



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN



Л. Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ
ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
ЕВРАЗИЙСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Л. Н. ГУМИЛЕВА
GUMILYOV EURASIAN
NATIONAL UNIVERSITY



Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2015»
атты X Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
X Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2015»

PROCEEDINGS
of the X International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2015»

УДК 001:37.0
ББК72+74.04
Ғ 96

Ғ96

«Ғылым және білім – 2015» атты студенттер мен жас ғалымдардың X Халық. ғыл. конф. = X Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2015» = The X International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2015». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie-2015/>, 2015. – 7419 стр. қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-9965-31-695-1

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001:37.0
ББК 72+74.04

ISBN 978-9965-31-695-1

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2015

Сур.1. Екі сатылы химиялық реактор тізбегінің жобалаудағы күй векторы:

а) сызықтандырылған модель б) кешігумен жобаланған (4)

ҚОЛДАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР

1. Nguang S.K. Robust stabilization of a class of time-delay nonlinear systems // IEEE Trans. Automat. Contr. 2000. V. 45. №4. 756-7626
2. Афанасьев В.Н. Аналитическое конструирование детерминированных конечномерных систем управления- МИЭМ М., 2003. – 160б.
3. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. – М.: Высшая школа, 2003. – 615б.
4. Афанасьев В.Н. Динамические системы с неполной информацией: Алгоритмическое конструирование. – М.:КомКнига, 2007
5. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление.- М.: Наука, 2002
6. I. Ghiggi, A. Bender, J.M. Gomes de la Silva Jr. Dynamic Non-rational Anti-windup for Time-delay Systems with Saturating Inputs // 7th IFAC World Congress. Seoul, Korea. 2008. 277-2826

УДК 681 5 9 7558

ВТОРОЙ МЕТОД ЛЯПУНОВА В ПОСТРОЕНИИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ПОВЫШЕННЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ РОБАСТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ В КЛАССЕ КАТАСТРОФ «ГИПЕРБОЛИЧЕСКАЯ ОМБИЛИКА»

¹Мукатаев Н.С. ²Дайырбекова М.Д., ³Саурыков Е.М.

¹sgpi@mail.ru, ²madiko-1991@mail.ru, ³sm_erke@mail.ru

ЕНУ им.Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

¹ Докторант 3 курса специальности 6D070200 «Автоматизация и управление»

²Магистрант 1 курса специальности 6M070200 «Автоматизация и управление»

³Магистрант 2 курса специальности 6M070200 «Автоматизация и управление»

Научный руководитель –д.т.н., профессор Бейсенбі М.А.

Универсальным методом исследования устойчивости динамических систем является второй (прямой) метод А.М.Ляпунова. При этом требуется исследовать устойчивости в условиях многочисленных неопределенностей, ограничений и неполной информации. Актуальной является проблема анализа поведения систем управления при больших, но конечных изменениях параметров и синтеза законов управления, обеспечивающих в некотором смысле наилучшую защиту от большой неопределенности в описании объектов управления. В общей постановке исследование системы на робастную устойчивость состоит в указании ограничений на изменение параметров системы управления, при которых сохраняется устойчивость.

Если математическая модель описывает некоторый процесс (механический, электрический, химический, экономический и т.п.) то, как правило, его параметры неизвестны точно, а во многих случаях их значения в принципе не могут быть доступны точному определению, поскольку они могут меняться непредсказуемо в процессе эксплуатации. В таких случаях говорят о параметрической неопределенности. Исходная система при этом замыкается по семейству систем [1].

Поэтому исключительно важную роль в теории управления динамическими объектами играет робастная устойчивость [Там же], в частности системы управления с повышенным потенциалом робастной устойчивости [2,3].

В настоящей работе предлагается подход к построению функций Ляпунова по градиенту в форме вектор функций [4], а антиградиент по отношению переменной состояния

искомой функции Ляпунова задаются компонентами вектора скорости (правой частью уравнения состояния) системы. Для системы с повышенным потенциалом робастной устойчивости с одним входом и одним выходом, построенных в классе трехпараметрических структурно-устойчивых отображений (катастрофа гиперболическая омбилика) [5,6]. Область устойчивости получается в виде простейших неравенств по неопределенным параметрам объекта управления и выбираемым параметрам регулятора. Исследование устойчивости системы основывается на идеях второго метода А.М.Ляпунова [7,8].

Рассмотрим стационарную замкнутую систему управления с одним входом и одним выходом, описываемую уравнением состояния

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

Здесь $x(t) \in R^n$ - вектор состояния объекта; $u(t) \in R^1$ - скалярная функция управляющих воздействий; A - матрица объекта управления с неопределенными параметрами $n \times n$; B - матрица управления размерности $m \times 1$. Матрицы A и B имеют следующий вид

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

Закон $u(t)$ в замкнутом контуре задан в форме трехпараметрических структурно-устойчивых отображений (катастрофа гиперболическая омбилика) [5, 6]

$$u(x) = \frac{1}{b_n} (-x_1^3 - x_2^3 - k_1 x_1 x_2 + k_2 x_2 + k_3 x_1) \quad (2)$$

Система (1) в развернутом виде записывается

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n \\ \dot{x}_n = -x_1^3 - x_2^3 - k_1' x_1 x_2 - (a_n - k_1) x_1 - (a_{n-1} - k_2) x_2 - a_{n-2} x_3 - \dots - a_2 x_{n-1} - a_1 x_n \end{cases} \quad (3)$$

Стационарные (установившиеся) состояния системы определяются решением уравнения

$$-x_{1s}^3 - x_{2s}^3 - k_1' x_{1s} x_{2s} - (a_n - k_1) x_{1s} - (a_{n-1} - k_2) x_{2s} - a_{n-2} x_{3s} - \dots - a_1 x_{ns} = 0 \quad (4)$$

Из уравнения (4) находим стационарные состояния

$$x_{1s} = 0, x_{2s} = 0, \dots, x_{ns} = 0 \quad (5)$$

Другие стационарные состояния будут определяться решением уравнений

$$-x_{1s}^2 - a_n + k_1 = 0, x_{2s} = 0, x_{3s} = 0, \dots, x_{ns} = 0, \quad (6)$$

Уравнения (6) при отрицательных $k_1 - a_n$ ($k_1 - a_n < 0$) имеют мнимые решения, что не может соответствовать какой-либо физически возможной ситуации. При $k_1 - a_n > 0$ уравнение (6) допускает следующие стационарные состояния:

$$\begin{cases} x_{1s}^1 = \sqrt{k_1 - a_n}, x_{2s} = 0, \dots, x_{ns} = 0, \\ x_{1s}^2 = -\sqrt{k_1 - a_n}, x_{2s} = 0, \dots, x_{ns} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Устойчивость стационарных состояний (5) и (8) системы (1) будем исследовать методом функций Ляпунова [4,7,8].

Рассмотрим устойчивость стационарного состояния (5). Как известно из [7,8], с геометрической точки зрения, второй метод Ляпунова исследования устойчивости, сводится к построению семейства замкнутых поверхностей, окружающих начало координат и обладающих тем свойством, что интегральные кривые, касательными к которым являются

Тогда обозначаются компоненты вектора градиента от вектора функций Ляпунова

для полной производной по времени от функций Ляпунова получим

Из (8) видно, что полная производная от вектор-функций Ляпунова всегда является отрицательно определенной функцией, то есть достаточное условие асимптотической устойчивости системы всегда выполняется.

$$V(x) = \frac{1}{4}x_1^4 + \frac{1}{4}x_2^4 + \frac{1}{4}k_1'x_1^2x_2^2 + \frac{1}{2}(a_n - k_1 - 1)x_1^2 + \frac{1}{2}(a_{n-1} - k_2 - 1)x_2^2 + \frac{1}{2}(a_{n-2} - 1)x_3^2 + \dots + \frac{1}{2}(a_1 - 1)x_n^2$$
$$\left\{ \begin{array}{l} a_n - k_1 - 1 > 0 \\ a_{n-1} - k_2 - 1 > 0 \\ a_{n-2} - 1 > 0 \\ \vdots \\ a_1 - 1 > 0 \end{array} \right. \quad (10)$$

Исследуем устойчивость стационарного состояния (7) и для этого уравнения состояния (3) в отклонениях относительно стационарного состояния (7) записывается в виде

Обозначим градиент от компонент вектор-функций Ляпунова через:

939

$$\frac{\partial V_2(x)}{\partial x_1} = 0, \frac{\partial V_2(x)}{\partial x_2} = 0, \frac{\partial V_2(x)}{\partial x_3} = -x_3, \dots, \frac{\partial V_2(x)}{\partial x_n} = 0 \quad (12)$$

... ..

$$\frac{\partial V_n(x)}{\partial x_1} = x_1^3 + \frac{1}{2} k'_1 x_1 x_2 + 2(a_n - k_1)x_1, \frac{\partial V_n(x)}{\partial x_2} = x_2^3 + \frac{1}{2} k'_1 x_1 x_2 + (a_{n-1} - k_2)x_2, \frac{\partial V_n(x)}{\partial x_3} = a_{n-2}x_3, \dots,$$

$$\frac{\partial V_n(x)}{\partial x_n} = a_1 x_n$$

находим полную производную по времени от вектор-функций Ляпунова

$$\frac{dV(x)}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} = -x_1^3 - x_2^3 - \dots - x_n^2 - [x_1^3 + x_2^3 + k'_1 x_1 x_2 + (a_n - k_1)x_1 + (a_{n-1} - k_2)x_2 + a_{n-2}x_3 + \dots + a_1 x_n]^2, \quad (13)$$

Из (13) очевидно, что достаточное условие асимптотической устойчивости всегда будет выполняться, то есть полное производное от вектор-функций Ляпунова является знакоотрицательной функцией.

По градиенту (12) строим функцию Ляпунова

$$V(x) = \frac{1}{4} x_1^4 + \frac{1}{4} x_2^4 + \frac{1}{4} k'_1 x_1^2 x_2^2 + \frac{1}{2} (a_n - k_1 - 1)x_1^2 + \frac{1}{2} (a_{n-1} - k_2 - 1)x_2^2 + \frac{1}{2} (a_{n-2} - 1)x_3^2 + \dots + \frac{1}{2} (a_1 - 1)x_n^2 \quad (14)$$

Необходимые условия асимптотической устойчивости равновесного состояния (7) при $k'_1 > 0$, то есть условие положительной определенности функций Ляпунова для равновесного состояния (7), который существует только при $k_1 - a_n > 0$ (т.е. $a_n < k_1 < \infty$) будет выполняться, если:

$$\begin{cases} a_n - k_1 > 0 \\ a_{n-1} - k_2 - 1 > 0 \\ a_{n-2} - 1 > 0 \\ \vdots \\ a_1 - 1 > 0 \end{cases}$$

Таким образом, система (3) за счет введения в контур закона управления в форме трехпараметрических структурно-устойчивых отображений (катастрофа гиперболическая омбилика) становится устойчивой в неограниченно широких пределах изменения неопределенного параметра a_n , a_{n-1} и устанавливаемых параметров регулятора k_1 и k_2 . Стационарное состояние системы (5) существует и устойчиво при изменении параметров a_n , k_1 и a_{n-1} , k_2 в областях $-\infty < k_1 \leq a_n$ и $-\infty < k_2 < a_{n-1} - 1$ соответственно, а стационарное состояние (7) существует и устойчиво при изменении параметров a_n , k_1 и a_{n-1} , k_2 в областях $a_n < k_1 < \infty$ и $-\infty < k_2 < a_{n-1} - 1$. Для остальных параметров объекта имеются ограничения $a_i > 1, i \leq n - 2$.

В реальных системах управления неизбежно присутствует неопределенность, а система управления должно быть работоспособной при наличии неопределенности. Такое управления называется робастным.

Если преобразованную систему задаем антиградиентом [5, 6, 8] некоторой потенциальной функции (9) или (14), полученные ранее в виде функций Ляпунова и линеаризованную систему, например, вокруг стационарного состояния (5) получим в виде

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -(a_n - k_1)x_1 \\ \dot{x}_2 = -(a_{n-1} - k_2 - 1)x_2 \\ \dot{x}_3 = -(a_{n-2} - 1)x_3 \\ \dots \quad \dots \quad \dots \\ \dot{x}_n = -(a_1 - 1)x_n \end{cases} \quad (15)$$

Сверхустойчивость номинальной системы (15) определяется выражением [1]:
 $\sigma(G_0) = \min(-g_{ii}^0 - \sum_{j \neq i} |g_{ij}^0|) = \min((a_n^0 - k_1^0), a_{n-1}^0 - k_2^0 - 1, \min_i (a_{n-i}^0 - 1)) > 0, i = 2, 3, \dots, n-1, \quad (16)$

Потребуем, чтобы условие сверхустойчивости сохранялось для всех матриц семейства:

$$-(g_{ii}^0 + \Delta_{ii}) - \sum_{j \neq i} |g_{ij}^0 + \Delta_{ij}| > 0, i = 1, 2, \dots, n$$

то есть,

$$\begin{cases} a_n^0 - k_1^0 > 0 \\ a_{n-1}^0 - k_2^0 - 1 > 0 \\ a_{n-2}^0 - 1 > 0 \\ \dots \quad \dots \quad \dots \\ a_1^0 - 1 > 0 \end{cases}$$

Ясно, что это неравенство будет выполнено для всех допустимых Δ_{ii} тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} a_n^0 - k_1^0 - \gamma m_{11} > 0 \\ a_{n-1}^0 - k_2^0 - 1 - \gamma m_{22} > 0 \\ a_{n-2}^0 - 1 - \gamma m_{33} > 0 \\ \dots \quad \dots \quad \dots \\ a_1^0 - 1 - \gamma m_{nn} > 0 \end{cases}$$

то есть при,

$$\gamma < \gamma^* = \min\left(\frac{a_n^0 - k_1^0}{m_{11}}, \frac{a_{n-1}^0 - k_2^0 - 1}{m_{22}}, \min_i \frac{a_{n-i}^0 - 1}{m_{ii}}\right), i = 2, 3, \dots, n-1$$

В частности, если $m_{ii} = 1$ ($i = 1, 2, \dots, n$) (масштабы изменения всех элементов матрицы одинаковы), то

$$\gamma^* = \min((a_n - k_1), (a_{n-1} - k_2 - 1), \min_i (a_{n-i} - 1)) > 0, i = 2, 3, \dots, n-1.$$

Таким образом, можно в явном виде получить радиус сверхустойчивости семейства.

Список литературы

1. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление – М.: Наука, 2002. – 303 с.
2. Бейсенби М.А., Методы повышения потенциала робастной устойчивости систем управления. - Астана, 2011. - 352 с.
3. Бейсенби М.А., Модели и методы системного анализа и управление детерминированным хаосом в экономике. - Астана, 2011. - 201 с.
4. Воронов А.А., Мотросов В.М. Метод векторных функций Ляпунова в теории устойчивости. М., Наука, 1987.

5. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. – М.: Мир, 1980. – 607 с.
6. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф. В 2-х томах. Т.1. – М.: Мир, 1984.
7. Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости. – М.: Наука, 1967. – 225 с.
8. Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. – М.: Наука, 1966. – 540 с.

УДК 004.414.23:681.51

АНЫҚТАЛМАҒАНДЫҒЫ БАР ДИНАМИКАЛЫҚ НЫСАНДЫ РОБАСТЫ БАСҚАРУ ЖҮЙЕСІН ҚҰРУ

Мукатаева Асель Бакытжановна

Қазақстан, Астана қ., Л.Н. Гумилев ат.Еуразия ұлттық университетінің екінші курс магистранты.

Ғылыми жетекшісі – Д.Сатыбалдина

Қазіргі автоматтандырылған басқарудың өзекті мәселелердің бірі - стационарлы және сызықты емес жағдайда динамикалық жүйелерді робасты қасиеттерімен қамтамасыз ету. Осындай жүйелерді математикалық моделдеу әдісімен жобалау олардың өндеу тиімділігін әлдеқайда көтереді, бұл тек робастық басқару жүйелердің математикалық моделін берумен ғана шектелмей, оған қоса басқару алгоритмдердің арқасында, олардың сапасын қойған мақсатта қалыптастырады.

Электр жетек өнеркәсіптің барлық салаларында кең қолданылады. Ең жетілген автоматтандырылған электр жетек болып саналады. Бұл реттемлі электр жетек пен аусыпалы күйді автоматты реттеуден тұрады.[1,2]

Басқару жүйеде синхронды машиналардың ішінен ең перспективті вентельді машиналар (ВМ) болып саналады. Конструктивті артықшылыққа келесілер жатады:

Электромагнитті айнымалылардың нәтежелі векторларды d және q осьтары бойынша ажыратқанда $\bar{u}_s = u_d + j u_q$, $\bar{i}_s = i_d + j i_q$, $\bar{\Phi}_0 = \Phi_0$ олардың скалярлы сипаттамасын аламыз:

$$\begin{cases} u_d = R_s i_d + L_s \frac{di_q}{dt} - \omega L_s i_q, \\ u_q = R_s i_q + L_s \frac{di_d}{dt} + \omega L_s i_d + \omega \bar{\Phi}_0, \end{cases} \quad (1)$$

Электр жетектің механикалық бөлік қозғалысының теңдігі, яғни машина тепе-теңдік моментінің теңдігі:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = M - M_{\Pi}, \quad (2)$$

мұнда $\omega_m = \frac{\omega}{p}$ – қозғалтқыштың бұрыштық айналу жылдамдығы, p – жұп полюс саны, $M = \frac{2}{3} p \Phi_0 i_q$ – электрмагнитті момент, M_{Π} – кедергі моменттің жүктілігі.

(1), (2) теңдіктері ВМ айналымы координат жүйесінде скалярлы сипаттамасын береді.

Анализ барысында салыстырмалы айнымалылар және параметрлер еңгізіледі:

$$\bar{u} = \frac{\bar{u}}{U_b}, \bar{i} = \frac{\bar{i}}{I_b}, \bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_b}, \bar{m} = \frac{M}{M_b}, \bar{T}_s = \frac{\omega_b L_s}{R_s}, \bar{T}_m = \frac{J \omega_b^2}{M_b}, \bar{t} = \omega_b t, \quad (3)$$

осында бастапқы шамалар ретінде қолданылады:

$$U_b = \sqrt{2} U_{\Phi}, I_b = \frac{U_b}{R_s}, \omega_b = \frac{U_b}{\Phi_0}, M_b = \frac{2}{3} \Phi_0 I_b. \quad (4)$$

Вентильді машинаның үш артықшылығын атап өтейік:

- айналу жылдамдығы $M\eta=0$ бос жүру жылдамдығынан $\bar{\omega}_{0m} = 1/p = 0.125$; төмен
- кернеу $u_d = 0$ болғанына қарамастан, продольдіось бойында ток