



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN



Л. Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ
ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
ЕВРАЗИЙСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Л. Н. ГУМИЛЕВА
GUMILYOV EURASIAN
NATIONAL UNIVERSITY



Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2015»
атты X Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
X Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2015»

PROCEEDINGS
of the X International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2015»

УДК 001:37.0
ББК72+74.04
Ғ 96

Ғ96

«Ғылым және білім – 2015» атты студенттер мен жас ғалымдардың X Халық. ғыл. конф. = X Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2015» = The X International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2015». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie-2015/>, 2015. – 7419 стр. қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-9965-31-695-1

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001:37.0
ББК 72+74.04

ISBN 978-9965-31-695-1

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2015

Proof. First consider the case of spaces LM_{p_2, θ_2, w_2} .

Sufficiency : By Corollary (Let $1 < p_1 < \infty, 0 < p_2 < \infty, n(1/p_1 - 1/p_2)_+ \leq \alpha < n/p_1$.

Then there exists $C > 0$ such that $\|M_\alpha f\|_{L_{p_2}(B(0,r))} \leq Cr^{\alpha - n(1/p_1 - 1/p_2)} \|f\|_{L_{p_1}}$ for all $r > 0$ and for all $f \in L_{p_1}$.) applied to LM_{p_2, θ_2, w_2}

$$\|M_\alpha f\|_{LM_{p_2, \theta_2, w_2}} = \left\| w_2(r) \|M_\alpha f\|_{L_{p_2}(B(0,r))} \right\|_{L_{\theta_2}(0, \infty)} \leq C \left\| w_2(r) r^{\alpha - n(1/p_1 - 1/p_2)} \right\|_{L_{\theta_2}(0, \infty)} \|f\|_{L_{p_1}}.$$

In our case:

$$\|Mf\|_{LM_{p_2, \theta_2, w_2}} = \left\| w_2(r) \|M_\alpha f\|_{L_{p_2}(B(0,r))} \right\|_{L_{\theta_2}(0, \infty)} \leq C \left\| w_2(r) r^{-n(1/p_1 - 1/p_2)} \right\|_{L_{\theta_2}(0, \infty)} \|f\|_{L_{p_1}}$$

Remark. Another approach to the problem of finding sufficient conditions for the boundedness of M_α in local Morrey-type spaces may be based on the inequality established by Sawyer «Two Weight Norm Inequalities for Certain Maximal and Integral Operators».

$\int_{B(0,r)} (M_\alpha f)(x)^p dx \leq C \int_{R^n} |f(x)|^p (M_{\alpha, \chi_{B(0,r)}})(x) dx$, where $1 < p < \infty$ and $C > 0$ is independent of r , which is generalization of the weighted inequality of Fefferman and Stein for $\alpha = 0$. However if one follows the argument which worked for $\alpha = 0$, this will lead in the case $\alpha = n(1/p_1 - 1/p_2)$ only to a sufficient condition

$$\left\| w_2(r) \left(\frac{r}{t+r} \right)^\gamma \right\|_{L_{\theta_2}(0, \infty)} \leq C(\gamma) \|w_1\|_{L_{\theta_1}(t, \infty)}$$

where γ any positive number less than n/p_2 .

The case of the assumption without $\theta_1 \leq p_1$ is still an open question.

Literature

1. V.I. Burenkov, A. Gogatishvili, V.S. Guliyev, R.Ch. Mustafayev, Boundedness of the fractional maximal operator in local Morrey-type spaces.
2. V.I. Burenkov, H.V. Guliyev, V.S. Guliev, Necessary and sufficient conditions for the boundedness of fractional maximal operators in local Morrey-type spaces. Journal of computational and applied mathematics, no. 208 (2007), 280-301.

УДК 517

КОМПАКТНОСТЬ ОПЕРАТОРА ДРОБНОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ ТИПА ХОЛЬМГРЕНА

Кабиден Асем Даулетбекқызы

assem.kabiden@gmail.com

Магистрант ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, г. Астана, Казахстан

Научный руководитель – А.М. Абылаева

Пусть $I = (0, \infty)$, $1 \leq p$, $q < \infty$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$ и u , v , w - весовые функции, т.е. неотрицательные, измеримые на I . Пусть W - положительная строго возрастающая и локально абсолютно непрерывная функция на I . Положим $\frac{dW}{dx} \equiv w(x)$ для п.в. $x \in I$.

В работе получен компактность интегрального оператора

$$K_{\alpha, \beta} f(x) = v(x) \int_0^x \frac{u(s) w^{\beta}(s)}{(W(x) - W(s))^{1-\alpha}} ds, \quad x \in I \quad (1)$$

из пространства L_p в L_q , где $L_p \equiv L_p(I)$ пространство Лебега всех измеримых на I функций f , такие, что

$$\|f\|_p = \left(\int_0^{\infty} |f(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} < \infty.$$

При $W(x) = x$, $\beta = 0$ оператор (1) является оператором Римана-Лиувилля, который исследовался в работе [1]. А при $\beta = 1$, $u(s) = 1$ оператор (1) получен в работе [2]. Критерий ограниченности из пространства L_p в L_q оператора (1) вытекает из результатов работы [3].

Теорема 1. Пусть $0 < \alpha < 1$, $1 < p \leq q < \infty$, $\beta \geq 0$. Тогда оператор $K_{\alpha, \beta}$ компактен из L_p в L_q тогда и только тогда, когда $A < \infty$ и

$$\lim_{z \rightarrow 0} A(z) = \lim_{z \rightarrow \infty} A(z) = 0, \quad (2)$$

где

$$A = \sup_{y>0} \left(\int_y^{\infty} \frac{v^q(x) dx}{W^{q(1-\alpha)}} \right)^{\frac{1}{q}} \left(\int_0^y u^{p'}(s) w^{\beta p'}(s) ds \right)^{\frac{1}{p'}}.$$

Доказательство: Необходимость. Пусть оператор $K_{\alpha, \beta}$ компактен из L_p в L_q . На основании теоремы 1 из работы [3], $A < \infty$.

Теперь докажем выполнение условий (2). Для $0 < t < \infty$ рассмотрим семейство функций

$$f_t(x) = \chi_{(t, b)}(x) u^{p'-1}(x) w^{\beta(p'-1)}(x) (F(t))^{-\frac{1}{p}} \quad (3)$$

$$\text{где } F(t) = \int_0^t u^{p'}(x) w^{\beta p'}(x) dx$$

С нормой

$$\|f_t\|_p = \left(\int_0^{\infty} |f_t(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} = \left(\int_0^t u^{p'}(x) w^{\beta p'}(x) F^{-1}(t) \right)^{\frac{1}{p}} = 1.$$

Покажем, что семейство функции (3) слабо сходится к нулю в L_p . В силу теоремы об общем виде линейных непрерывных функционалов в Лебеговом пространстве, линейный непрерывный функционал в L_p имеет вид:

$$\int_0^{\infty} f(x) g(x) dx, \quad \text{где } g \in L_{p'}.$$

Используя неравенство Гельдера выводим:

$$\int_0^\infty f_t(x)g(x)dx \leq \left(\int_0^t \lfloor f_t(x) \rfloor^p dx \right)^{\frac{1}{p}} \left(\int_0^t \lfloor g(x) \rfloor^{p'} dx \right)^{\frac{1}{p'}} = \left(\int_0^t \lfloor g(x) \rfloor^{p'} dx \right)^{\frac{1}{p'}}. \quad (4)$$

Для любого $g \in L_{p'}$, последний интеграл в (4) стремится к нулю при $t \rightarrow 0$, что означает слабую сходимость $f_t \rightarrow 0$ в L_p при $t \rightarrow 0$. Тогда по свойству компактных операторов в банаховом пространстве

$$\lim_{t \rightarrow 0} \|K_{\alpha, \beta} f_t\| = 0. \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \|K_{\alpha, \beta} f_t\|_q^q &= \int_0^\infty v^q(x) \left(\int_0^x \frac{u(s)w^\beta(s)f_t(s)ds}{(W(x)-W(s))^{1-\alpha}} \right)^q dx \geq \int_t^\infty \frac{v^q(x)}{W^{(1-\alpha)q}(x)} \left(\int_0^x u(s)w^\beta(s)f_t(s)ds \right)^q dx = \\ &= \int_t^\infty \frac{v^q(x)}{W^{(1-\alpha)q}(x)} \left(\int_0^x u(s)w^\beta(s)u^{p'-1}(s)w^{\beta(p'-1)}(s)F^{-\frac{1}{p}}(t)ds \right)^q dx = \\ &= F^{-\frac{q}{p}}(t) \int_t^\infty \frac{v^q(x)}{W^{(1-\alpha)q}(x)} \left(\int_0^x u^{p'}(s)w^{\beta p'}(s)ds \right)^q dx = A^q(t). \end{aligned} \quad (6)$$

Из (5) и (6) следует, что $\lim_{t \rightarrow 0} A(t) = 0$, т.е. выполнено первое соотношение (2). Покажем второе соотношение (2). Из компактности оператора $K_{\alpha, \beta}$ следует компактность сопряженного оператора $K_{\alpha, \beta}^*$ из $L_{q'}$ в $L_{p'}$. Для $0 < t < \infty$ введем семейство функций

$$g_t(x) = \chi_{(t, \infty)}(x) \left(\int_t^\infty v^q(x)W^{q(\alpha-1)}(x)dx \right)^{\frac{1}{q'}} W^{(q-1)(\alpha-1)}(s)v^{q-1}(s) \quad (7)$$

Из условия $A < \infty$, следует сходимость интеграла в (7). Покажем, что для любого $t > 0$ функция $g_t \in L_{q'}$.

Действительно,

$$\|g_s(x)\|_{q'} = \left(\int_0^\infty |g_t(x)|^{q'}(x)dx \right)^{\frac{1}{q'}} = \left(\int_t^\infty v^q(x)W^{q(\alpha-1)}(x)dx \right)^{\frac{1}{q'}} \left(\int_t^\infty |W^{(q-1)(\alpha-1)}(s)v^{q-1}(s)|^{q'} ds \right)^{\frac{1}{q'}} = 1 \quad (8)$$

Для всех $f \in L_q$ в силу (8)

$$\int_0^\infty g_t(x)f(x)dx = \int_t^\infty g_t(x)f(x)dx \leq \left(\int_t^\infty |g_t(x)|^{q'} dx \right)^{\frac{1}{q'}} \left(\int_t^\infty |f(x)|^q dx \right)^{\frac{1}{q}} = \left(\int_t^\infty |f(x)|^q dx \right)^{\frac{1}{q}}$$

Последний интеграл стремится к нулю при $t \rightarrow \infty$, что показывает слабую сходимость $g_t \rightarrow 0$ в $L_{q'}$ при $s \rightarrow \infty$. В силу компактности $K_{\alpha, \beta}^*$ из $L_{q'}$ в $L_{p'}$ следует

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|K_{\alpha, \beta}^* g_t\|_{p'} = 0. \quad (9)$$

Из оценки

$$\begin{aligned} \|K_{\alpha, \beta}^* g_t\|_{p'} &= \left(\int_0^\infty \int_0^t u^{p'}(s)w^{\beta p'}(s)ds \left| \int_t^\infty \frac{g_t(x)v(x)}{(W(x)-W(s))^{1-\alpha}} dx \right|^{p'} ds \right)^{\frac{1}{p'}} \geq \\ &\geq \left(\int_t^\infty v^q(x)W^{q(\alpha-1)}(x)dx \right)^{\frac{1}{q'}} \left(\int_0^t u^{p'}(s)w^{\beta p'}(s) \left| \int_t^\infty \frac{W^{(q-1)(\alpha-1)}(x)v^{q-1}(x)v(x)}{(W(x)-W(s))^{1-\alpha}} dx \right|^{p'} ds \right)^{\frac{1}{p'}} \geq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \geq \left(\int_t^\infty v^q(x) W^{q(\alpha-1)}(x) dx \right)^{\frac{1}{q'}} \left(\int_0^t u^{p'}(s) w^{\beta p'}(s) \left| \int_t^\infty W^{q(\alpha-1)}(x) v^q(x) dx \right|^{p'} ds \right)^{\frac{1}{p'}} = \\ & = \left(\int_t^\infty v^q(x) W^{q(\alpha-1)}(x) dx \right)^{\frac{1}{q}} \left(\int_0^t u^{p'}(s) w^{\beta p'}(s) ds \right)^{\frac{1}{p'}} = A(t). \end{aligned} \quad (10)$$

Откуда и из (10) получаем справедливость второго соотношения в (2). Утверждение теоремы в необходимую сторону доказана полностью.

Достаточность. Пусть $0 < a < b < \infty$ и

$$P_a f = \chi_{[0,a)} f, \quad P_{ab} = \chi_{[a,b)} f, \quad Q_b f = \chi_{[b,\infty)} f.$$

Тогда

$$f = \chi_{[0,a)} f + \chi_{[a,b)} f + \chi_{[b,\infty)} f = P_a f + P_{ab} f + Q_b f,$$

$$\begin{aligned} K_{\alpha,\beta} f &= (P_a + P_{ab} + Q_b) K_{\alpha,\beta} f = (P_a + P_{ab}) K_{\alpha,\beta} f + Q_b K_{\alpha,\beta} f = \\ &= P_a K_{\alpha,\beta} P_a f + P_a K_{\alpha,\beta} P_{ab} f + P_a K_{\alpha,\beta} Q_b f + P_{ab} K_{\alpha,\beta} P_a f + P_{ab} K_{\alpha,\beta} P_{ab} f + P_{ab} K_{\alpha,\beta} Q_b f + Q_b K_{\alpha,\beta} f. \end{aligned}$$

Покажем, что оператор $P_{ab} K_{\alpha,\beta} P_{ab}$ компактен из L_p в L_q . Так как

$P_{ab} K_{\alpha,\beta} P_{ab} f(x) = P_{ab} K_{\alpha,\beta} \chi_{[a,b)}(x) f(x) = 0$, при $x \notin [a,b)$, то достаточно показать, что оператор $P_{ab} K_{\alpha,\beta} P_{ab}$ компактен из $L_p(a,b)$ в $L_q(a,b)$, а это в свою очередь эквивалентно компактности оператора

$$Tf(x) = \int_a^b K(x,s) f(s) ds$$

с ядром

$$K(x,s) = \frac{u(s)v(x)\chi_{(a,b)}(x-s)w^\beta(s)}{(W(x)-W(s))^{1-\alpha}}.$$

Который удовлетворяет условию

$$\begin{aligned} & \int_a^b \left(\int_a^b |K(x,s)|^{p'} ds \right)^{\frac{q}{p'}} dx = \int_a^b v^q(x) \left(\int_a^x \frac{u^{p'}(s) w^{\beta p'}(s) ds}{(W(x)-W(s))^{(1-\alpha)p'}} \right)^{\frac{q}{p'}} dx \leq \\ & \leq \int_a^b \frac{v^q(x)}{W^{(1-\alpha)q}(x)} \left(\int_a^x u^{p'}(s) w^{\beta p'}(s) ds \right)^{\frac{q}{p'}} dx < \infty. \end{aligned}$$

Следовательно, по признаку Кантаровича, оператор $K_{\alpha,\beta}$ компактен из $L_p(a,b)$ в $L_q(a,b)$ что равносильно компактности из L_p в L_q оператора $P_{ab} K_{\alpha,\beta} P_{ab}$. Из (11) имеем

$$\|K_{\alpha,\beta} - P_{ab} K_{\alpha,\beta} P_{ab}\| \leq \|P_a K_{\alpha,\beta} P_a\| + \|P_a K_{\alpha,\beta} P_{ab}\| + \|Q_b K_{\alpha,\beta}\|. \quad (11)$$

Покажем, что правая часть (12) стремится к нулю при $a \rightarrow 0$, $b \rightarrow \infty$, тогда оператор $K_{\alpha,\beta}$ как равномерный предел компактных операторов будет компактным из L_p в L_q .

Положим $v_a \equiv P_a v$, $v_{ab} \equiv P_{ab} v$, $v_b \equiv Q_b v$, $w_a \equiv P_a w$ и $W_a(x) = \int_0^x w_a(s) ds$, $x > 0$. Тогда на основании Теоремы 1 из работы [3], имеем:

$$\begin{aligned} \|P_a K_{\alpha, \beta} P_a f\|_q &= \left(\int_0^\infty v_a(x) \left| \int_0^x \frac{u(s) w_a^\beta(s) f(s) ds}{(W_a(x) - W_a(s))^{1-\alpha}} \right|^q dx \right)^{\frac{1}{q}} \leq \sup_{a>z>0} \left(\int_z^a \frac{v_a^q(x) dx}{W_a^{q(1-\alpha)}(x)} \right)^{\frac{1}{q}} \times \\ &\times \left(\int_0^z u^{p'}(s) w_a^{\beta p'}(s) ds \right)^{\frac{1}{p'}} \|f\|_p \leq \sup_{a>z>0} A(z) \|f\|_p. \end{aligned}$$

Следовательно, $\|P_a K_{\alpha, \beta} P_a\|_q \ll \sup_{a>z>0} A(z)$.

Откуда

$$\lim_{a \rightarrow 0} \|P_a K_{\alpha, \beta} P_a\|_q \ll \lim_{z \rightarrow 0} A(z) = \lim_{z \rightarrow 0} A(z) = 0. \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \|P_{ab} K_{\alpha, \beta} P_a f\|_q &= \left(\int_0^\infty v_{ab}(x) \left| \int_0^x \frac{u(s) w_a^\beta(s) f(s) ds}{(W_a(x) - W_a(s))^{1-\alpha}} \right|^q dx \right)^{\frac{1}{q}} \leq \sup_{z>0} \left(\int_z^\infty \frac{v_{ab}^q(x) dx}{W_a^{q(1-\alpha)}(x)} \right)^{\frac{1}{q}} \times \\ &\times \left(\int_0^z u^{p'}(s) w_a^{\beta p'}(s) ds \right)^{\frac{1}{p'}} \|f\|_p \leq \left(\int_0^a u^{p'}(s) w_a^{\beta p'}(s) ds \right)^{\frac{1}{p'}} \left(\int_a^b \frac{v_{ab}^q(x) dx}{W_a^{q(1-\alpha)}(x)} \right)^{\frac{1}{q}} \|f\|_p \leq A(a) \|f\|_p. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\lim_{a \rightarrow 0} \|P_{ab} K_{\alpha, \beta} P_a\|_q \ll \lim_{a \rightarrow 0} A(a) = 0 \quad (13)$$

$$\|Q_b K_{\alpha, \beta} f\|_q = \|K_{\alpha, \beta} f\|_q \ll \sup_{z>0} \left(\int_z^\infty \frac{v_{ab}^q(x) dx}{W_a^{q(1-\alpha)}(x)} \right)^{\frac{1}{q}} \left(\int_0^z u^{p'}(s) w_a^{\beta p'}(s) ds \right)^{\frac{1}{p'}} \|f\|_p \leq \sup_{z>b} A(z) \|f\|_p.$$

Следовательно,

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \|Q_b K_{\alpha, \beta}\|_q \ll \lim_{z \rightarrow \infty} A(z) = \lim_{z \rightarrow \infty} A(z) = 0. \quad (14)$$

Из (12)-(14) следует, что правая часть (11) стремится к нулю при $a \rightarrow 0$, $b \rightarrow \infty$.

Теорема 1 доказана.

Теоремы 2. Пусть $0 < \alpha < 1$, $1 < q < p < \infty$, $\beta \geq 0$. Тогда оператор $K_{\alpha, \beta}$ компактен из L_p в L_q тогда и только тогда, когда $B < \infty$, где

$$B = \left(\int_0^\infty \left[\left(\int_0^t u^{p'}(x) w^{\beta p'}(x) dx \right)^{\frac{1}{q'}} \left(\int_t^\infty v^q(x) W^{q(\alpha-1)}(x) dx \right)^{\frac{1}{q}} \right]^s u^{p'}(y) w^{\beta p'}(y) dy \right)^{\frac{1}{s}}.$$

Справедливость утверждение теоремы 2 непосредственно следует из Теоремы 2 работы [4] так как по теореме Андо ([4], §5), при $1 < q < p < \infty$ всякий ограниченный оператор из L_p в L_q является компактным.

Список использованных источников

1. Раутиан Н.А. Об ограниченности одного класса интегральных операторов дробного типа // Математический сборник. 2009. Том 200. №12. С. 81-106.
2. Абылаева А.М. Критерий компактности оператора типа дробного интегрирования порядка $0 < \alpha < 1$. // Вестник ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, 2005. № 6 (46), С. 130-136.

3. Абылаева А.М., Кабиден А.Д. Ограниченность оператора типа Хольмгрена в весовых Лебеговых пространствах // Международная научная конференция «Теория функций, функциональный анализ и их приложения» 2015. С. 40-42.

4. Красносельский М.А., Забрейко П.П., Пустыльник Е.А., Соболевский П.Е. Интегральные операторы в пространствах суммируемых функций. М.: Наука 1966. С. 500.

УДК 517. 52

ОБ ОДНОМ ДОСТАТОЧНОМ УСЛОВИИ КОМПАКТНОСТИ ОПЕРАТОРА ГИЛЬБЕРТА В ЛОКАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ТИПА МОРРИ

Матин Даурен Тюлютаевич

D.Matin@mail.ru

Докторант 1-го курса Механико-математического факультета ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – Н.А. Бокаев.

Рассмотрим оператор Гильберта

$$Tf(x) = \int_R \frac{f(y)}{x-y} dy = \lim_{\delta \rightarrow +0} \int_{y: |y-x| > \delta} \frac{f(y)}{x-y} dy$$

Пусть $0 < p, \theta < \infty$ и пусть ω будет неотрицательная измеримая функция на $(0; \infty)$. Обозначим через $LM_{p\theta, \omega}$ локальное пространство типа Морри, как множество всех функции $f \in L_p^{loc}(R^n)$ с конечной квазинормой:

$$\|f\|_{LM_{p\theta, \omega}} \equiv \|f\|_{LM_{p\theta, \omega}(R^n)} = \left\| \omega(r) \|f\|_{L_p(B(0, r))} \right\|_{L_\theta(0, \infty)}$$

Через Ω_θ обозначим множество всех неотрицательных измеримых на $(0; \infty)$ функции, неэквивалентных нулю, таких что

$$\|\omega(r)\|_{L_\theta(t, \infty)} < \infty \text{ для некоторого } t > 0$$

Пусть $G \subset R$ измеримое множество и пусть v неотрицательная измеримая на G функция. Через $L_{p, v}(G)$ обозначим весовое L_p пространство всех измеримых на G функций для которых

$$\|f\|_{L_{p, v}(G)} = \|vf\|_{L_p(G)} < \infty$$

Через H обозначим оператор Харди:

$$(Hg)(r) = \int_0^r g(t) dt, \quad 0 < r < \infty.$$

В следующей теореме приводятся условия на функции ω_1 и ω_2 при которых оператор T , действующий из $L_{\frac{\theta_1, v_1, \delta}{p}}$ в $L_{\frac{\theta_2, v_2, \delta}{p}}$, является компактным.

Теорема. Пусть $1 < p < \infty, 0 < \theta_1, \theta_2 \leq \infty, 0 < \delta < \frac{1}{p}, \omega_1 \in \Omega_{\theta_1}$ и пусть $\omega_2 \in \Omega_{\theta_2}$.

Более того, пусть