



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ
БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE
OF THE REPUBLIC OF KAZAKHSTAN



Л. Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ
ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
ЕВРАЗИЙСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. Л. Н. ГУМИЛЕВА
GUMILYOV EURASIAN
NATIONAL UNIVERSITY



Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2015»
атты X Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
X Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2015»

PROCEEDINGS
of the X International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2015»

УДК 001:37.0
ББК72+74.04
Ғ 96

Ғ96

«Ғылым және білім – 2015» атты студенттер мен жас ғалымдардың X Халық. ғыл. конф. = X Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2015» = The X International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2015». – Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie-2015/>, 2015. – 7419 стр. қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-9965-31-695-1

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001:37.0
ББК 72+74.04

ISBN 978-9965-31-695-1

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2015

$1 + \log N =$	8,88156
$t =$	8
$\min_{n=1,2,\dots,N} U_n$	0
$\max_{n=1,2,\dots,N} U_n$	0,996979
$p_k = \frac{1}{t}$	0,125
$t - 1$	7

Таблица 2 - Результаты эмпирического тестирования случайной «алгебраической» последовательности $\{U_n\}_{n=1}^{2468}$ χ^2 -методом.

Группы k	Левый конец k – го отрезка	Правый конец k – го отрезка	b_k	$\frac{(b_k - Np_k)^2}{Np_k}$
1	0	0,124622	336	0,075528701
2	0,12462236	0,249245	328	0,027190332
3	0,24924471	0,373867	328	0,027190332
4	0,37386707	0,498489	328	0,027190332
5	0,49848943	0,623112	336	0,075528701
6	0,62311178	0,747734	328	0,027190332
7	0,74773414	0,872356	328	0,027190332
8	0,8723565	0,996979	336	0,075528701
S_8				0,362537764

При уровне значимости $\alpha = 0,001$, имеем

$$S_{кр,\alpha} = 24,3 > 0,3625 = S_8.$$

Таким образом, последовательность $\{U_n\}_{n=1}^{2468}$ является равномерно распределенной на $[0,1]$ в смысле критерия χ^2 .

Список использованных источников

1. Кнут Д. Искусство программирования. Том 2. Получисленные алгоритмы. 2002. -788 стр.
2. Темиргалиева Ж.Н., Темиргалиев Н. Генерирование случайных «алгебраических» чисел// Вестник Евразийского Национального Университета им. Л.Н.Гумилева, ч.1, 2013, №4(95). С.5-28.
3. Жубанышева А., Наурызбаев Н., Алтан К., Темиргалиев Н. Тестирование случайных «алгебраических» последовательностей на равномерную распределенность χ^2 -методом // Международная конференция «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», посвященная 80-летию со дня рождения профессора К. Ж. Наурызбаева, 9-11 декабря 2014 г., С.86

Шәми Ұлманай Аманбайқызы

ulmen_ai@mail.ru

Магистрант ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – Д.Х. Козыбаев

Удивительно, что понятие базиса Грёбнера возникло в математике сравнительно недавно. Оно было введено Бруно Бухбергером в его диссертации 1965 г., написанной под руководством Вольфганга Грёбнера. Аналогичные идеи были высказаны также Х. Хиронакой и А. И. Ширшовым.

Мы показываем технику базисов Грёбнера, которая может быть применена для решения полиномиальных уравнений. По этой тематике можно отметить несколько замечательных книг, в которых обсуждаются базисы Грёбнера. В первую очередь отметим монографию [1]. Также основные факты о базисах Грёбнера изложены в [2].

Как выяснить, принадлежит ли многочлен $h(x)$ главному идеалу $(f(x))$? Да очень просто, нужно делить многочлен $h(x)$ на $f(x)$ «в столбик», и если разделится без остатка, то $h(x) \in (f(x))$, иначе $h(x) \notin (f(x))$.

Аналогичная задача часто возникает и для многочленов от нескольких переменных, но здесь ее решение существенно сложнее.

Рассмотрим задачу вхождения. Пусть идеал $I \triangleleft K[x_1, \dots, x_n]$ задан своим базисом $I = (f_1, \dots, f_m)$. Требуется найти алгоритм, позволяющий за конечное число шагов выяснить, принадлежит ли данный многочлен $h(x_1, \dots, x_n)$ идеалу I , т. е. существуют ли такие многочлены $r_1(x_1, \dots, x_n), \dots, r_m(x_1, \dots, x_n)$, что $h = f_1 r_1 + \dots + f_m r_m$.

После некоторых раздумий можно найти следующий метод упрощения выражения для h в задаче вхождения.

Зафиксируем обозначения. Для всякого многочлена P имеем $P = P_C + P_M$, где P_C — старший член P , а P_M — сумма остальных членов. Например, для $P = 2x^2 + xy^3 - 4z^2$ имеем $P_C = 2x^2$, $P_M = xy^3 - 4z^2$.

Операция редукции. Предположим, что старший член многочлена h делится на старший член некоторого из многочленов f_i , т. е. $h_C = f_{iC} Q$, где Q — многочлен. Тогда положим $h_1 = h - Q f_i = Q(-f_{iM}) + h_M$. При этом старший член многочлена h_1 меньше старшего члена многочлена h . Из [3] известно, что

Лемма 1. $h \in (f_1, \dots, f_m) \Leftrightarrow h_1 \in (f_1, \dots, f_m)$.

Следовательно, задачу вхождения теперь можно решать не для h , а для h_1 и здесь вновь можно применять редукцию (возможно, с другим f_i). Если за конечное число редукций многочлен h сведется (редуцируется) к нулю, то $h \in (f_1, \dots, f_m)$, так как нуль принадлежит любому идеалу.

Рассмотрим пример. Пусть $h = x_2 x_3^2 x_4 - x_1 x_3 x_4^2$, $f_1 = x_1 + x_2$, $f_2 = x_3 + x_4$. Моном $h_C = -x_1 x_3 x_4^2$ делится на $f_{1C} = x_1 (Q = -x_3 x_4^2)$

Редукция 1. $h \rightarrow x_2 x_3^2 x_4 + x_1 x_3 x_4^2$, $f_1 = x_1 + x_2$, $f_2 = x_3 + x_4$. Здесь $h_{1C} = x_2 x_3^2 x_4$ делится на $f_{2C} = x_3 (Q = x_2 x_3 x_4)$.

Редукция 2. $h_1 \rightarrow x_2 x_4^3 + x_2 x_3 x_4^2 = h_2$ (редукция произведена дважды). Здесь $h_{2C} = x_2 x_3 x_4^2$ делится на $f_{2C} = x_3 (Q = x_2 x_4^2)$.

Редукция 3. $h_2 \rightarrow x_2 x_4^3 - x_2 x_4^3 = 0$.

Итак, $h \in (f_1, f_2)$.

А как быть, если h не редуцируется к нулю, т. е. на некотором этапе возникает многочлен, старший член которого не делится ни на один из одночленов $f_{1C}, f_{2C}, \dots, f_{mC}$? Можно ли утверждать, что h не принадлежит идеалу?

Как это часто бывает в математике, если мы не можем сказать ничего конкретного, мы фиксируем желаемое в определении. Известно, что

Определение 1. Базис $f_1, \dots, f_m$ идеала $I = (f_1, \dots, f_m)$ называется *базисом Грёбнера* этого идеала, если всякий многочлен $h \in I$ редуцируется к нулю при помощи $f_1, \dots, f_m$.

Приведем эквивалентное

Определение 2. Набор многочленов $f_1, \dots, f_m$ — *базис Грёбнера* в $I = (f_1, \dots, f_m)$ если для любого $h \in I$ одночлен h_C делится на один из одночленов $f_{1C}, f_{2C}, \dots, f_{mC}$.

Рассмотрим идеал $I = (x^2 - y, x^2 - z) \triangleleft K[x, y, z]$, $f_1 = x^2 - y$, $f_2 = x^2 - z$. Имеем $z - y \in I$, так как $z - y = f_1 - f_2$. С другой стороны, старший член многочлена $z - y$ не делится на старшие члены f_1 и f_2 (они равны x^2). Поэтому f_1 и f_2 не образуют базис Грёбнера идеала I . Ниже мы докажем, что f_1, f_2 и $f_3 = z - y$ — базис Грёбнера в I .

Предположим, что нам известен базис Грёбнера идеала I . Пусть дан многочлен h . Будем производить всевозможные редукции h с помощью элементов базиса (любая из цепочек возможных редукций конечна). Многочлен h лежит в I тогда и только тогда, когда в результате редукций получаем нуль.

Это решение представляет собой алгоритм, который несложно реализовать на персональных компьютерах и применять к задачам со сколь угодно сложными выражениями для f_i и h .

Заметим, что из задачи 4.16 [3] и теоремы Гильберта о базисе вытекает существование базиса Грёбнера в любом идеале. В самом деле, рассмотрим идеал, порожденный старшими членами элементов идеала, и выберем в нем конечный базис из числа образующих. Тогда элементы исходного идеала, старшие члены которых образуют базис идеала старших членов, составляют конечный базис Грёбнера исходного идеала.

Однако это доказательство существования не дает алгоритма построения базиса Грёбнера идеала по некоторому его исходному базису.

Пусть $I \triangleleft K[x_1, \dots, x_n]$ — идеал и $f_1, \dots, f_m$ — его базис.

Определение 3. Говорят, что многочлены f_i и f_j имеют *зацепление*, если их старшие члены f_{iC} и f_{jC} делятся одновременно на некоторый одночлен ω , отличный от константы.

Если f_i и f_j имеют зацепление, т. е. $f_{iC} = wq_1$, $f_{jC} = wq_2$, где w — наибольший общий делитель f_{iC} и f_{jC} , то рассмотрим многочлен $F_{i,j} = f_i q_2 - f_j q_1 \in I$. (Его принято называть S -многочленом пары f_i, f_j и обозначать $S(f_i, f_j)$ или $S(i, j)$.) Редуцируем многочлен $F_{i,j}$ с помощью базиса $f_1, \dots, f_m$ до тех пор, пока это возможно. В результате получим нередуцируемый многочлен $\tilde{F}_{i,j}$. Если $\tilde{F}_{i,j} \equiv 0$, то будем говорить, что зацепление *разрешимо*. Иначе добавим $\tilde{F}_{i,j}$ к базису идеала I : $f_{m+1} = \tilde{F}_{i,j}$.

В новом базисе $f_1, \dots, f_m, f_{m+1}$ будем вновь искать возможные зацепления и редуцировать соответствующие многочлены $F_{i,j}$.

Рассмотрим идеал $I = (x^2 - y, x^2 - z)$. Здесь $f_1 = x^2 - y$, $f_2 = x^2 - z$. Имеется зацепление $f_{1C} : x^2, f_{2C} : x^2 \Rightarrow F_{1,2} = -y + z$. Положим $f_3 = y - z$. Других зацеплений нет.

Пусть $I = (f_1 = x^2 + y^2 + z^2, f_2 = x + y - z, f_3 = y + z^2)$. Зацепление имеют только f_1 и f_2

:

$F_{1,2} = f_1 - xf_2 = y^2 + z^2 - xy + xz = -xy + xz + y^2 + z^2$. Редуцируем с помощью f_2 :

$-xy + xz + y^2 + z^2 \approx (y - z)y - (y - z)z + y^2 + z^2 = 2y^2 + 2z^2 - 2yz$. Редуцируем с помощью f_3 :

$$2y^2 + 2z^2 - 2yz \approx 2z^4 + 2z^3 + 2z^2$$

Дальше редуцировать нельзя, поэтому $f_4 = 2z^4 + 2z^3 + 2z^2$. На константу можно сократить и считать, что $f_4 = 2z^4 + 2z^3 + 2z^2$. Других зацеплений нет.

Оказывается, что и в общем случае возможно лишь конечное число неразрешимых зацеплений.

Следует отметить, что в этом направлении остается еще много нерешенных задач и, видимо, еще преждевременно говорить о том, что удовлетворительная теория здесь построена.

Список использованных источников

1. Кокс Д., Литл Дж., О'Ши Д. Идеалы, многообразия и алгоритмы. Введение в вычислительные аспекты алгебраической геометрии и коммутативной алгебры: Пер. с англ. – М.: Мир, 2000, - 687 с.
2. Sturmfels B. Gröbner Bases and Convex Polytopes. – Providence, RI: AMS, 1995.
3. Аржанцев И. В. Базисы Грёбнера и системы алгебраических уравнений. – М.: МЦНМО, 2003. — 68 с.

4.2 Механика

УДК 539.3

КОЛЕБАНИЯ НЕОРТОТРОПНЫХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛАСТИН

Абдурахманов С., Абдрахманов Р.

asulton@mail.ru; a.rustam.a@mail.ru

Ташкентский государственный технический университет имени А.Р.Беруни, Ташкент, Узбекистан, Международный казахско-турецкий университет имени Х.А.Ясави, Туркестан, Казахстан

Важной с практической точки зрения задачей динамики тонкостенных конструкций является изучение спектра собственных частот и форм как одного из этапов исследования динамического поведения указанных механических систем, так как собственные частоты характеризуют жесткостные свойства, а собственные формы реакции конструкции на внешние воздействия. Вопросы связанные с изучением собственных колебаний пластин из традиционных конструкционных материалов проработаны весьма обстоятельно[1-4]. Менее освящены особенности колебаний неоднородной пластинки из композитных материалов, обусловленные специфическими свойствами применяемых материалов. В частности, мало изучены собственные колебания неоднородной пластинки из анизотропных (неортотропных) материалов. Отсутствуют данные о влиянии учёта анизотропных (неортотропных) свойств материала на динамические характеристики тонкостенных конструкций. В разработке методика расчёта частот собственных колебаний пластинки с учётом анизотропных неортотропных свойств материала состоит цель настоящей работы.

Объектом исследования является анизотропная (неортотропная) прямоугольная пластинка с переменными толщинами.