ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»

студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»

PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»

14th April 2017, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

«Ғылым және білім - 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2017»

PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2017»

2017 жыл 14 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

УДК 519.911

ОБ ОДНОЗНАЧНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ДВУХТОЧЕЧНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С ИМПУЛЬСНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

Мухасова Бибигуль Сериккызы
mukhassova@mail.ru
Магистрант ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – А. Тлеулесова

Линейные двухточечные краевые задачи с импульсным воздействием для систем обыкновенных дифференциальных уравнений $(1)-(3)$ были исследованы многими авторами [1-4]. В [1] имеется обзор работ посвященных краевым задачам. В работе [2] на основе метода параметризации получены критерии однозначной разрешимости линейной двухточечной краевой задачи. В данной работе метод параметризации применяется к двухточечной краевой задаче с импульсным воздействием $(1)-(3)$.

На отрезке $[0,T]$ рассматривается двухточечная краевая задача с импульсным воздействием

$$\frac{dx}{dt} = Ax + f(t),\ t \in [0,T] \setminus \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\},\ x \in R^n \tag{1}$$

$$0 = \theta_0 < \theta_1 < \theta_2 < \theta_3 = T$$

$$B_i x(\theta_i - 0) + C_i x(\theta_i + 0) = p_i,\ i \in \overline{1,3}, \tag{2}$$

$$B_0 x(0) + C_0 x(T) = d,\ d \in R^n \tag{3}$$

где матрица $A(t)$, вектор-функция $f(t)$ кусочно-непрерывные на $[0,T]$ с возможными разрывами первого рода в точках $t = \theta_i$, $i \in \overline{1,3}$. $B_{i,} C_i$ - постоянные матрицы, где $i \in \overline{0,3}$.

Решением задачи $(1)-(3)$ является кусочно-непрерывно дифференцируемая на $[0,T]$ вектор-функция $x(t)$ которая удовлетворяет дифференциальному уравнению (1) на $[0,T]$, кроме точки $t = \theta_i$, $i \in \overline{1,3}$ граничному условию (2) и условиям импульсных воздействий в фиксированные моменты (3).

Пусть $h_i = \theta_i - \theta_{i-1}$, $i = \overline{1,4}$. Возьмем число $l = 2$ и по нему произведем разбиение промежутка $\bigcup_{r=1}^{(m+1)l} [t_{r-1}, t_r)$ где точки импульсного воздействия m=3, входят в число точек разбиения, а расстояние между этими точками делится на $l = 2$ частей.

Через $x_r(t)$ обозначим сужение функции $x(t)$ на r-ый интервал $t \in [t_{r-1,} t_r)$ $r = \overline{1,(m+1)l}$ и задачу $(1)-(3)$ сведем к многоточечной краевой задаче с импульсным воздействием. Затем обозначив $\lambda_r \triangleq x_r(t)$, на каждом интервале $[t_{r-1}, t_r)$ произведем замену $u_r(t) = x_r(t) - \lambda_r$, $r \in \overline{1,8}$. Тогда задача сведется к эквивалентной многоточечной краевой задаче с параметрами

$$\frac{du_r}{dt} = A(t)[u_r(t) + \lambda_r] + f(t),\ u_r(t_{r-1}) = 0,\ r \in \overline{1,8} \tag{8}$$

$$B_0 \lambda_1 + C_0 \lim_{t \to T-0} u_8(t) + C_0 \lambda_8 = d, \tag{9}$$

$$B_i \lim_{t \to t_{il}-0} u_{il}(t) + B_i \lambda_{il} - C_i \lambda_{il+1}(t) = p_i\ ,\ i \in \overline{(1,8)},\ l = 2 \tag{10}$$

$$\lambda_s + \lim_{t \to t_s - 0} u_s(t) = \lambda_{s+1},\ s \in \{1,7\}. \qquad (11)$$

Решением задачи (8)-(11) является пара $(u[t], \lambda_r)$ с элементами $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_{(m+1)l})' \in R^{n(m+1)l}$, $u[t] = (u_1(t), u_2(t), ..., u_8(t)$ где функции $u_r(t)$, $t \in [t_{r-1,} t_r)$ непрерывно дифференцируемы в $t \in [t_{r-1,} t_r)$, $r \in \overline{1,8}$ и при $\lambda_r = \lambda_r^{(*)}$ удовлетворяет системе обыкновенных дифференциальных уравнений (8) и условиям (9)-(11)

Задача $(8)-(11)$ отличается от задачи $(1)-(3)$ тем, что здесь появились начальные условия в точках $t = t_{r-1}$, $r = \overline{1,8}$, которые позволяют определить $u_r(t)$, $t \in [t_{r-1,} t_r), r \in \overline{1,8}$ из интегрального уравнения Вольтерра 2 рода

$$u_r(t) = \int_{t_{r-1}}^{t} A(\tau)[u_r(\tau) + \lambda_r]d\tau + \int_{t_{r-1}}^{t} f(\tau)d\tau,\ t \in [t_{r-1,} t_r),\quad r = \overline{1,8}, \qquad (12)$$

Интегрируя ν раз,при $\nu = 2$ – число внутренних суперпозиций $\nu \to \infty$ получим следующие представления функции $u(t)$

$$D_{2,8} = \int_{t_0}^{t} A(\tau_1) \int_{t_0}^{\tau_1} A(\tau_2)\lambda_2 d\tau_2 d\tau_1 + \int_{t_0}^{t} A(\tau_1)\lambda_1 d\tau_1$$

$$F_{2,8} = \int_{t_0}^{t} A(\tau_1) \int_{t_0}^{\tau_1} f(\tau_2) d\tau_2 d\tau_1 + \int_{t_0}^{t} f(\tau_1) d\tau_1$$

$$G_{2,8} = \int_{t_0}^{t} A(\tau_1) \int_{t_0}^{\tau_1} A(\tau_2) u_2 d\tau_2 d\tau_1$$

$$u_8(t) = \lambda_8 D_{2,8}(t) + F_{2,8}(t) + G_{2,8}(u,t),\ t \in [t_7, T)$$

Из (12) находим $\lim_{t \to T-0} u_8(t) = \lambda_8 D_{2,8}(T) + F_{2,8}(T) + G_{2,8}(u_8, T)$.Подставляя соответствующие $\lim_{t \to T-0} u_8(t)$ (9)-(11) получая следующие уравнения и (9), (10) умножим все на соответствующие $\frac{h_i}{2}$, $i = \overline{1,4}$

$$\frac{h_4}{2} B_0 \lambda_1 + \frac{h_4}{2} C_0 \lambda_8 (D_{2,8}(T) + I) = \frac{h_4}{2} d - \frac{h_4}{2} C_0 F_{2,8}(T) - \frac{h_4}{2} C_0 G_{2,8}(u,T),$$

$$\frac{h_i}{2} B_i \lambda_{2i} (D_{2,2i}(t_{2i}) + I) - \frac{h_i}{2} C_i \lambda_{2i+1} = p_i \frac{h_i}{2} - \frac{h_i}{2} B_i F_{2,2i}(t_{2i}) - \frac{h_i}{2} B_i G_{2,2i}(u, t_{2i}),$$

$\lambda_i (D_{\nu,8}(T) + I) - \lambda_{i+1} = -F_{\nu,8}(T) - G_{\nu,8}(u,T),$ где I - единичная матрица размерности $n \times n$

$$Q_{\nu,l} \lambda = -F_{\nu,i}(t_i) - G_{\nu,i}(u, t_i), \quad \lambda \in R^{8n}. \qquad (13)$$

Таким образом, для нахождения пары $(\lambda, u[t])$ – решения задачи $(8)-(11)$- имеем замкнутую систему уравнений (8), (13). Если известны параметры $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_{(m+1)l})'$, то систему функций $u[t] = (u_1(t), u_2(t), ..., u_{(m+1)l}(t))'$ определим из интегральных уравнений (12). И наоборот, если известна система функций $u[t]$, то из уравнения (13) определим значения параметра $\lambda \in R^{n(m+1)l}$. Однако неизвестными являются как λ, так и $u[t]$, поэтому для нахождения пары $(\lambda, u[t])$ применяем метод последовательных приближений и следующий алгоритм:

0-шаг. а) Предполагая, что при выбранных $l \in N$, $\nu \in N$ матрица $Q_\nu(l) : R^{n(m+1)l} \to R^{n(m+1)l}$

обратима, начальное приближение по параметру $\lambda^{(0)} = (\lambda_1^{(0)}, \lambda_2^{(0)}, ..., \lambda_{(m+1)l}^{(0)})' \in R^{n(m+1)l}$ определяем из уравнения $Q_\nu(l)\lambda = -F_\nu(l)$, т.е. $\lambda^{(0)} = -[Q_\nu(l)]^{-1} F_\nu(l)$;

б) Используя компоненты вектора $\lambda^{(0)} \in R^{n(m+1)l}$ и решая задачу Коши (8) при $\lambda_r = \lambda_r^{(0)}$ на интервалах $[t_{r-1}, t_r)$, находим функции $u_r^{(0)}(t)$ $r = \overline{1,(m+1)l}$.

1-шаг. а) Найденные $u_r^{(0)}(t)$ подставляя в правую часть (8), из уравнения $Q_\nu(l)\lambda = -F_\nu(l) - G_\nu(u^{(0)}, l)$ определяем первое приближение по параметру $\lambda^{(1)}$;

б) Решая задачу Коши (8) на интервалах $[t_{r-1,} t_r)$, при $\lambda_r = \lambda_r^{(1)}$, находим функции $u_r^{(1)}(t)$, $r = \overline{1,(m+1)l}$. И т.д.

Продолжая процесс на **k-ом шаге** получаем систему пар $(\lambda_r^{(k)}, u_r^{(k)}(t))$, $r = \overline{1,(m+1)l}$, $k = 0,1,2,...$.

Достаточное условие осуществимости и сходимости предложенного алгоритма к единственному решению, а также оценка разностей между точными и приближенными решениями устанавливает

Теорема 1. Пусть при некоторых $l \in N$ и $\nu \in N$, матрица $Q_\nu(l): R^{n(m+1)l} \to R^{n(m+1)l}$ обратима и выполняются неравенства:

$$a)\left\|[Q_\nu(l)]^{-1}\right\| \le \gamma_\nu(l),$$

$$б)q_\nu(l) = \gamma_\nu(l)\max(1, \max_{i=\overline{1,m}} \frac{h_i}{l}\|B_i\|, \frac{h_{m+1}}{l}\|C_0\|)\left[\exp(\frac{\alpha h^0}{l}) - \sum_{j=0}^{\nu}\frac{1}{j!}(\frac{\alpha h^0}{l})^j\right] < 1.$$

Тогда последовательность пар $(\lambda^{(k)}, u^{(k)}[t])$ при $k \to \infty$ сходится к $(\lambda^{(*)}, u^{(*)}[t])$ единственному решению задачи $(8)-(11)$ и справедливы следующие оценки:

$$\left\|\lambda^* - \lambda^{(k)}\right\| \le \frac{[q_\nu(l)]^k}{1-q_\nu(l)}\left\|\lambda^{(1)} - \lambda^{(0)}\right\| \le \frac{[q_\nu(l)]^k}{1-q_\nu(l)}\gamma_\nu(l)\max(1, \max_{i=\overline{1,m}}\frac{h_i}{l}\|B_i\|, \frac{h_{m+1}}{l}\|C_0\|)\frac{1}{\nu!}(\frac{\alpha h^0}{l})^\nu L_\nu(l)$$

$$\left\|u_r^* - u_r^{(k)}(t)\right\| \le \left[e^{\frac{\alpha h^0}{l}} - 1\right]\frac{[q_\nu(l)]^k}{1-q_\nu(l)}\gamma_\nu(l)\max(1, \max_{i=\overline{1,m}}\frac{h_i}{l}\|B_i\|, \frac{h_{m+1}}{l}\|C_0\|)\frac{1}{\nu!}(\frac{\alpha h^0}{l})^\nu L_\nu(l) \quad r = \overline{1,(m+1)l}$$

где

$$L_\nu(l)\left[\exp(\frac{\alpha h^0}{l}) - 1\right]\gamma_\nu(l)\max\left[1 + \frac{h_{m+1}}{l}\|C_0\|\sum_{j=0}^{\nu-1}\frac{1}{j!}(\frac{\alpha h_{m+1}}{l})^j, \sum_{j=0}^{\nu-1}\frac{1}{j!}(\frac{\alpha h^0}{l})^j, 1 + \max_{i=\overline{1,m}}\frac{h_i}{l}\|B_i\|\sum_{j=0}^{\nu-1}\frac{1}{j!}\right] \times$$

$$\times\left[(\frac{\alpha h_{m+1}}{l})^j\right]\max(\|d\|, \|f\|_1, \max_{i=\overline{1,m}}\|p_i\|)\frac{h^0}{l} + \exp(\frac{\alpha h^0}{l})\|f\|_1\frac{h^0}{l}.$$

Список использованных источников

1. Самойленко А.М., Ронто Н.И. Численно–аналитические методы исследования решений краевых задач// Киев: Наук. думка. 1985. - 224 б.
2. Джумабаев Д.С. Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения //Ж. вы- числ. матем. и матем. физ. - 1989. - Т. 29, №1. 50-66 б.
3. Тлеулесова А.Б. Об однозначной разрешимости двухточечной краевой задачи с импульсным воздействием// Матем. журнал.- Алматы, -2004

4. Тлеулесова А.Б.Екі нүктелі импульстік әсері бар шеттік есептің бірмәнді шешілімділігінің жеткілікті шарты туралы// Матем. журнал. Алматы, -2005. –Т4.

УДК 510 (091)

ОНДЫҚ САНАУ ЖҮЙЕСІНДЕГІ n-ОРЫНДЫ САНДАРДЫҢ ЦИФРЛАРЫНЫҢ ҚОСЫНДЫСЫ ЖӘНЕ ЖАЛПЫ ҚОСЫНДЫСЫ

Ойрат Мадина
madinka-1997@mail.ru
Е.А.Букетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті, математика және ақпараттық технологиялар факультетінің 2-курс студенті, Қарағанды, Қазақстан
Ғылыми жетекші – Қ. Жетпісов.

Адамдар натурал сандармен жұмыс істеу барысында оларға ерекше ат беріп ерекше таңбалауларды пайдалanулары керек болды. Аз сандармен жұмыс істеуге бұлар айтарлықтай қиындықтар туғызбағанымен, үлкен сандардың пайда болуы қиындықтар туғыза бастады.

Ауызша және жазбаша нөмірлеудің проблемалары санау жүйесін құруға және жетілдіруге мәжбүр етті. Әртүрлі халықтардың құрған санау жүйесінің ішіндегі ең тиімдісі позициялық санаудың жеке жағдайы болып табылатын ондық санау жүйесі болды.

Позициялық санау жүйесі деп ақырғы таңбалар жиынының көмегімен натурал сандарды жазуға болатын анықтамалар мен ережелер жиынтығы аталады. [1]

Кез келген натурал a санын g – негізді санау жүйесінде

$$a = a_k g^{k-1} + a_{k-1} g^{k-2} + ... + a_2 g + a_1 \tag{1}$$

түрінде жазуға болады, мұндағы $a_1, a_2, ..., a_{k-1}, a_k$ – осы санау жүйесіндегі цифрлар деп аталады.

Енді Канторлық нөмірлеуді қарастырайық. Айталық, $A \neq \varnothing$ - бос жиын болмасын. A жиынының декарттық n дәрежесі деп

$$\underbrace{A \times A \times ... \times A}_{n\text{-рет}} = A^n = \{< a_1, a_2, ..., a_n > \mid a_i \in A;\ i = 1,2,...,n\}$$ жиынын айтамыз.

$< a_1, a_2, ..., a_n >$ - n - орынды кортеж (n -өлшемді вектор) деп аталады.

Кортеж индуктивті анықталады.

$n = 1 \quad < a_1 > = \{a_1\}$

$n = 2 \quad < a_1, a_2 > = \{a_1; \{a_1, a_2\}\}$

$\qquad\quad < a_2, a_1 > = \{a_2; \{a_1, a_2\}\}$

Сондықтан, $< a_1, a_2 > \neq < a_2, a_1 >$

$n = 3 \quad < a_1, a_2, a_3 > = << a_1, a_2 >; a_3 > = < \{a_1; \{a_1, a_2\}\}; a_3 > = \{\{a_1; \{a_1, a_2\}\}; \{\{a_1, \{a_1, a_2\}\}; a_3\}\}$

$n = k \quad (k \geq 3,...) \quad < a_1, a_2, ..., a_k > = << a_1, a_2, ..., a_{k-1} >; a_k >$

Кейбір анықтамаларды берейік:

a) А жиынының қуаты деп оның элементтерінің санын айтамыз және $n(A) = |A|$ арқылы белгілейміз.

b) N -арқылы натурал сандар жиынын, $N^+ = NU\{0\}$ арқылы теріс емес бүтін сандар жиынын