ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ
ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
ЕВРАЗИЙСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Л.Н. ГУМИЛЕВА
GUMILYOV EURASIAN
NATIONAL UNIVERSITY

ЖАС ҒАЛЫМДАР КЕҢЕСІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2015» атты X Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ X Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2015»

PROCEEDINGS of the X International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2015»

УДК 001:37.0
ББК72+74.04
Ғ 96

Ғ96

«Ғылым және білім – 2015» атты студенттер мен жас ғалымдардың Х Халық. ғыл. конф. = Х Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2015» = The X International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2015». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie-2015/, 2015. – 7419 стр. қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-9965-31-695-1

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001:37.0
ББК 72+74.04

ISBN 978-9965-31-695-1

матрицасының анықтауышы 0-ден өзгеше болуы қажетті және жеткілікті.

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Отелбаев М., Кокебаев Б.К., Шыныбеков А.Н. К теории расширения и сужения операторов. – Ч.1. //Известия АН КазССР. Серия физико-математическая, 1982.-№5., Ч.2. //Известия АН КазССР. Серия физико-математическая, 1983.-№1.
2. Отаров Х. Т. Спектральные свойства корректно и везде разрешимых расширений и сужений обыкновенных дифференциальных операторов // Автореферат диссертации к.ф.-м.н. – Алма-Ата, 1983, - 16с

УДК 512.55

ДУАЛЬНЫЕ АЛГЕБРЫ ЛЕЙБНИЦА РАЗМЕРНОСТЕЙ 1 И 2 НАД ПОЛЕМ ХАРАКТЕРИСТИКИ 0

Таджекеева Акмарал
maral_enu@mail.ru
Магистрант 2-го курса специальности «6М010900–Математика»
ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – А.С. Науразбекова

Линейное пространство A над полем k, снабженное билинейной операцией $x \cdot y$, называется *дуальной алгеброй Лейбница* [1], если для любых $x, y, z \in A$ выполняется тождество

$$(xy)z = x(yz) + x(zy) . \tag{1}$$

Алгебра A называется *нильпотентной,* если существует целое N такое, что левонормированное умножение любых N элементов алгебры A равно нулю, т.е.

$$a_1 \cdot (a_2 \cdot (\ldots(a_{N-1} \cdot a_N)\ldots)) = 0.$$

Минимальное N с таким свойством называется *индексом нильпотентности*. Используя тождество (1) не сложно заметить, что, если A нильпотентная дуальная алгебра Лейбница с индексом нильпотентности N, то произведение любых N элементов с произвольной растановкой скобок равно нулю.

А.С. Джумадильдаев и К.М. Туленбаев [2] доказали что, каждая конечномерная дуальная алгебра Лейбница над комплексным полем является нильпотентной, они также классифицировали дуальные алгебры Лейбница размерностей ≤ 3 над алгебраически замкнутым полем. В данной работе мы изучили дуальные алгебры Лейбница размерностей 1 и 2 над полем характеристики 0 и показали, что они является нильпотентными.

Теорема 1. *Пусть A – произвольная дуальная алгебра Лейбница размерности 1 над полем* k *характеристики 0 и* e_1 *- его базис. Тогда* $e_1 \cdot e_1 = 0$.

Доказательство. Пусть

$$e_1 \cdot e_1 = \alpha e_1 \text{ , где } \alpha \in k. \tag{2}$$

По тождеству (1) имеем

$$(e_1 \cdot e_1) \cdot e_1 = e_1 \cdot (e_1 \cdot e_1 + e_1 \cdot e_1) = 2e_1 \cdot (e_1 \cdot e_1).$$

Используя (2) получим

$$(e_1 \cdot e_1) \cdot e_1 = \alpha e_1 \cdot e_1 = \alpha^2 e_1 \text{ и } 2e_1 \cdot (e_1 \cdot e_1) = 2\alpha e_1 \cdot e_1 = 2\alpha^2 e_1.$$

Тогда $\alpha^2 = 2\alpha^2$. А это возможно только при $\alpha = 0$. Следовательно, $e_1 \cdot e_1 = 0.$ □

Следствие 1. *Любая дуальная алгебра Лейбница A размерности 1 над полем k характеристики 0 является нильпотентной с индексом нильпотентности 2.*

Доказательство. Пусть $a_1 = \alpha e_1$ и $a_2 = \beta e_2$ – произвольные элементы алгебры *A*, где $\alpha, \beta \in k$. По теореме 1 имеем $a_1 \cdot a_2 = \alpha\beta(e_1 \cdot e_2) = 0$. Следовательно, индекс нильпотентности равен 2. □

Теорема 2. *Пусть A – произвольная дуальная алгебра Лейбница размерности 2 над полем k характеристики 0 и e_1, e_2 – его базис.* Тогда $e_1 \cdot e_1 = \alpha e_2$, где α =0 или $\alpha \in k^*$, $e_1 \cdot e_2 = 0, e_2 \cdot e_1 = 0$, $e_2 \cdot e_2 = 0$.

Доказательство. Пусть

$$\begin{cases} e_1 \cdot e_1 = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_{2,} \\ e_1 \cdot e_2 = \beta_1 e_1 + \beta_2 e_{2,} \\ e_2 \cdot e_1 = \gamma_1 e_1 + \gamma_2 e_{2,} \\ e_2 \cdot e_2 = \varepsilon_1 e_1 + \varepsilon_2 e_2, \end{cases} \tag{3}$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2, \varepsilon_1, \varepsilon_2 \in k$.

Используя тождество (1) получим соотношения 1) – 8).

1) $(e_1 \cdot e_1) \cdot e_1 = e_1 \cdot (e_1 \cdot e_1 + e_1 \cdot e_1) = 2e_1 \cdot (e_1 \cdot e_1)$.

По (3) имеем

$$(e_1 \cdot e_1) \cdot e_1 = (\alpha_1^2 + \alpha_2\gamma_1)e_1 + (\alpha_1\alpha_2 + \alpha_2\gamma_2)e_2,$$
$$2e_1 \cdot (e_1 \cdot e_1) = (2\alpha_1^2 + 2\alpha_2\beta_1)e_1 + (2\alpha_1\alpha_2 + 2\alpha_2\beta_2)e_2.$$

Тогда

$$\alpha_1^2 + 2\alpha_2\beta_1 - \alpha_2\gamma_1 = 0,$$

$$\alpha_1\alpha_2 + 2\alpha_2\beta_2 - \alpha_2\gamma_2 = 0.$$

(4)

(5)

2) $(e_1 \cdot e_2) \cdot e_1 = e_1 \cdot (e_2 \cdot e_1 + e_1 \cdot e_2)$.

По (3) имеем

$$(e_1 \cdot e_2) \cdot e_1 = \beta_1\alpha_1 e_1 + \beta_1\alpha_2 e_2 + \beta_2\gamma_1 e_1 + \beta_2\gamma_2 e_2,$$
$$e_1 \cdot (e_2 \cdot e_1 + e_1 \cdot e_2) = (\alpha_1\gamma_1 + \alpha_1\beta_1 + \beta_1\gamma_2 + \beta_1\beta_2)e_1 + (\alpha_2\gamma_1 + \alpha_2\beta_1 + \beta_2\gamma_2 + \beta_2^2)e_2.$$

Тогда

$$\alpha_1\gamma_1 + \beta_1\gamma_2 + \beta_1\beta_2 - \beta_2\gamma_1 = 0, \tag{6}$$

$$\alpha_2\gamma_1 + \beta_2^2 = 0. \tag{7}$$

3) $(e_1 \cdot e_1) \cdot e_2 = (e_1 \cdot e_2) \cdot e_1$.
По (3) имеем

$$(e_1 \cdot e_1) \cdot e_2 = (\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\varepsilon_1)e_1 + (\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\varepsilon_2)e_2.$$

Тогда

$$\alpha_2\varepsilon_1 - \gamma_1\beta_2 = 0, \tag{8}$$

$$\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\varepsilon_2 - \alpha_2\beta_1 - \beta_2\gamma_2 = 0. \tag{9}$$

4) $(e_1 \cdot e_2) \cdot e_2 = 2e_1 \cdot (e_2 \cdot e_2)$.
По (3) имеем

$$(e_1 \cdot e_2) \cdot e_2 = (\beta_1^2 + \beta_2\varepsilon_1)e_1 + (\beta_1\beta_2 + \beta_2\varepsilon_2)e_2,$$
$$2e_1 \cdot (e_2 \cdot e_2) = (2\varepsilon_1\alpha_1 + 2\varepsilon_2\beta_1)e_1 + (2\varepsilon_1\alpha_2 + 2\varepsilon_2\beta_2)e_2.$$

Тогда

$$\beta_1^2 + \beta_2\varepsilon_1 - 2\varepsilon_1\alpha_1 - 2\varepsilon_2\beta_1 = 0, \tag{10}$$

$$\beta_1\beta_2 - 2\varepsilon_1\alpha_2 - \varepsilon_2\beta_2 = 0. \tag{11}$$

5) $(e_2 \cdot e_2) \cdot e_2 = 2e_2 \cdot (e_2 \cdot e_2)$.
По (3) имеем

$$(e_2 \cdot e_2) \cdot e_2 = (\varepsilon_1\beta_1 + \varepsilon_2\varepsilon_1)e_1 + (\varepsilon_1\beta_2 + \varepsilon_2^2)e_2,$$
$$2e_2 \cdot (e_2 \cdot e_2) = (2\varepsilon_1\gamma_1 + 2\varepsilon_2\varepsilon_1)e_1 + (2\varepsilon_1\gamma_2 + 2\varepsilon_2^2)e_2.$$

Тогда

$$2\varepsilon_1\gamma_1 + \varepsilon_1\varepsilon_2 - \varepsilon_1\beta_1 = 0, \tag{12}$$

$$2\varepsilon_1\gamma_2 + \varepsilon_2^2 - \varepsilon_1\beta_2 = 0. \tag{13}$$

6) $(e_2 \cdot e_1) \cdot e_1 = 2e_2 \cdot (e_1 \cdot e_1)$.
По (3) имеем

$$(e_2 \cdot e_1) \cdot e_1 = (\gamma_1\alpha_1 + \gamma_2\gamma_1)e_1 + (\gamma_1\alpha_2 + \gamma_2^2)e_2,$$
$$2e_2 \cdot (e_1 \cdot e_1) = (2\alpha_1\gamma_1 + 2\alpha_2\varepsilon_1)e_1 + (2\alpha_1\gamma_2 + 2\alpha_2\varepsilon_2)e_2.$$

Тогда

$$\alpha_1\gamma_1 + 2\alpha_2\varepsilon_1 - \gamma_2\gamma_1 = 0, \tag{14}$$

$$2\alpha_1\gamma_2 + 2\alpha_2\varepsilon_2 - \gamma_1\alpha_2 - \gamma_2^2 = 0. \tag{15}$$

7) $(e_2 \cdot e_2) \cdot e_1 = e_2 \cdot (e_2 \cdot e_1 + e_1 \cdot e_2)$.

По (3) имеем

$$(e_2 \cdot e_2) \cdot e_1 = (\varepsilon_1\alpha_1 + \varepsilon_2\gamma_1)e_1 + (\varepsilon_1\alpha_2 + +\varepsilon_2\gamma_2)e_2,$$
$$e_2 \cdot (e_2 \cdot e_1 + e_1 \cdot e_2) = (\gamma_1^2 + \beta_1\gamma_1 + \gamma_2\varepsilon_1 + \beta_2\varepsilon_1)e_1 + (\gamma_1\gamma_2 + \beta_1\gamma_2 + \gamma_2\varepsilon_2 + \beta_2\,\varepsilon_2)e_2.$$

Тогда

$$\gamma_1^2 + \beta_1\gamma_1 + \gamma_2\varepsilon_1 + \beta_2\varepsilon_1 - \varepsilon_1\alpha_1 - \varepsilon_2\gamma_1 = 0, \tag{16}$$

$$\gamma_1\gamma_2 + \beta_1\gamma_2 + \beta_2\,\varepsilon_2 - \varepsilon_1\alpha_2 = 0. \tag{17}$$

8) $(e_2 \cdot e_2) \cdot e_1 = (e_2 \cdot e_1) \cdot e_2$.
По (3) имеем

$$(e_2 \cdot e_1) \cdot e_2 = (\gamma_1\beta_1 + \gamma_2\varepsilon_1)e_1 + (\gamma_1\beta_2\gamma_2\varepsilon_2)e_2.$$

Тогда

$$\varepsilon_1\alpha_1 + \varepsilon_2\gamma_1 - \gamma_1\beta_1 - \gamma_2\varepsilon_1 = 0. \tag{18}$$

Из равенства (5) следует, что $\alpha_2 = 0$ или $\alpha_1 + 2\beta_2 - \gamma_2 = 0$. Из равенства (12) следует, что $\varepsilon_1 = 0$ или $2\gamma_1 + \varepsilon_2 - \beta_1 = 0$. Отсюда можно выделить следующие 4 случая.

Случай 1. $\alpha_2 = 0$, $\varepsilon_1 = 0$. Тогда из равенств (5) – (18) получаем следующую систему

$$\begin{cases} \alpha_2 = \varepsilon_1 = 0 \\ \alpha_1^2 = 0 \\ \alpha_1\gamma_1 + \beta_1\gamma_2 + \beta_1\beta_2 - \beta_2\gamma_1 = 0 \\ \beta_2^2 = 0 \\ \beta_2\gamma_1 = 0 \\ \alpha_1\beta_2 - \beta_2\gamma_2 = 0 \\ \beta_1^2 - 2\beta_1\varepsilon_2 = 0 \\ \beta_2\varepsilon_2 - \beta_1\beta_2 = 0 \\ \varepsilon_2^2 = 0 \\ \alpha_1\gamma_1 - \gamma_1\gamma_2 = 0 \\ 2\alpha_1\gamma_2 - \gamma_2^2 = 0 \\ \gamma_1^2 + \beta_1\gamma_1 - \varepsilon_2\gamma_1 = 0 \\ \gamma_1\gamma_2 + \beta_1\gamma_2 + \beta_2\varepsilon_2 = 0 \\ \gamma_1\varepsilon_2 - \beta_1\gamma_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \alpha_2 = \beta_2 = \varepsilon_2 = \varepsilon_1 = 0 \\ \beta_1\gamma_2 = 0 \\ \beta_1^2 = 0 \\ \gamma_1\gamma_2 = 0 \\ \gamma_2^2 = 0 \\ \gamma_1^2 + \beta_1\gamma_1 = 0 \\ \gamma_1\gamma_2 + \beta_1\gamma_2 = 0 \\ \beta_1\gamma_1 = 0. \end{cases}$$

Отсюда $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_2 = \varepsilon_2 = \varepsilon_1 = \beta_1 = \gamma_2 = \gamma_1 = 0$.

Случай 2. $\varepsilon_1 = 0$, $\alpha_2 \neq 0$, $\alpha_1 + 2\beta_2 - \gamma_2 = 0$.

$$
\begin{cases}
\gamma_2 = \alpha_1 + 2\beta_2 \\
\varepsilon_1 = 0 \\
\alpha_1^2 + 2\alpha_2\beta_1 - \alpha_2\gamma_1 = 0 \\
\alpha_1\gamma_1 + \alpha_1\beta_1 + 2\beta_1\beta_2 - \beta_2\gamma_1 = 0 \\
\alpha_2\gamma_1 + \beta_2^2 = 0 \\
\beta_2\gamma_1 = 0 \\
\alpha_2\varepsilon_2 - \alpha_2\beta_1 - 2\beta_2^2 = 0 \\
\beta_1^2 - 2\beta_1\varepsilon_2 = 0 \\
\beta_2\varepsilon_2 - \beta_1\beta_2 = 0 \\
\varepsilon_2^2 = 0 \\
\alpha_1^2 - 4\beta_2^2 + 2\alpha_2\varepsilon_2 - \alpha_2\gamma_1 = 0 \\
\gamma_1^2 + \beta_1\gamma_1 - \varepsilon_2\gamma_1 = 0 \\
\alpha_1\gamma_1 + 2\beta_2\gamma_1 + \alpha_1\beta_1 + 2\beta_1\beta_2 + \beta_2\varepsilon_2 = 0 \\
\gamma_1\varepsilon_2 - \beta_1\gamma_1 = 0
\end{cases}
\Rightarrow
\begin{cases}
\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0 \\
\gamma_2 = \alpha_1 + 2\beta_2 \\
\alpha_1^2 + 2\alpha_2\beta_1 - \alpha_2\gamma_1 = 0 \\
\alpha_1\gamma_1 + \alpha_1\beta_1 + 2\beta_1\beta_2 = 0 \\
\alpha_2\gamma_1 + \beta_2^2 = 0 \\
\beta_2\gamma_1 = 0 \\
\alpha_2\beta_1 + 2\beta_2^2 = 0 \\
\beta_1^2 = 0 \\
\beta_1\beta_2 = 0 \\
\alpha_1^2 - 4\beta_2^2 - \alpha_2\gamma_1 = 0 \\
\gamma_1^2 + \beta_1\gamma_1 = 0 \\
\alpha_1\gamma_1 + 2\beta_2\gamma_1 + \alpha_1\beta_1 + 2\beta_1\beta_2 = 0 \\
\beta_1\gamma_1 = 0
\end{cases}
\Rightarrow
\begin{cases}
\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \beta_1 = 0 \\
\gamma_2 = \alpha_1 + 2\beta_2 \\
\alpha_1^2 + 2\alpha_2\beta_1 - \alpha_2\gamma_1 = 0 \\
\alpha_1\gamma_1 = 0 \\
\alpha_2\gamma_1 + \beta_2^2 = 0 \\
\beta_2\gamma_1 = 0 \\
\beta_2^2 = 0 \\
\alpha_1^2 - 4\beta_2^2 - \alpha_2\gamma_1 = 0 \\
\gamma_1^2 = 0 \\
\alpha_1\gamma_1 + 2\beta_2\gamma_1 = 0.
\end{cases}
$$

Отсюда $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_2 = \varepsilon_2 = \varepsilon_1 = \beta_1 = \gamma_2 = \gamma_1 = 0$.

Случай 3. $\alpha_2 = 0$, $\varepsilon_1 \neq 0$, $2\gamma_1 + \varepsilon_2 - \beta_1 = 0$.

$$
\begin{cases}
\alpha_2 = 0 \\
\beta_1 = 2\gamma_1 + \varepsilon_2 \\
\alpha_1\gamma_1 + 2\gamma_1\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_2 + \beta_2\gamma_1 + \beta_2\varepsilon_2 = 0 \\
\beta_2^2 = 0 \\
\beta_2\gamma_1 = 0 \\
\alpha_1\beta_2 - \beta_2\gamma_2 = 0 \\
4\gamma_1^2 - \varepsilon_2^2 + \beta_2\varepsilon_1 - 2\alpha_1\varepsilon_1 = 0 \\
2\varepsilon_1\gamma_2 + \varepsilon_2^2 - \beta_2\varepsilon_1 = 0 \\
\alpha_1\gamma_1 - \gamma_1\gamma_2 = 0 \\
2\alpha_1\gamma_2 - \gamma_2^2 = 0 \\
3\gamma_1^2 + \gamma_2\varepsilon_1 + \beta_2\varepsilon_1 - \alpha_1\varepsilon_1 = 0 \\
3\gamma_1\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_2 + \beta_2\varepsilon_2 = 0 \\
\alpha_1\varepsilon_1 - 2\gamma_2^2 - \gamma_2\varepsilon_1 = 0
\end{cases}
\Rightarrow
\begin{cases}
\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_2 = 0 \\
\beta_1 = 2\gamma_1 + \varepsilon_2 \\
2\gamma_1\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_2 = 0 \\
4\gamma_1^2 - \varepsilon_2^2 = 0 \\
2\varepsilon_1\gamma_2 + \varepsilon_2^2 = 0 \\
\gamma_1\gamma_2 = 0 \\
\gamma_2^2 = 0 \\
3\gamma_1^2 + \gamma_2\varepsilon_1 = 0 \\
3\gamma_1\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_2 = 0 \\
2\gamma_2^2 + \gamma_2\varepsilon_1 = 0
\end{cases}
\Rightarrow
\begin{cases}
\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_2 = \gamma_2 = 0 \\
\beta_1 = 2\gamma_1 + \varepsilon_2 \\
4\gamma_1^2 - \varepsilon_2^2 = 0 \\
\varepsilon_2^2 = 0 \\
\gamma_1^2 = 0.
\end{cases}
$$

Отсюда $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_2 = \varepsilon_2 = \varepsilon_1 = \beta_1 = \gamma_2 = \gamma_1 = 0$.

Случай 4. $\alpha_2 \neq 0$, $\varepsilon_1 \neq 0$, $\alpha_1 + 2\beta_2 - \gamma_2 = 0$, $2\gamma_1 + \varepsilon_2 - \beta_1 = 0$.

$$
\begin{cases}
\gamma_2 = \alpha_1 + 2\beta_2 \\
\beta_1 = \varepsilon_2 + 2\gamma_1 \\
\alpha_1^2 + 2\alpha_2\varepsilon_2 + 3\alpha_2\gamma_1 = 0 \\
3\alpha_1\gamma_1 + 3\beta_2\varepsilon_2 + 5\beta_2\gamma_1 + \alpha_1\varepsilon_2 = 0 \\
\beta_2^2 + \alpha_2\gamma_1 = 0 \\
\alpha_2\varepsilon_1 - \beta_2\gamma_1 = 0 \\
-\varepsilon_2^2 + 4\gamma_1^2 + \beta_2\varepsilon_1 + \alpha_1\varepsilon_1 = 0 \\
\varepsilon_2^2 + 2\alpha_1\varepsilon_1 + 3\beta_2\varepsilon_1 = 0 \\
\alpha_1^2 - 4\beta_2^2 + 2\alpha_2\varepsilon_2 - \alpha_2\gamma_1 = 0 \\
\gamma_1^2 + \beta_2\varepsilon_1 = 0 \\
3\alpha_1\gamma_1 + 6\beta_2\gamma_1 + 3\beta_2\varepsilon_2 + \alpha_1\varepsilon_2 - \alpha_2\varepsilon_1 = 0
\end{cases}
\Rightarrow
\begin{cases}
\alpha_1 = 0 \\
\gamma_2 = 2\beta_2 \\
\beta_1 = \varepsilon_2 + 2\gamma_1 \\
2\alpha_2\varepsilon_2 + 3\alpha_2\gamma_1 = 0 \\
3\beta_2\varepsilon_2 + 5\beta_2\gamma_1 = 0 \\
\beta_2^2 + \alpha_2\gamma_1 = 0 \\
\alpha_2\varepsilon_1 - \beta_2\gamma_1 = 0 \\
\varepsilon_2^2 + 3\beta_2\varepsilon_1 = 0 \\
-4\beta_2^2 + 2\alpha_2\varepsilon_2 - \alpha_2\gamma_1 = 0 \\
\gamma_1^2 + \beta_2\varepsilon_1 = 0 \\
5\beta_2\gamma_1 + 3\beta_2\varepsilon_2 = 0
\end{cases}
$$

Из седьмого равенства последний системы и из предположения того, что $\alpha_2 \neq 0, \varepsilon_1 \neq 0$, следует $\beta_2 \neq 0, \gamma_1 \neq 0$. С учетом того, что $\beta_2 \neq 0$, из последней системы получаем также $\gamma_1 = 0$. Полученное противоречие показывает, что случай 4 невозможен.□

Следствие 2. *Любая дуальная алгебра Лейбница A размерности 2 над полем k характеристики ноль является нильпотентной с индексом нильпотентности 2 или 3.*

Доказательство. Пусть $a = \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2$, $b = \beta_1 e_1 + \beta_2 e_2$, $c = \gamma_1 e_1 + \gamma_2 e_2$ – произвольные элементы алгебры *A*, где $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2 \in k$. По теореме 2 имеем

$$a \cdot b = (\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2)(\beta_1 e_1 + \beta_2 e_2) = 0, \text{ если } \alpha = 0.$$

$$a \cdot (b \cdot c) = (\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2)((\beta_1 e_1 + \beta_2 e_2)(\gamma_1 e_1 + \gamma_2 e_2)) = (\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2)(\beta_1 \gamma_1 e_2) = 0, \text{если } \alpha \in k^*. \square$$

Список литературы

1. J.-L. Loday., Cup-product for Leibniz cohomology and dual Leibniz algebras// Math., - 1995. –V. 77, N 2. -P. 189-196.
2. A.S. Dzhumadil’daev, K. M. Tulenbaev., Nilpotency of Zinbiel algebras// Journal of Dynamical and Control Systems, - 2005. -V. 11, N 2. -P. 195–213.
3. A. S. Naurazbekova, U.U. Umirbaev., Identities of dual Leibniz algebras // TWMS Journal of Pure and Applied Mathematics. -2010. -V. 1, N 1. -P. 86-91.

ӘОЖ 517.51

МЕНШІКСІЗ ИНТЕГРАЛДАРДЫҢ ЖИНАҚТАЛУ БЕЛГІСІ

Торғаева Қамажай

95_kamazhai_95@mail.ru

Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті, математика және ақпараттық технологиялар факультетінің студенті, Қарағанды, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі- Ақышев Ғ.А.

Математикалық анализ курсынан келесі тұжырым белгілі:
егер