ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ
ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
ЕВРАЗИЙСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Л.Н. ГУМИЛЕВА
GUMILYOV EURASIAN
NATIONAL UNIVERSITY

ЖАС ҒАЛЫМДАР КЕҢЕСІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2015» атты X Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ X Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2015»

PROCEEDINGS of the X International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2015»

УДК 001:37.0
ББК72+74.04
Ғ 96

Ғ96

«Ғылым және білім – 2015» атты студенттер мен жас ғалымдардың Х Халық. ғыл. конф. = Х Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2015» = The X International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2015». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie-2015/, 2015. – 7419 стр. қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-9965-31-695-1

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001:37.0
ББК 72+74.04

ISBN 978-9965-31-695-1

Список использованных источников

1. Dang Vu Gians, Moricz F. Lebesgue integrability of Fourier transforms //Acta Sci. Math. 1995. V.60, N1-2. P.329-343.
2. Титчмарш Е. Введение в теорию интегралов Фурье. М.:Гостехиздат, 1948. 479 с.

УДК 512.55

ПРИМЕР ИЗОМОРФНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ОДНОМЕРНОЙ АЛГЕБРЫ ЛИ

Бегжигитов Мади
skanf4@mail.ru
Студент 4-го курса ЕНУ имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – А.С. Науразбекова

Пусть F – поле. *Алгеброй Ли* над полем F называется векторное пространство L с билинейным отображением $L \times L \to L,\quad (x, y) \mapsto [x, y]$, удовлетворяющее следующим тождествам

$$[x, x] = 0 \text{ для } \forall x \in L,$$

$$[x,[y,z]]+[y,[z,x]]+[z,[x,y]]=0 \text{ для } \forall x, y, z \in L.$$

Пусть L_1 и L_2 - алгебры Ли над полем F. Отображение $\varphi : L_1 \to L_2$ называется *гомоморфизмом* алгебр Ли, если φ является линейным отображением и выполняется условие

$$\varphi([x, y]) = [\varphi(x), \varphi(y)] \text{ для всех } x, y \in L_1.$$

В этом равенстве первая скобка Ли взята из L_1, а вторая скобка Ли из L_2.

Пусть V - конечномерное векторное пространство над полем F. Множество всех линейных отображений из V в V обозначим через $gl(V)$. Известно, что $gl(V)$ - векторное пространство над полем F. На линейном пространстве $gl(V)$ определим скобку Ли по следующему правилу

$$[x, y] := x \circ y - y \circ x \text{ для } x, y \in gl(V),$$

где $\circ$ - композиция отображений. $\langle gl(V), [,] \rangle$ является алгеброй Ли [1, стр. 2].

Пусть L - алгебра Ли над полем F. *Представлением* алгебры Ли L называется гомоморфизм алгебр Ли

$$\varphi : L \to gl(V),$$

где V - конечномерное векторное пространство над F.

Представления алгебры Ли L $\varphi_v : L \to gl(V)$ и $\varphi_w : L \to gl(W)$ на векторные пространства V и W, соответственно, *изоморфны*, если существует изоморфизм $\theta : V \to W$ векторных пространств V и W, такой что

$$\theta \circ \varphi_v = \varphi_w \circ \theta.$$

Утверждение 1. *Пусть L – действительная абелева алгебра Ли размерности 1 и x – базисный элемент. Тогда двумерные матричные представления*

$$x \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, \; x \mapsto \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

алгебры Ли L на векторные пространства V и W, соответственно, изоморфны.

*Доказательство***.** Пусть

$$\varphi : L \to gl(V) \quad \text{и} \quad \psi : L \to gl(W)$$

два представления алгебры Ли L, определяемое отображениями

$$x \mapsto \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, \; x \mapsto \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix},$$

соответственно. Этим представлениям алгебры Ли соответствуют линейные отображения: $f : V \to V$, заданная матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, и $g : W \to W$, заданная матрицей $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

По определению, два представления $\varphi : L \to gl(V)$ и $\psi : L \to gl(W)$ изоморфны тогда только тогда, когда существует изоморфизм $\theta : V \to W$ векторных пространств V и W такой, что

$$\theta \circ \varphi_V = \psi_W \circ \theta, \text{ т.е. } \theta \circ f = g \circ \theta.$$

Для доказательства утверждения достаточно показать, что существует обратимая матрица Q отображения θ такая, что

$$QA = BQ.$$

Допустим $Q = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Тогда

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

Получим

$$\begin{pmatrix} a-2b & 3a+3b \\ c-2d & 3c+3d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3a-2c & 3b-2d \\ 3a+c & 3b+d \end{pmatrix}.$$

Отсюда

$$\begin{cases} -a-b+c=0 \\ 3a+2d=0 \\ -3a-2d=0 \\ -3b+3c+2d=0. \end{cases} \tag{1}$$

Считая a, b, c, d действительными, найдем решение системы (1). Преобразуем матрицу коэффициентов системы (1).

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & -3 & 3 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & -3 & -2 \\ 0 & -3 & 3 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Отсюда не сложно получить одно из частных решений a=0, b=1, c=1, d=0. Тогда $Q=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ и $Q^{-1}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, т. е. обратимая матрица Q существует. Следовательно, представления φ и ψ изоморфны.

Список использованных источников

1. K. Erdmann, M. J. Wildon. Introduction to Lie Algebras / Springer. 2006. 253 p.

ӘОЖ 517.51

ОҢ ҚАТАРДЫҢ ЖИНАҚТАЛУ БЕЛГІЛЕРІНІҢ ЖАЛПЫ ТҮРЛЕРІ

Болат Алтынай Қайратқызы
altusha1307@mail.ru
Академик Е.А.Букетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университетінің Математика және ақпараттық технологиялар факультетінің студенті, Қарағанды, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі —Ақышев Ғ.А.

Баяндамада сандық қатарлардың жинақталуы туралы теоремалар қарастырылады. Қатарлар теориясы математикалық талдау курсынан белгілі. Қажетті анықтамалары келтіреміз.

Анықтама ([1]). $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ сандық тізбегі берілсін.

$$a_1+a_2+..+a_n+...$$

символы сандық қатар деп аталады және қысқаша белгіленуі:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

a_n- қатардың жалпы мүшесі.

Анықтама. Қатардың алғашқы n мүшесінің қосындысы қатардың дербес қосындысы деп аталады және келесі түрде белгіленеді: S_n .

Сонымен, $S_n=a_1+a_2+...+a_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$.

Анықтама. Егер дербес қосындылар тізбегі жинақты болса, сандық қатар жинақты деп аталады және осы тізбектің шегі $\lim_{n\to\infty} S_n$ қатардың қосындысы деп аталады.

Математикалық талдау курсында қатардың жинақталуы жайлы бірнеше теоремалар дәлелденген. Соның бірі Коши теоремасы.

Теорема 1 (Коши, [1]).

Егер $a_n \downarrow 0, n\to\infty$ болса, онда, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{k=1}^{\infty} 2^k a_{2^k}$ қатарлары бірдей жинақты немесе бірдей жинақсыз болады.

Анықтама ([2]). Оң сандық тізбек $\{a_k\}$ берілсін және $\lim_{k\to\infty} a_k=0$.

Егер $\exists c>0$, $\forall n$ үшін келесі теңсіздік орындалса

$$\sum_{k=n}^{\infty} |a_k-a_{k+1}| \le c\cdot a_n$$

онда $\{a_n\}\in RBVS$.