ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»

студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых

«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»

PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars

«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»

14th April 2017, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

«Ғылым және білім - 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ XII Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017»

PROCEEDINGS of the XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017»

2017 жыл 14 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

УДК 524.834

ДЕЙСТВИЕ И УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ МЕТРИКИ БЬЯНКИ ТИПА I С НЕМИНИМАЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ И ГРАВИТАЦИИ

Молдагалиева Дана Рустемовна
Студент 2 курса Физико-технического факультета
ЕНУ им Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – К.Р. Мырзакулов

В последние годы для описания эволюции Вселенной были предложены различные альтернативные теории общей теории относительности [1.2]. Одним из таких альтернативных теории является теория $F(R)$ гравитации, которая является модификацией общей теории относительности.

В данной работе в рамках общей теории относительности рассмотрим космологическую модель анизотропной Вселенной с неминимальной связью гравитацией и скалярным полем φ. Действие для этой модели зададим в виде

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2k}h(\varphi)R + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V\right], \quad (1)$$

где φ - является скалярным полем, R - скаляр кривизны, h - некая функция, связывающая гравитацию со скалярным полем и V - потенциальная энергия и $k = \frac{4\pi G}{c^4}$. Совместно с этим действием рассмотрим метрику типа Бьянки I

$$ds^2 = -dt^2 + A^2dx^2 + B^2dy^2 + C^2dz^2, \quad (2)$$

где A, B, C - масштабные факторы. Тогда для этой метрики, отличные от нуля ковариантные компоненты метрического тензора

$$\mathrm{g}_{00} = -1, \quad \mathrm{g}_{11} = \mathrm{A}^2, \quad \mathrm{g}_{33} = \mathrm{B}^2, \quad \mathrm{g}_{33} = \mathrm{C}^2,$$

и соответственно, контрвариантные компоненты метрического тензора определяются как

$$\mathrm{g}^{00} = -1, \quad \mathrm{g}^{11} = \mathrm{A}^{-2}, \quad \mathrm{g}^{22} = \mathrm{B}^{-2}, \quad \mathrm{g}^{33} = \mathrm{C}^{-2}.$$

С помощью этих значений и используя формулу

$$\Gamma^i_{kl} = \frac{1}{2}g^{im}\left(\frac{\partial g_{mk}}{\partial x^l} + \frac{\partial g_{ml}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{kl}}{\partial x^m}\right) \quad (3)$$

Можно будет определить отличные от нуля компоненты символов Кристоффеля

$$\Gamma^0_{11} = A\dot{A}, \Gamma^0_{22} = B\dot{B}, \Gamma^0_{33} = C\dot{C},$$

$$\Gamma^1_{01} = \Gamma^1_{10} = A^{-1}\dot{A}, \Gamma^2_{02} = \Gamma^2_{20} = B^{-1}\dot{B}, \Gamma^3_{03} = \Gamma^3_{30} = C^{-1}\dot{C}$$

Здесь точка над буквой означает дифференцирование по времени t. Все остальные компоненты равны нулю.

В дальнейшем вычисление тензора Риччи по формуле

$$R_{ik} = \frac{\partial \Gamma^{l}_{ik}}{\partial x^{l}} - \frac{\partial \Gamma^{l}_{il}}{\partial x^{k}} + \Gamma^{l}_{ik}\Gamma^{m}_{lm} - \Gamma^{m}_{il}\Gamma^{l}_{km} \tag{4}$$

приводит к следующим выражениям:

$$R_{00} = -\frac{\ddot{A}}{A} - \frac{\ddot{B}}{B} - \frac{\ddot{C}}{C},$$
$$R_{11} = \ddot{A}A + \frac{A\dot{A}\dot{B}}{B} + \frac{A\dot{A}\dot{C}}{C},$$
$$R_{22} = \ddot{B}B + \frac{B\dot{B}\dot{A}}{A} + \frac{B\dot{B}\dot{C}}{C},$$
$$R_{33} = \ddot{C}C + \frac{C\dot{C}\dot{B}}{B} + \frac{C\dot{C}\dot{A}}{A}$$

Наконец, упрощая R_{ik}, получим инвариант

$$R = g^{ik}R_{ik},$$

называемый скалярной кривизной пространства. Тогда, для метрики (2) скаляр кривизны R определяем как

$$R = 2\left(\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC}\right). \tag{5}$$

Таким образом, подставляя в действие выражение (5) и подразумевая, что $\sqrt{-g} = ABC$, получаем

$$S = \int d^4xABC\left[h\left(\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC}\right) + \frac{1}{2}\dot{\varphi} - V\right]$$

Отсюда получаем функцию точечного Лагранжа равную:

$$L = h'\dot{\varphi}\left(BC\dot{A} + AC\dot{B} + AB\dot{C}\right) + h\left(C\dot{A}\dot{B} + B\dot{A}\dot{C} + A\dot{B}\dot{C}\right) - \frac{1}{2}ABC\dot{\varphi}^2 + ABCV \tag{6}$$

Далее, для определения полевых уравнений будем использовать уравнения Эйлера-Лагранжа и условие нулевой энергии:

$$\frac{\partial L}{\partial A} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{A}} = 0, \tag{7}$$

$$\frac{\partial L}{\partial B} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{B}} = 0, \tag{8}$$

$$\frac{\partial L}{\partial C} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{C}} = 0, \tag{9}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \varphi} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = 0, \tag{10}$$

$$E = \frac{\partial L}{\partial \dot{A}}\dot{A} + \frac{\partial L}{\partial \dot{B}}\dot{B} + \frac{\partial L}{\partial \dot{C}}\dot{C} + \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}}\dot{\varphi} = 0 \quad .(11)$$

Тогда, для точечного Лагранжиана (6) и метрики (2) полевые уравнения определим как

$$h''\dot{\varphi}^2 + h'\ddot{\varphi} + h'\dot{\varphi}\left(\frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C}\right) + h\left(\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC}\right) + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V = 0, \tag{12}$$

$$h''\dot{\varphi}^2 + h'\ddot{\varphi} + h'\dot{\varphi}\left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{C}}{C}\right) + h\left(\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC}\right) + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V = 0, \tag{13}$$

$$h''\dot{\varphi}^2 + h'\ddot{\varphi} + h'\dot{\varphi}\left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B}\right) + h\left(\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB}\right) + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V = 0, \tag{14}$$

$$\ddot{\varphi} + \left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C}\right)\dot{\varphi} - \left(\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC}\right)h' + V' = 0, \tag{15}$$

$$\left(\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC}\right)h + \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V = 0, \tag{16}$$

Таким образом, нами были определены полевые уравнения для точечного Лагранжа (6) и метрики (2).

В частности для действия (1) и метрики (2) найдена точечная функция Лагранжа. Также были определены полевые уравнения (12)-(16) с использованием уравнения Эйлера-Лагранжа и условия нулевой энергии. В дальнейших работах планируется их решение для рассмотрения динамики пространства в F(R) пространстве.

Список использованных источников

1. https://en.wikipedia.org/wiki/F(R)_gravity
2. Shin'ichi Nojiri and Sergei D. Odintsov. Mimetic F(R) gravity: Inflation, dark energy and bounce // *Mod. Phys. Lett. A* **29**, 1450211 (2014) [13 pages] DOI: http://dx.doi.org/10.1142/S0217732314502113
3. Jai-chan Hwang, Hyerim Noh· *f*(*R*) gravity theory and CMBR constraints // Physics Letters B. Volume 506, Issues 1–2, 3 May 2001, Pages 13–19.