



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ  
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН  
MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE  
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN



Л. Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ  
ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ  
ЕВРАЗИЙСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Л. Н. ГУМИЛЕВА  
GUMILYOV EURASIAN  
NATIONAL UNIVERSITY



Студенттер мен жас ғалымдардың  
«Ғылым және білім - 2015»  
атты X Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
X Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«Наука и образование - 2015»

PROCEEDINGS  
of the X International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«Science and education - 2015»

**УДК 001:37.0**  
**ББК72+74.04**  
**Ғ 96**

Ғ96

«Ғылым және білім – 2015» атты студенттер мен жас ғалымдардың X Халық. ғыл. конф. = X Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2015» = The X International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2015». – Астана: <http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie-2015/>, 2015. – 7419 стр. қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-9965-31-695-1

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001:37.0  
ББК 72+74.04

ISBN 978-9965-31-695-1

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия  
ұлттық университеті, 2015

$$v_{1,\delta}(r) = \left[ \omega_1 \left( r^{\frac{1}{\delta p - 1}} \right) r^{\frac{1}{(\delta p - 1)\theta_1} - \frac{1}{\theta_1}} \right]^p$$

$$v_{2,\delta}(r) = \left[ \omega_2 \left( r^{\frac{1}{\delta p - 1}} \right) r^{\frac{1}{\delta p - 1} \left( \frac{1}{p} - \delta + \frac{1}{\theta_2} \right) - \frac{1}{\theta_2}} \right]^p$$

Пусть оператор Харди `H, действующий из пространства  $L_{\frac{\theta_1}{p}, \nu_1, \delta}(0, \infty)$  в пространство  $L_{\frac{\theta_2}{p}, \nu_2, \delta}(0, \infty)$ , компактен. Тогда оператор T, действующий из пространства  $LM_{p, \theta_1, \omega_1}$  в пространство  $LM_{p, \theta_2, \omega_2}$ , компактен.

Отметим, что ограниченность рассматриваемого оператора T, действующего из  $LM_{p, \theta_1, \omega_1}$  в  $LM_{p, \theta_2, \omega_2}$ , вытекает из результатов работы [1].

#### Список использованных источников

1. V.I. Burenkov, V.S. Guliyev, A. Serbetci, T.V. Tararykova Necessary and sufficient conditions for the boundedness of genuine singular integral operators in local Morrey-type spaces. // Eurasian Math. J., 2010 V.1 №1, P. 32–53.

УДК 517.52

### ВОПРОСЫ ЕДИНСТВЕННОСТИ КРАТНЫХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ РЯДОВ А ТАКЖЕ СХОДИМОСТЬ КРАТНЫХ РЯДОВ ПО СИСТЕМЕ УОЛША С МОНОТОННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ.

Муздыбаева Алемгуль Ертаевна

[alemgulya@mail.ru](mailto:alemgulya@mail.ru)

Магистрант ЕНУ им.Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – Д.Джумабаева

Изучение вопроса единственности представления функции в виде ряда Уолша по системе ортогональных функций впервые началось в теории тригонометрических рядов. В 1870 году Г. Кантор получил первую теорему единственности.

**Теорема** (Кантора). Если тригонометрический ряд сходится к нулю всюду на  $[0, 2\pi]$ , кроме конечного множества точек, то этот ряд является тождественно нулевым, то есть все его коэффициенты равны нулю.

В 1909 году У. Юнг улучшил этот результат, показав, что теорема Кантора остаётся в силе, если требовать сходимости ряда только вне счётного множества. Дальнейший поиск исключительных множеств, нарушающих утверждение теоремы Кантора, породил в начале XX-го века обширные исследования, выделившиеся в итоге в отдельную ветвь теории тригонометрических рядов, а затем и общей теории ортогональных рядов, под названием "теория единственности". Основным предметом этой теории стали множества единственности (U-множества) для различных ортогональных систем функций  $\{\langle \wedge \pi \rangle \pi\}$  то есть множества из области определения системы такие, что из сходимости произвольного ряда по системе  $\{\langle f \rangle, \}$ , к нулю вне этих множеств следует, что данный ряд является тождественно нулевым. Приняв это определение, теоремы Кантора и Юнга можно сформулировать так: любое не более чем счётное множество является множеством единственности для тригонометрической системы.

Работа посвящена вопросам единственности кратных ортогональных рядов, а также приложениям к решению вопросов некоторых сведений из теории многомерных

обобщенных интегралов. Вопросам единственности кратных рядов Хаара посвящено не так много работ.

Изучение вопросов единственности для рядов Хаара получило активное развитие в 60-70-х годах XX века в работах, В.А. Скворцова, М.Б. Петровской Г.М. Мушегяна, Ф.Г. Арутюняна, А.А. Талаяна Х.О. Мовсисяна, и других. При этом рассматривались как одномерные, так и многомерные (чаще всего двумерные) ряды Хаара. В этот период времени были получены наиболее интересные результаты в данной области. Позже были получены результаты в работах тех же В.А. Скворцова, А.А. Талаяна, а также Н.А. Бакаева, В. Уэйда и других.

Вопросы единственности для (одномерных) рядов Уолша изучались во второй половине XX века А.А. Шнейдером, Д. Кури, В.А. Скворцовым, Н.Д. Файном, В. Уэйдом и другими.

Вопросам же единственности для многомерных рядов Уолша посвящено не так много работ, среди которых можно выделить результаты С.Ф. Лукомского, полученные им в 80-е годы.

Рассмотрим  $n$ -мерное ( $n \geq 2$ ) тригонометрические ряды вида

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k \exp(ikx), \quad (1)$$

где

$$a_k \geq a_m, m \geq k \text{ и } a_k \rightarrow 0, |k| \rightarrow \infty, \quad (2)$$

С прямоугольными частичными суммами

$$S_m(x) = \sum_{k=1}^m a_k \exp(ikx),$$

**Определение.** Если  $1 < p < \infty$  и коэффициенты ряда А из (1) выполняют условие

$$\gamma(a, n, p) = \sum_{k=1}^{\infty} a^p_k (\Pi(k))^{p-2} < \infty, \quad (3)$$

тогда пишем  $A \in R_p$ .

**Замечание.** Если последовательность  $a = \{a_m\}_{m=1}^{\infty}$  удовлетворяет условиям (2) и (3) для  $p \in (1, \infty)$ , тогда для произвольных  $j=1,2,\dots,n$  мы имеем:

$$\gamma(a, n-1, p, r, j) \leq \gamma(a, n-1, p, 1, j) \leq \gamma(a, n, p).$$

В добавок,

$$\gamma(a, n-1, p, r, j) \leq \gamma(a, n, p) \left( \sum_{v=1}^r v^{p-2} \right)^{-1} \rightarrow 0 \quad \text{где } r \rightarrow \infty$$

**Лемма.** Если  $p > n \geq 1$  и последовательность  $a = \{a_m\}_{m=1}^{\infty}$  и удовлетворяют условиям (2) и (3), тогда для произвольных целых  $r \in [0, n], q \in [0, n-r]$ , и  $r < v_1 < \dots < v_q \leq n$ , для произвольных  $N \geq 1$ , и  $x \in T^n$ , где  $T^n$ , есть бесконечный тор с определенной на нем мерой произведения, обозначенный через  $dm_{\infty}$ , тогда мы имеем:

$$\left| S_{N,r,v_1,\dots,v_q}(x) \right| = \left| \sum_{k=1}^N \Delta(1^{\wedge}, \dots, \wedge, r(a)_k \exp(ik(v_1, \dots, v_q)x(v_1, \dots, v_q))) \right| \leq C_2 (\gamma(a, n, p))^{p-1},$$

где константа  $C_2$  зависит только от  $x, p$  и  $n$ . (Здесь мы подразумеваем, что  $\Delta(1, \dots, r) = \Delta$  для  $r=0$  и  $y(v_1, \dots, v_q)$  для  $q=0$ ).

**Доказательство.**

Судя по всему доказательством  $C_3$ , будет определена константа зависящая только от  $x, p$  и  $n$  (не обязательно одинаковые для разных вхождений). Мы осуществляем доказательство по индукции. Для  $n=1$ , лемма очевидно для обоих  $r=0$  и  $r=1$ . Представим, что лемма доказана для пространства с  $n-1$  измерением.

Обратим внимание:

$$\begin{aligned}
 |S_{N,r,v_1,\dots,v_q}(x)| &= \left| \sum_{k(v_1,\dots,v_q)}^{N(v_1,\dots,v_q)} \left( \sum_{k(v_1,\dots,v_q)}^{N(v_1,\dots,v_q)} (\Delta(1^\wedge, \dots, r)(a))_k \exp(ik(v_1, \dots, v_q)x(v_1, \dots, v_q)) \right) \right| \leq, \\
 &\leq \sum_{(\beta_1, \dots, \beta_q)}^{N(v_1, \dots, v_q)} \left( \sum_{k(v_1, \dots, v_q)=1}^{N(v_1, \dots, v_q)} (\Delta(1^\wedge, \dots, r, v_1, \dots, v_q)(a))_{k(v_1, \dots, v_q)} x(v_1, \dots, v_q)_{\beta_1, \dots, \beta_q} \right) \times \\
 &\times \exp(ik(v_1, \dots, v_q)x(v_1, \dots, v_q)) \quad |, \tag{4}
 \end{aligned}$$

где внешняя сумма взята над любыми возможными множествами  $(\beta_1, \dots, \beta_q)$ , где  $\beta_j=1$  или  $\beta_j = N_q + 1$  для  $j=1, 2, \dots, q$ . По (4) очевидно, что для  $q < 0$  утверждение леммы следует из индукции его предположения.

В дальнейшем для  $r > 0$ , но  $r \neq 0, 1$ , будем использовать преобразование Абеля и аналогично будет доказано по индукции.

Также в работе будет исследоваться сходимость кратных рядов по системе Уолша  $\{w_n(x)\}_{n=1}^\infty$ .

Рассмотрим ряд

$$\sum_{m_1=1}^\infty \dots \sum_{m_n=1}^\infty a_{m_1, m_2, \dots, m_n} w_{m_1}(x_1) \dots w_{m_n}(x_n), \tag{5}$$

где  $w_m(x) \in W = \{w_k(x)\}_{k=1}^\infty$  - система Уолша и коэффициенты ряда удовлетворяют условиям:

$$a_{m_1, m_2, \dots, m_n} \geq a_{k_1, k_2, \dots, k_n} \quad \text{при} \quad m_i \leq k_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{6}$$

$$a_{m_1, m_2, \dots, m_n} \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad m_1 + m_2 + \dots + m_n \rightarrow \infty \tag{7}$$

$$\sum_{m_1=1}^\infty \dots \sum_{m_n=1}^\infty a_{m_1, \dots, m_n}^p (m_1 \dots m_n)^{p-2} < \infty, \tag{8}$$

здесь  $1 < p < \infty$ .

В Дьяченко М.И. [2] изучались вопросы сходимости кратных тригонометрических рядов Фурье с коэффициентами, удовлетворяющими условиям (6) и (7). Сходимость рядов по системе Уолша рассматривалась в работах Б.С. Кашин, А.А. Саакян – «Ортогональные ряды», Б.И.Голубов, Ф.Б. Ефимов, В.А.Скворцов – «Ряды преобразования Уолша»

В настоящей работе будет рассмотрена сходимость кратных рядов по системе Уолша с монотонными по каждому индексу коэффициентами.

Через

$$S_{m_1, \dots, m_n}(x_1, \dots, x_n) = \sum_{k_1=1}^{m_1} \dots \sum_{k_n=1}^{m_n} a_{k_1, \dots, k_n} w_{k_1}(x_1) \dots w_{k_n}(x_n),$$

будем обозначать прямоугольные частичные суммы ряда (1).

Будем говорить, что ряд (5) сходится по Прингсхейму, если существует конечный предел,

$$\lim_{\min(m_1, \dots, m_n) \rightarrow \infty} S_{m_1, \dots, m_n}(x_1, \dots, x_n).$$

**Теорема 2.** Пусть  $p > n$  и коэффициенты ряда (5) удовлетворяют условиям (6)-(8). Тогда ряд сходится по Прингсхейму всюду на  $(0,1)^n$ .

#### Список использованных источников:

1. Нурсултанов Е.Д. О коэффициентах кратных рядов Фурье из  $L_p$  пространств // Изв. РАН, 2000, Т. 64, № 1, С. 95-122
2. M. I. D'JACHENKO Multiple trigonometric series with lexicographically
3. monotone coefficients// Analysis Mathematica, 16 (1990), 173--190
4. Джумабаева Д.Г. О сходимости двойных рядов Фурье по системе Уолша с монотонными коэффициентами// Сб. Вестник КарГУ, Караганда, 1999, Т. 15, № 3, с. 11-17
5. Лукомский С. Ф. О некоторых классах множеств единственности кратных рядов Уолша // Мат. сб. 1989. Т. 180, № 7. С. 937–945.

УДК 517

### ПРИЛОЖЕНИЕ ВЫЧЕТОВ К ВЫЧИСЛЕНИЮ ОПРЕДЕЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ

Мукашева Ботагоз Рамазанована

[botik\\_01@list.ru](mailto:botik_01@list.ru)

Студент кафедры «Математика и методика преподавания» физико-математического факультета Государственного университета им. Шакарима г. Семей, Казахстан  
Научный руководитель – к.ф.-м.н., доцент Садыкова С.Б

Часто встречаются случаи, когда вычисление определённых интегралов методами комплексного анализа предпочтительнее, чем методами вещественного анализа. Причины могут быть самыми разными. Методы ТФКП могут позволять в отдельных случаях сильно сократить вычисления. Иногда формулу Ньютона-Лейбница нельзя использовать, так как неопределённый интеграл не выражается в элементарных функциях. Методы дифференцирования и интегрирования по параметру требуют очень аккуратного обоснования своей применимости, да и параметр иногда приходится вводить искусственно. Обычно методами комплексного анализа вычисляются несобственные интегралы - по бесконечному промежутку или от неограниченных на отрезке интегрирования функций. Общая идея заключается в следующем. Составляется контурный интеграл. Интеграл по некоторым участкам контура должен совпадать с искомым определённым интегралом - по крайней мере, с точностью до постоянного множителя. Интегралы по остальным участкам контура должны вычисляться, затем применяется основная теорема о вычетах.

#### Вычисления определённых интегралов от тригонометрических функций

Пусть дан интеграл вида: