116
-----	-----	-----------------	----------	-----	----	-----

Далее мы предоставим кейсы по данным  $CAV15\alpha.b$ ,  $15\alpha$  – скидочный коэффициент, умноженный на 15, а  $d \in \{U, C\}$  – момент распределения вероятностей выполнения сценариев. U – равномерное распределение вероятностей и C – уменьшающиеся вероятности. В таблице 2 показаны результаты для стохастической задачи.

Таблица 2 - Результаты для стохастической задачи.

Код	Время (сек.)	Хабы	Obj.
CAV2.U	11.87	4, 7, 12, 17, 24	963.85
CAV4.U	10.71	4, 12, 18, 24	1104.25
CAV6.U	8.59	12, 18, 21	1216.76
CAV8.U	7.61	12, 18, 21	1288.86
CAV2.C	11.54	4, 7, 12, 17, 24	961.38
CAV4.C	10.53	4, 12, 18, 24	1099.1
CAV6.C	10.08	12, 18, 21	1209.69
CAV8.C	8.16	12, 18, 21	1280.01

Время - отображает значения затраченного времени на решение соответствующей задачи. Хабы – это список узлов сети, которые выбраны в качестве хабов. Obj – целевая функция после оптимизации.

### Заключение

В заключение можно сказать, что наша модель действительно хорошо рассчитывает возможные местоположения хабов, при этом учитывая другие нагрузки, в будущем она будет доработана сильнее, для более точного прогноза, но на данный момент она уже подходит для начального анализа.

### Список использованных источников

1. Klincewicz JG. Hub location in backbone/tributary network design: a review. Location Science 1998; P. 307–335.
2. Ebery J, Krishnamoorthy M, Ernst A, Boland N. The capacitated multiple allocation hub location problems: formulations and algorithms. European Journal of Operational Research 2000; P. 614–631.
3. Hamacher HW, Labbé M, Nickel S, Sonneborn T. Adapting polyhedral properties from facility to hub location problems. Discrete Applied Mathematics 2004; P. 104–116.
4. O’Kelly ME, Bryan DL, Skorin-Kapov D, Skorin-Kapov J. Hub network design with single and multiple allocation: a computational study. Location Science 1996; P. 125–338.

УДК 004.94

### ИССЛЕДОВАНИЕ СОРБЦИОННОЙ ЁМКОСТИ ВОДОРОДА ЧЕШУЙКИ СКОМКАННОГО ГРАФЕНА С ЧАСТИЦАМИ ЛИТИЯ