ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
ТҰҢҒЫШ ПРЕЗИДЕНТІ - ЕЛБАСЫНЫҢ ҚОРЫ

«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ – 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ – 2017»

PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2017»

14th April 2017, Astana

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

«Ғылым және білім - 2017»
студенттер мен жас ғалымдардың
XII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2017»

PROCEEDINGS
of the XII International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2017»

2017 жыл 14 сәуір

Астана

УДК 378

ББК 74.58
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2017» студенттер мен жас ғалымдардың XII Халықаралық ғылыми конференциясы = The XII International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2017» = XII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2017». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2017. – 7466 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-827-6

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 378

ББК 74.58

ISBN 978-9965-31-827-6

УДК 517.977.1:004.94

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОЦЕНКИ СУЩЕСТВОВАНИЯ ОСОБЫХ ТОЧЕК

Сулейманова Молдир
monika_sm@mail.ru
Студент ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – К. Сулейменов

В работе изучаются особые точки некоторых отображений, которые связаны с теорией особенностей гладких отображений представляющей собой обобщение исследования функций одной переменной на максимум и минимум. Таким образом, особенности связаны не с точками разрывов, а с обращением в нуль некоторых производных или якобианов для функций многих переменных [1].

Введем понятие особенностей дифференцируемых отображений: особые точки, их локальные алгебры и другие инварианты; определяются понятия, связанные с устойчивостью, и приводится начало классификации особенностей [2].

Пусть дано гладкое отображение $H: R^2 \to R^2:\ u = f(x_1, x_2),\ v = g(x_1, x_2)$, по которому для входных заданных чисел x_1, x_2 получим значения u, v, т.е.

$$(x_1, x_2) \xrightarrow{H} (u, v).$$

Определение. Точка $(x_1^0, x_2^0) \in R^2$ называется особой точкой, если в этой точке якобиан

$$\begin{vmatrix} \dfrac{\partial f(x_1^0,\, x_2^0)}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f(x_1^0,\, x_2^0)}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial g(x_1^0,\, x_2^0)}{\partial x_1} & \dfrac{\partial g(x_1^0,\, x_2^0)}{\partial x_2} \end{vmatrix} = 0$$

Рассмотрим алгоритм множеств, в которых существует особая точка [1].

1. Введем числа $a < b,\ c < d$, тем самым определим прямоугольник

$$\Lambda \equiv [a,b] \times [c,d], \quad a < b,\ c < d.$$

2. Введем числа $0 < \varepsilon < 1$ и $\delta = 0{,}00001$.

3. Найдем натуральные числа N_1, N_2 следующим образом:

$$N_1 = \left[\frac{2(b-a)}{\varepsilon}\right] + 1,\ N_2 = \left[\frac{2(d-c)}{\varepsilon}\right] + 1,$$

где $[R]$ - означает целую часть числа R.

4. Применением циклов по $i:\ i = 0, \dots, N_1$ и по $j:\ j = 0, \dots, N_2$, разобьем отрезки $[a,b]$ и $[c,d]$ точками

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_{N_1} = b$$

и

$$c = y_0 < y_1 < \dots < y_{N_2} = d,$$

где

$$x_{i+1}=a+i\cdot\frac{b-a}{N_1} \text{ и } y_{j+1}=c+j\cdot\frac{d-c}{N_2}.$$

5. Нахождения частных производных.

1) Применим циклы по i: $i=0,...,N_1$ и по j: $j=0,...,N_2$

2) Вычислим $h=\frac{\varepsilon}{2}$;

3) Для чисел x_i, x_i+h, y_j

и

$$x_i, y_j,\ y_j+h,$$

по отображению H, вычислим значения

$$u(x_i,y_j),\ u(x_i+h,y_j),\ u(x_i,y_j+h),$$

а также

$$v(x_i,y_j),\ v(x_i+h,y_j),\ v(x_i,y_j+h).$$

4) Вычислим

$$\frac{u(x_i+h,y_j)-u(x_i,y_j)}{h},\ \frac{u(x_i,y_j+h)-u(x_i,y_j)}{h},$$
$$\frac{v(x_i+h,y_j)-v(x_i,y_j)}{h},\ \frac{v(x_i,y_j+h)-v(x_i,y_j)}{h}.$$

5) Для чисел

$$x_i, x_i+\frac{h}{2}, y_j \text{ и } x_i, y_j,\ y_j+\frac{h}{2},$$

по отображению H, вычислим значения

$$u(x_i,y_j),\ u\left(x_i+\frac{h}{2},y_j\right),\ u\left(x_i,y_j+\frac{h}{2}\right),$$

а также

$$v(x_i,y_j),\ v(x_i+h,y_j),\ v(x_i,y_j+h).$$

6) Вычислим

$$\frac{u\left(x_i+\frac{h}{2},y_j\right)-u(x_i,y_j)}{\frac{h}{2}},\ \frac{u\left(x_i,y_j+\frac{h}{2}\right)-u(x_i,y_j)}{\frac{h}{2}},$$
$$\frac{v\left(x_i+\frac{h}{2},y_j\right)-v(x_i,y_j)}{\frac{h}{2}},\ \frac{v\left(x_i,y_j+\frac{h}{2}\right)-v(x_i,y_j)}{\frac{h}{2}} \text{ [1].}$$

7) Найдем модули разностей

$$u'_x(x_i,y_j)=\left|\frac{\frac{u\left(x_i+\frac{h}{2},y_j\right)-u(x_i,y_j)}{\frac{h}{2}}-\frac{u(x_i+h,y_j)-u(x_i,y_j)}{h}}{\frac{u\left(x_i+\frac{h}{2},y_j\right)-u(x_i,y_j)}{\frac{h}{2}}}\right| \quad u'_y(x_i,y_j)=\left|\frac{\frac{u\left(x_i,y_j+\frac{h}{2}\right)-u(x_i,y_j)}{\frac{h}{2}}-\frac{u(x_i,y_j+h)-u(x_i,y_j)}{h}}{\frac{u\left(x_i,y_j+\frac{h}{2}\right)-u(x_i,y_j)}{\frac{h}{2}}}\right|,$$

$$v'_x(x_i,y_j)=\left|\frac{\dfrac{v\left(x_i+\frac{h}{2},y_j\right)-v(x_i,y_j)}{\frac{h}{2}}-\dfrac{v(x_i+h,y_j)-v(x_i,y_j)}{h}}{\dfrac{v\left(x_i+\frac{h}{2},y_j\right)-v(x_i,y_j)}{\frac{h}{2}}}\right|,\quad v'_y(x_i,y_j)=\left|\frac{\dfrac{v\left(x_i,y_j+\frac{h}{2}\right)-v(x_i,y_j)}{\frac{h}{2}}-\dfrac{v(x_i,y_j+h)-v(x_i,y_j)}{h}}{\dfrac{v\left(x_i,y_j+\frac{h}{2}\right)-v(x_i,y_j)}{\frac{h}{2}}}\right|$$

8) Пока выполнены

$$u'_x(x_i,y_j)>\delta\vee u'_y(x_i,y_j)>\delta\vee v'_x(x_i,y_j)>\delta\vee v'_y(x_i,y_j)>\delta,$$

повторяются шаги 3)-7) с заменой *h* на *h/2* [2].

9) Как только нарушаются условия

$$u'_x(x_i,y_j)>\delta\vee u'_y(x_i,y_j)>\delta\vee v'_x(x_i,y_j)>\delta\vee v'_y(x_i,y_j)>\delta,$$

т.е. выполняются неравенства

$$u'_x(x_i,y_j)\le\delta\wedge u'_y(x_i,y_j)\le\delta\wedge v'_x(x_i,y_j)\le\delta\wedge v'_y(x_i,y_j)\le\delta,$$

то цикл по условию завершается.

10) В качестве частных производных в точке (x_i,y_j), возьмем числа

$$u'_x(x_i,y_j)=\frac{u\left(x_i+\frac{h}{2},y_j\right)-u(x_i,y_j)}{\frac{h}{2}},\quad u'_y(x_i,y_j)=\frac{u\left(x_i,y_j+\frac{h}{2}\right)-u(x_i,y_j)}{\frac{h}{2}},$$

$$v'_x(x_i,y_j)=\frac{v\left(x_i+\frac{h}{2},y_j\right)-v(x_i,y_j)}{\frac{h}{2}},\quad v'_y(x_i,y_j)=\frac{v\left(x_i,y_j+\frac{h}{2}\right)-v(x_i,y_j)}{\frac{h}{2}}.$$

6. Оценка особых точек

1) Применим циклы по $i=0,...,N_1-1$ и по $j=0,...,N_2-1$.

2) Вычислим якобианы в вершинах каждого прямоугольника

$$\Delta(x_i,y_j)=\begin{vmatrix}u'_x(x_i,y_j) & u'_y(x_i,y_j)\\ v'_x(x_i,y_j) & v'_y(x_i,y_j)\end{vmatrix},\quad \Delta(x_{i+1},y_j)=\begin{vmatrix}u'_x(x_{i+1},y_j) & u'_y(x_{i+1},y_j)\\ v'_x(x_{i+1},y_j) & v'_y(x_{i+1},y_j)\end{vmatrix},$$

$$\Delta(x_i,y_{j+1})=\begin{vmatrix}u'_x(x_i,y_{j+1}) & u'_y(x_i,y_{j+1})\\ v'_x(x_i,y_{j+1}) & v'_y(x_i,y_{j+1})\end{vmatrix},\quad \Delta(x_{i+1},y_{j+1})=\begin{vmatrix}u'_x(x_{i+1},y_{j+1}) & u'_y(x_{i+1},y_{j+1})\\ v'_x(x_{i+1},y_{j+1}) & v'_y(x_{i+1},y_{j+1})\end{vmatrix}.$$

3) Вычислим произведения

$$\Delta_1=\Delta(x_i,y_j)\cdot\Delta(x_{i+1},y_j),\ \Delta_2=\Delta(x_i,y_j)\cdot\Delta(x_i,y_{j+1}),\ \Delta_3=\Delta(x_i,y_j)\cdot\Delta(x_{i+1},y_{j+1}).$$

4) Если $\Delta_1<0\vee\Delta_2<0\vee\Delta_3<0$, то вывод – прямоугольник $[x_i,x_{i+1}]\times[y_j,y_{j+1}]$ содержит особую точку, нужно закрасить.

5) Иначе, т.е. $\Delta_1\ge0\wedge\Delta_2\ge0\wedge\Delta_3\ge0$, то вывод - прямоугольник $[x_i,x_{i+1}]\times[y_j,y_{j+1}]$ не содержит особую точку. [1]

Для тестирования применительно к отображению Уитни $y_1=x_1^3+x_1x_2,\quad y_2=x_2$ (сборка Уитни), нужно в программе вместо $H:R^2\to R^2:\ u=f(x,y),\ v=g(x,y)$

заменить $\begin{cases} u = f(x, y), \\ v = g(x, y). \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = x_1^3 + x_1 x_2, \\ y_2 = x_2. \end{cases}$

Список использованных источников

1. В.И. Арнольд, А.Н. Варченко, С.М. Гусейн-заде. Особенности дифференцируемых отображений. Классификация критических точек, каустик и волновых фронтов. М.: Главная редакция физико-математической литературы, 1982. 304 стр.
2. Д. В. Аносов, Гладкие динамические системы. Элементарная теория, Итоги науки и техники. Сер. Соврем. пробл. мат. Фундам. направления,

УДК 519.245

БІРНЕШЕ ИНТЕГРАЛДЫ БІР МЕЗГІЛДЕ БАҒАЛАУДА ҚАТЕЛІКТІ АЗАЙТУ ӘДІСТЕРІ

Тайжан Фариза Нұрланқызы

fariz__95@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУМеханика-математика факультетіМатематикалық және компьютерлік модельдеу кафедрасы1-курс магистранты, Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі –А.А.Адамов

Бұл мақалада Монте-Карло әдісін қолданып бірнеше интегралды бір мезгілде бағалайтын үлестірім тығыздығын анықтау және қателіктердің қосындысын азайту мәселесі қарастырылады. Алдымен қарапайым интегралды есептеу үшін Монте-Карло әдісінің қолданысын қарастыралық.

Мына түрде берілген

$$I = \int_a^b g(x)dx \qquad (1)$$

интегралды жуықтап есептеу керек болсын.

Монте-Карло әдісі бойынша қандай да бір $p(x)$ үлестірім тығыздығын таңдап, берілген (a,b) аралығында осы үлестірім тығыздығы арқылы анықталған кездейсоқ N $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_N$ нүктелері бойынша $\eta = \dfrac{g(\varepsilon)}{p(\varepsilon)}$ түріндегікездейсоқ шаманы анықтау керек.

Ал $Mf(\varepsilon) = \int_a^b f(x)p(x)dx$ қатынасынан $M\eta = \int_a^b \dfrac{g(x)}{p(x)} p(x)dx = I$ өрнегін аламыз.

Үш сигма ережесі мен орталық шектік теорема қолданысынан

$$P\left\{\left|\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\eta_j - I\right| < 3\sqrt{\frac{D_\eta}{N}}\right\} \approx 0.997 \qquad (2)$$

орындалатыны белгілі. Бұл теңдіктен Монте – Карло әдісі теориясына қатысты берілген интегралды есептеу схемасы мен оның қателігін бағалау формуласын аламыз, яғни $p(x)$ үлестірім тығыздығы бойынша модельденген N $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_N$ тәуелсіз шамаларының таңдасақ, онда

$$\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\frac{g(\varepsilon_j)}{p(\varepsilon_j)} \approx I \quad (3)$$