



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN



Л. Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ
ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
ЕВРАЗИЙСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Л. Н. ГУМИЛЕВА
GUMILYOV EURASIAN
NATIONAL UNIVERSITY



Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2015»
атты X Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
X Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2015»

PROCEEDINGS
of the X International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2015»

УДК 001:37.0
ББК72+74.04
Ғ 96

Ғ96

«Ғылым және білім – 2015» атты студенттер мен жас ғалымдардың X Халық. ғыл. конф. = X Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2015» = The X International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2015». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie-2015/>, 2015. – 7419 стр. қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-9965-31-695-1

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001:37.0
ББК 72+74.04

ISBN 978-9965-31-695-1

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2015

$$F(x) = \int_a^x [f^{\alpha+\beta}(t) - g^\alpha(t) f^\beta(t)] dt, \quad x \in [a, b]$$

функциясының туындысы бар болады және ол келесідей болады:

$$F'(x) = f^{\alpha+\beta}(x) - g^\alpha(x) f^\beta(x) = f^\beta(x) (f^\alpha(x) - g^\alpha(x)), \quad x \in [a, b]$$

Теореманың шарты бойынша $\int_x^b f(t) dt \leq \int_x^b g(t) dt$, $f'(x) \geq g'(x)$, $x \in [a, b]$ берілген,

сондықтан 2-лемма бойынша:

$$f(x) \leq g(x), \quad x \in [a, b]$$

теңсіздігі орындалады. $\alpha > 0$ болғандықтан $f^\alpha(x) \leq g^\alpha(x)$, $x \in [a, b]$ орындалады.

Сондықтан:

$$F'(x) = f^\beta(x) (f^\alpha(x) - g^\alpha(x)) \leq 0, \quad x \in [a, b]$$

Демек $F(x)$ - бірсарынды кемімелі функция. Сондықтан интегралдың қасиеті бойынша:

$$F(x) = \int_a^x f^{\alpha+\beta}(t) dt - \int_a^x g^\alpha(t) f^\beta(t) dt \leq 0.$$

Сол сияқты екінші тұжырымды дәлелдеуге болады.

$f(x) \geq g(x)$, $x \in [a, b] \Rightarrow f^\alpha(x) \leq g^\alpha(x)$, $x \in [a, b]$, $\alpha > 0$. Сондықтан:

$$F'(x) = f^\beta(x) (f^\alpha(x) - g^\alpha(x)) \geq 0, \quad x \in [a, b]$$

Демек $F(x)$ - бірсарынды өспелі функция, яғни келесі теңсіздік орындалады:

$$\int_a^x f^{\alpha+\beta}(t) dt - \int_a^x g^\alpha(t) f^\beta(t) dt \geq 0.$$

Теорема дәлелденді.

Ескерту. Егер $g(t) = t - a$ болса, онда 2-теоремадан 1-теореманың тұжырымдарын аламыз.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. T.T.Dat, A.A.Tuan, Notes on an integral inequality, J.Ineq.Pure & Appl.Math.,7(4)(2006), art.120.
2. L. Bougoffa, Note on open problem, J.Ineq.Pure & Appl.Math.,8(2)(2007), art.58.
3. L. Bougoffa, Corrigendum of the paper entitled: note on open problem, J.Ineq.Pure & Appl.Math.,8(4)(2007), art.121.
4. Жәутіков О.А., Математикалық анализ курсы, Алматы, 2014.

ӨОЖ 512.55

КЕРІ ПОЛИНОМИАЛДЫ БЕЙНЕЛЕУЛЕРДІҢ ДӘРЕЖЕГЕ ТӘУЕЛДІЛІГІ

Нурмуханова Айгуль Хайратовна

n.aigul1990@mail.ru

Л.Н Гумилев атындағы ЕҰУ

Механика-математика факультетінің 6М010900 мамандығының магистранты

Астана. Казахстан

Ғылыми жетекші- Ш.Ө.Абуталипова

Алдымен [1] еңбектен негізгі анықтамалар мен мәліметтерді келтірейік. k -өріс, $k[X] := k[X_1, \dots, X_n]$ - көпмүшелілер сақинасы болсын. $F = (F_1, \dots, F_n) : k^n \rightarrow k^n$

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow (F_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, F_n(x_1, x_2, \dots, x_n))$$

$F_i \in k[X]$ түрдегі полиномиалды бейнелеуі берілсін. Мұндай полиномиалды бейнелеуді керіленетін деп атаймыз егер де $G = (G_1, G_2, \dots, G_n) : k^n \rightarrow k^n$ полиномиалды бейнелеуі табылып, $X_i = G_i(F_1, \dots, F_n)$, $1 \leq i \leq n$, теңдіктері орындалатын болса.

k -ақырлы өріс, $F : k^n \rightarrow k^n$ полиномиалды бейнелеуі болсын. Егер $G : k^n \rightarrow k^n$ полиномиалды бейнелеуі табылып, кез-келген $x \in k^n$ үшін $G(F(x)) = x$ орындалғанымен бұдан F -тің керіленетіні шықпайды. Мысалы: k -өрісі ретінде F_2 -ні алайық, $F : k \rightarrow k$, $F(x) = x^2$. $F(0) = 0, F(1) = 1$, $F : 0 \rightarrow 0, F : 1 \rightarrow 1$ осыған кері G бейнелеуі $G : 0 \rightarrow 0, G : 1 \rightarrow 1$ табылады. $\deg F(x) = 2$ болғандықтан $\deg(G(F(x))) = 2 \deg G(x)$

$$2 \deg G(x) = 1 \Rightarrow \deg G(x) = \frac{1}{2},$$

яғни $G(x)$ полиномиалды бейнелеу болмайды. Енді осы тұжырымды жалпы F_p өрісі үшін қарастырамыз, мұндағы $p \geq 2$ - жай сан.

Тұжырым. $F : k \rightarrow k$, $F(X) = X + X^p$ полиномиалды биективті бейнелеуіне $k = F_p$ өрісінде кері бейнелеу полиномиалды болмайды.

Дәлелдеуі. Айталық $F : F_p \rightarrow F_p$, $F(i) = i + i^p$ болсын. Ферманың кіші теоремасы [2] бойынша $i^p \equiv i \pmod{p}$, $F(i) = 2i$ болады. Кез келген $i \neq j$ үшін $F(i) \neq F(j)$, өйткені $(2, p) = 1$ болғандықтан, $2^{-1} \in F_p$ табылады. Ал бұл $F(i) = F(j)$ теңдігінен $i = j$ теңдігіне алып келеді. Демек, $F(i) \neq F(j)$, F -биективті бейнелеу. Бірақ оған кері бейнелеу жоғарыдағыдай пайымдаулардан кейін полиномиалды болмайтындығын түсінеміз.

Кері полиномиалдық бейнелеулерде зор маңызға ие болып тұрған дәреже ұғымы көп айнмалыдан тәуелді полиномиалдық бейнелеулерде шектеуші фактор болып табылмайды. Айталық, k -сипаттамасы 0 тең өріс болсын. $F : k^n \rightarrow k^n$ полиномиалды бейнелеуі $(X_1, X_2, \dots, X_n) \rightarrow (X_1 + X_1^2, \dots, X_i, \dots, X_n)$, $i \neq 1$, ережесімен берілсін. Бұл бейнелеудің биективті екендігі айдан анық. Ал оған $(X_1, X_2, \dots, X_n) \rightarrow (X_1 - X_1^2, \dots, X_i, \dots, X_n)$, $i \neq 1$, ережесімен анықталған бейнелеу F -тің кері полиномиалды бейнелеуі болады.

Енді кері бейнелеулерге қатысты [1] әдебиеттегі белгілі проблемалармен таныстырайық. Берілген F полиномиалды бейнелеуіне полиномиалды кері бейнелеу табыла ма, жоқ па деген сұраққа қалай жауап беруге болады. $G(F(X)) = X$ мұндағы $X = (X_1, \dots, X_n)$ және әрі қарай тізбек ережесімен

$$(JG)(F(X))JF(X) = I$$

Анықтауышты тапқаннан кейін бізге келесіні аламыз

$$\det JG(F(X)) \det JF(X) = 1$$

Бұдан екі анықтауыштың да $K[X]$ -тің элементі екенін көреміз және $k[X]$ -тің элементтері нөлден өзге тұрақты элементтер, яғни $JF \in k^*$. Сонымен, егер $F : k^n \rightarrow k^n$ керіленетін болса, онда $\det JF \in k^*$. Бұл шарт « $\det JF \in k^*$ » Якобиан шарты деп аталады және Якобиан шартын қанағаттандыратын $F : k^n \rightarrow k^n$ берілген полиномиалды бейнелеуі Келлер бейнелеуі деп аталады. Келлер бейнелеуі керілене ма деген сұраққа жауап жоқ, егер k -сипаттамасы $p > 0$ өріс болса. Мысалы: $n=1$ және $F(X) = X - X^p \in k[X]$. Бұдан $\det JF = 1$, F инъективті болмағандықтан $F(0) = F(1) = 0$. $F'(X) = 1 - px^{p-1} = 1$. Кері функциясы жоқ.

Енді k сипаттамасы 0-ге өріс деп алайық. Бұл кезде егер $n=1$ болса $F'(X) \in k^*$ шарты мына $F(X) = \lambda X + \mu$ түрде болады, кез келген $\lambda \in k^*$ және $\mu \in k$. F керіленеді және былай есептеледі:

$$G(X) = \lambda^{-1}X - \lambda^{-1}\mu,$$

$$G(F(X)) = G(\lambda X + \mu) = \lambda^{-1}(\lambda X + \mu) - \lambda^{-1}\mu = X$$

Яғни $n=1$ жағдайда $\det JF \in k^*$ шарты F -тің керіленуі үшін қажетті және жеткілікті шарт. Алайда $n \geq 2$ болған жағдайда біз бұл тұжырымының дұрыс не теріс екенін білмейміз. Бұл проблема әйгілі Якобиан гипотезасы деп аталады.

K -өрісінің орнына Z бүтін сандар сақинасын алғанда шығатын жоғарыдағы сұрақтардың аналогін 1939 жылы Келлер тұжырымдады. Келлер сұрағы Якобиан гипотезасымен эквивалент, сондықтан көптеген авторлар Якобиан гипотезасына «Келлер проблемасы» деп қарайды. Якобиан гипотезасы кейінірек Стив Смейлдің «Келесі ғасырдың математикалық проблемалар» еңбегінде 18 ашық проблеманың 16-шысы болып кездеседі.

Керілену проблемасын шешу үшін біз екі жолмен жүреміз:

1. Якобиан шартымен бірге қажет шарттарды қосу арқылы жеткілікті шарт алу;
2. Керіленуді сипаттау үшін толығымен жаңа мүлдем өзгеше бағыт ойлап табу.

Шындығында Якобиан шартына бірнеше шартты қосу арқылы керіленуді қамтамасыз етуге болады. Сондай шарттардың бірі $k[X] \rightarrow k[F] := k[F_1, \dots, F_n]$ осының үстінде бүтінділік облысы болады. Тағы бір шарт $k(F) \subset k(X)$ бұл Галуа шарты. Ал керіленуді табудың жаңа жолы Гребнер базисі теориясына негізделген нәтижесі болып табылады. Якобиан гипотезасының критерийі барлық осьтерде ғана жұмыс жасап қоймай, егер $F: k^n \rightarrow k^n$ полиномиалды бейнеленуі керіленетін болса, оның керісін есептейді.

Бұл нәтижелерді қолдана отырып Мак Кей және Ванг 1988 жылы $F = (F_1, \dots, F_n): k^n \rightarrow k^n$ полиномиалды автоморфизмінің толығымен n^2 $F_i(X_j) = 0$ көпмүшелерімен толығымен анықталатындығын тапты. Бұл көпмүшелер бастапқы F бейнелеуін құрастыруға мүмкіндік береді. Полиномиалды автоморфизмдерді қарастырғандағы тағы бір нәтиже k сипаттамасы 0-ге тең алгебралық тұйық өріс болсын. Егер $F: k^n \rightarrow k^n$ инъективті бейнелеу болса, онда F полиномиалды автоморфизм болады. Осы нәтижені пайдалана отырып Якобиан гипотезасын келесідей тұжырымдауға болады:

$$F'(z) := \det JF(z), \quad z \in k^n$$

Онда Якобиан гипотезасы келесі тұжырымға эквивалент: егер $F(a) = F(b)$, $a \neq b \in k^n$ болса, онда $F'(z) = 0$, $z \in k^n$ болады.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

3. Van den Essen A. Polynomial automorphisms and the Jacobian Conjecture. Progress in mathematics; Vol. 190. -Basel; Boston; Berlin: Birkhauser, 2000, p.330.
4. Бухштаб А.А. Теория чисел, Изд.: Лань, 2008, с.384.
5. Smale S. Mathematical problems for the next century, Math. Intelligencer, 20(1998), №2, p. 7-15.

УДК 512.544

О НЕКОТОРЫХ СИСТЕМАХ АНТИНОРМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Попович Анна Юрьевна

annushka_2121@mail.ru

Студентка кафедры геометрии и алгебры механико-математического факультета Днепропетровского национального университета имени Олеса Гончара, Украина

Научный руководитель – А.А. Пыпка