ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»

студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»

PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»

14th April 2017, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

«Ғылым және білім - 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2017»

PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2017»

2017 жыл 14 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, 2017

Для данной модели нами получен частный случай точного решения для масштабного фактора. мы показываем их влияние на эволюцию нелинейных возмущений. Результаты показывают, что частный случай модели имеет степенное решение, по компоненте с максимальной степенью соответствующее, например, модели с доминированием пылевидной материи. Но при этом имеющей дополнительные члены решения, меняющими картину , особенно на начальном этапе развития Вселенной, при малых значениях времени.

Список использованных источников

1 Lixin Xu. Spherical collapse of a unified dark fluid with constant adiabatic sound speed. The European Physical Journal C, 2013, 73:2344.

2. Yerzhanov K., Yesmakhanova K., Tsyba P. et al. g-Essence as the cosmic speed-up. Astrophysics and space science. V. 34, 2, P. 681-688, 2012.

УДК 517.946

ДВУХСОЛИТОННЫЕ РЕШЕНИЯ ОБОБЩЕННОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ШРЕДИНГЕРА–МАКСВЕЛЛА-БЛОХА

Жаппарова Мадина Серікбайқызы
madina_808@mail.ru
Магистрант физико-технического факультета ЕНУ им. Л.Н. Гумилева,
Астана, Казахстан
Научный руководитель – Г.Н. Шайхова

1. Введение. Солитоном называется решение нелинейного уравнения в виде уединенной волны. Теория солитонов оказала заметное влияние на развитие различных отраслей науки [1]. Солитоны играют исключительно важную роль в современной физике так как имеют приложение в таких областях как гидродинамика, нелинейная оптика, физика плазмы, магнетизм, теория поля, физика элементарных частиц и др.

Особую роль в теории солитонов имеет система уравнений Шредингера-Максвелла-Блоха (ШМБ), которая находит широкое применение в области нелинейной оптики. Исследования данной темы отражаются во многих научных трудах современных ученых. Оптическая связь является одной из перспективных технологий для передачи данных с высокой скоростью и на длительные расстояния. Оптический солитон представляет собой уединенный лазерный импульс определенной длительности (от нано- до фемтосекунд), обладающий несущей частотой видимого диапазона и способный распространяться в нелинейной диспергирующей среде без изменения своей формы на большие расстояния [2]. Обобщенная система уравнений ШМБ выглядит следующим образом:

$$q_z = i(q_{tt} + 2|q|^2) + \beta q_t + 2p, \tag{1.1}$$

$$p_t = 2i\omega p + 2q\eta, \tag{1.2}$$

$$\eta_t = -(qp^* + q^* p), \tag{1.3}$$

где q-медленно меняющееся электрическое поле, индексы zи t обозначают продольное расстояние и время, ω-частота, параметр β отвечает за групповую скорость, * обозначает комплексное сопряжение, $p = v_1 v_2^*$, $\eta = |v_2|^2 - |v_1|^2$ где v_1 и v_2 представляют собой волновые функции в двухуровневой системе [3].

2. Представление Лакса. Система собственных значений для уравнений (1.1)-(1.3) имеет вид:

$$\Psi_t = U\Psi, \tag{2.1}$$

$$\Psi_z = V\Psi, \tag{2.2}$$

где U и V имеют вид:

$$U = \lambda U_0 + U_1, \tag{2.3}$$

$$V_1 = \lambda^2 V_2 + \lambda V_1 + V_0 + \frac{i}{\lambda + \omega} V_{-1}, \tag{2.4}$$

и λ - спектральный параметр. Составляющие матрицы уравнений (2.3)–(2.4) выглядят следующим образом:

$$U_0 = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}, \; U_1 = \begin{pmatrix} 0 & q \\ -q^* & 0 \end{pmatrix}, \tag{2.5}$$

$$V_2 = \begin{pmatrix} -2i & 0 \\ 0 & 2i \end{pmatrix}, V_1 = \begin{pmatrix} -i\beta & 2q \\ -2q^* & i\beta \end{pmatrix}, \tag{2.6}$$

$$V_0 = \begin{pmatrix} i|q|^2 & iq_t + \beta q \\ iq_t^* + \beta q^* & -i|q|^2 \end{pmatrix}, V_{-1} = \begin{pmatrix} \eta & -p \\ -p^* & -\eta \end{pmatrix}. \tag{2.7}$$

Подставив (2.3)-(2.4) в выражение $U_z - V_t + UV - VU = 0$, после некоторых алгебраических вычислений получим систему уравнений (1.1)-(1.3) [4].

3. Солитонные решения обобщенной системы уравнений ШМБ.

3.1. Односолитонные решенияобобщенной системы уравнений ШМБ. Основываясь на парах Лакса (2.1)-(2.2) можем построить преобразование Дарбу первого порядка для системы уравнений (1.1)-(1.3) в виде:

$$q' = q - 2i\frac{(\lambda_1 - \lambda_1^*)\phi_1\phi_2^*}{\Delta}, \tag{3.1.1}$$

$$p' = \frac{p\gamma_1^2}{\gamma_2\Delta^2} - \frac{p^*(\lambda_1 - \lambda_1^*)^2\phi_1^2\phi_2^{*2}}{\gamma_2\Delta^2} + \frac{2\eta\gamma_1(\lambda_1 - \lambda_1^*)\phi_1\phi_2^*}{\gamma_2\Delta^2}, \tag{3.1.2}$$

$$\eta' = \eta\left(1 + \frac{2(\lambda_1 - \lambda_1^*)^2|\phi_1|^2|\phi_2|^2}{\gamma_2\Delta^2}\right) + \frac{p\gamma_1(\lambda_1 - \lambda_1^*)\phi_1^*\phi_2}{\gamma_2\Delta^2} - \frac{p^*\gamma_1^*(\lambda_1 - \lambda_1^*)\phi_1\phi_2^*}{\gamma_2\Delta^2}, \tag{3.1.3}$$

где

$$\gamma_1 = (\lambda_1+\omega)|\phi_1|^2 + (\lambda_1^* + \omega)|\phi_2|^2, \gamma_2 = (\lambda_1+\omega)(\lambda_1^* + \omega),\ \Delta = |\phi_1|^2 + |\phi_2|^2.$$

Для односолитонных решений необходимы условия удовлетворяющие соотношениям $q_c = 0, p_c = 0, \eta_c = 1.$ С помощью метода разделения переменных и принципа суперпозиции получим следующие собственные функции системы (2.1)-(2.2):

$$\phi_1 = \exp(a_1 z - i\lambda_1 t + \delta_1), \tag{3.1.4}$$

$$\phi_2 = \exp(-a_1 z + i\lambda_1 t + \delta_2), \tag{3.1.5}$$

где δ_1 и δ_2 произвольные постоянные, а также

$$a_1 = -2i\lambda_1^{\,2} - i\beta\lambda_1 + \frac{i}{\lambda_1 + \omega}. \tag{3.1.6}$$

Подставляя (3.1.4)-(3.1.5) в (3.1.1)-(3.1.3) получим односолитонные решения для системы уравнений (1.1)-(1.3). Подробное исследование получения односолитонных решений для обобщенной системы уравнений ШМБ было рассмотрено в работе [5].

3.2. Двухсолитонные решения обобщенной системы уравнений ШМБ. Для построения двухсолитонных решений системы уравнений (1.1)-(1.3) повторим преобразования Дарбу в виде:

$$\begin{pmatrix}\psi_1\\ \psi_2\end{pmatrix} = \left[\lambda_2\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix} - H\Lambda H^{-1}\right]\begin{pmatrix}\phi_1\\ \phi_2\end{pmatrix}, \tag{3.2.1}$$

где

$$\Lambda = \begin{pmatrix}\lambda_1 & 0\\ 0 & \lambda_1^*\end{pmatrix},\ H = \begin{pmatrix}\phi_1 & \phi_2^*\\ \phi_2 & -\phi_1^*\end{pmatrix}. \tag{3.2.2}$$

В результате вычислений преобразование Дарбу второго порядка для системы (1.1)-(1.2) имеет вид:

$$q^{[2]} = q^{'} - 2i\frac{(\lambda_2 - \lambda_2^*)\psi_1\psi_2^*}{\Delta}, \tag{3.2.3}$$

$$p^{[2]} = \frac{p^{'}\gamma_1^{'2}}{\gamma_2^{'}\Delta^2} - \frac{p^{'*}(\lambda_2 - \lambda_2^*)^2\psi_1^2\psi^{*2}_2}{\gamma_2^{'}\Delta^2} + \frac{2\eta^{'}\gamma_1^{'}(\lambda_2 - \lambda_2^*)\psi_1\psi_2^*}{\gamma_2^{'}\Delta^2}, \tag{3.2.4}$$

$$\eta^{[2]} = \eta^{'}\left(1 + \frac{2(\lambda_2 - \lambda_2^*)^2|\psi_1|^2|\psi_2|^2}{\gamma_2^{'}\Delta^2}\right) + \frac{p^{'}\gamma_1^{'}(\lambda_2 - \lambda_2^*)\psi_1^*\psi_2}{\gamma_2^{'}\Delta^2} - \frac{p^{'*}\gamma_1^{'*}(\lambda_2 - \lambda_2^*)\psi_1\psi_2^*}{\gamma_2^{'}\Delta^2}, \tag{3.2.5}$$

где

$$\gamma_1^{'} = (\lambda_2+\omega)|\psi_1|^2 + (\lambda_2^* + \omega)|\psi_2|^2, \gamma_2^{'} = (\lambda_2+\omega)(\lambda_2^* + \omega),\ \Delta = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2. \tag{3.2.6}$$

Собственные функции для преобразования Дарбу второго порядка выражаются в виде:

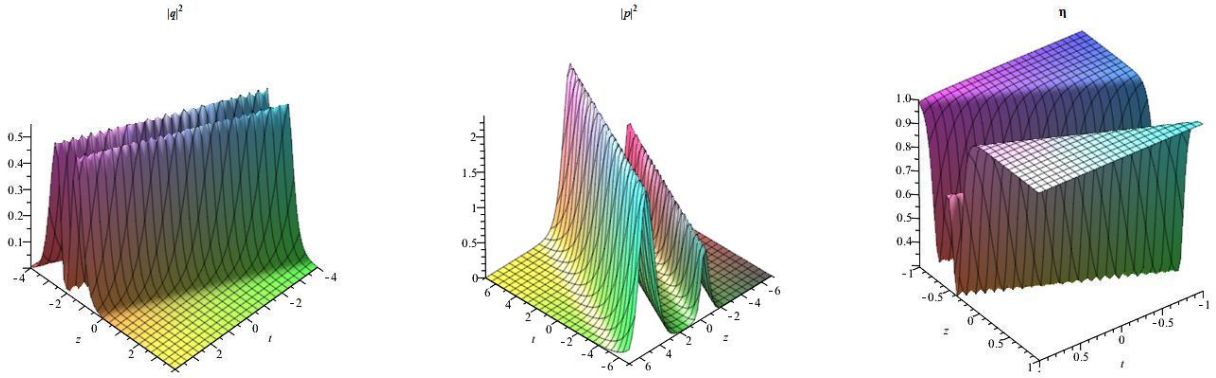
$$\psi_1 = \exp(a_2 z - i\lambda_2 t + \mu_1), \tag{3.2.7}$$

$$\psi_2 = \exp(-a_2 z + i\lambda_2 t + \mu_2), \tag{3.2.8}$$

где μ_1 и μ_2 произвольные постоянные, а также

$$a_2 = -2i\lambda_2{}^2 - i\beta\lambda_2 + \frac{i}{\lambda_2 + \omega}. \tag{3.2.9}$$

Подставляя (3.2.7)-(3.2.8) в (3.2.3)-(3.2.5) получим двухсолитонные решения для системы уравнений (1.1)-(1.3). Графики двухсолитонных решений для системы ШМБ представлены на рисунке 1.



а) $\lambda_1 = 0.5i, \lambda_2 = -0.5i,$ $\delta_1 = \mu_1 = 0.1, \delta_2 = \mu_2 = 0.7.$

б) $\lambda_1 = 0.25i, \lambda_2 = 0.5i,$ $\delta_1 = \mu_1 = 1, \delta_2 = \mu_2 = 5.$

в) $\lambda_1 = 2i, \lambda_2 = 2i,$ $\delta_1 = \mu_1 = 2.5 + 1.8i,$ $\delta_2 = \mu_2 = 0.9 + 1.8i.$

Рис .1: Графики двухсолитонных решений для *q(z,t),p(z,t)* и $\eta(z,t)$ при $\omega = 3,\ \beta = 2.$

Заключение. В данной работе рассматривалась обобщенная система уравнений Шредингера-Максвелла-Блоха, описывающая распространение оптического солитона. Для системы (1.1)-(1.3) построены двухсолитонные решения обобщенной системы уравнений ШМБ с помощью метода преобразования Дарбу. Графически представили двухсолитонные решения для системы уравнений ШМБ.

Список использованных источников

1. Инфельд Э., Роуландс Дж. Нелинейные волны, солитоны и хаос. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006, 12 с.
2. Сазонов С.В. Оптические солитоны в средах из двухуровневых атомов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики, № 5 (87), 2013, 1 с.
3. L. Allen and J. H. Eberly, Optical Resonance and Two-Level Atoms // Wiley Press, New York, 1975. P.452-452.
4. G. P. Agrawal, Nonlinear Fiber Optics // Academic Press, San Diego, 2001. P.142-144.
5. Жаппарова М.С., Шайхова Г.Н., Шаихова Г.С. Односолитонные решения обобщенной системы уравнений Шредингера-Максвелла-Блоха // Международное научно-педагогическое издание «Высшая школа Казахстана». №2, 2017. – С.201-206.