ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

ЖАС ҒАЛЫМДАР КЕҢЕСІ

Студенттер мен жас ғалымдардың **«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2016»** атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ XI Международной научной конференции студентов и молодых ученых **«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2016»**

PROCEEDINGS of the XI International Scientific Conference for students and young scholars **«SCIENCE AND EDUCATION - 2016»**

2016 жыл 14 сәуір

Астана

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2016»
атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2016»

PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2016»

2016 жыл 14 сәуір

Астана

ӘӨЖ 001:37(063)
КБЖ 72:74
Ғ 96

Ғ96 «Ғылым және білім – 2016» атты студенттер мен жас ғалымдардың XI Халық. ғыл. конф. = XI Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2016» = The XI International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2016» . – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/ nauka-i-obrazovanie/, 2016. – .... б. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-764-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

ӘОЖ 001:37(063)
КБЖ 72:74

ISBN 978-9965-31-764-4

есебі

$$x(t) = 1 - a\int_0^t x(s^p)ds, \qquad t \in [0,1]$$

интегралдық теңдеуіне пара-пар. Осы интегралдық теңдеуді тізбектеп жуықтау әдісімен шешу арқылы

$$x(1) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n a^n (p-1)^n}{(p-1)(p^2-1)\dots(p^n-1)} \tag{6}$$

теңдігін аламыз.
Әрі қарай

$$F(y) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{y^n}{(p-1)(p^2-1)\dots(p^n-1)} \tag{7}$$

деген қосымша дәрежелік қатарды қарастырамыз. *y = - a(p-1)* деп алсақ (7) қатары (6) қатарымен беттесетін болады. (7) қатар

$$F(y) = \left(1 + \frac{y}{p}\right) F\left(\frac{y}{p}\right) \tag{8}$$

функционалдық теңдеудің шешімі болатындығын тікелей қою арқылы тексеруге болады. Сондықтан

$$F(y) = \prod_{n=1}^{\infty}\left(1 + \frac{y}{p^n}\right),$$

$$x(1) = \prod_{n=1}^{\infty}\left(1 - \frac{a(p-1)}{p^n}\right).$$

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Башкиров А.Н. Устойчивость уравнений запаздывающего типа с периодическими параметрами // Дифференциальные уравнения, Т. 22, №11, 1986, С. 1994-1997.
2. Мышкис А.Д. Линейные дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом. – М.: Наука, 1972, 352 с.

УДК 519.64

ЗАДАЧА ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ ФУНКЦИЙ ИЗ КЛАССОВ УЛЬЯНОВА

Ахметов Бақытжан Биғалиұлы
abb_math@mail.ru
Магистрант 2-го курса механико-математического факультета ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – Н. Темиргалиев

Согласно [1], впервые задача приближенного интегрирования бесконечно гладких функций изучалась И.Ф.Шарыгиным [2] для функций состоящего из 1-периодических по каждой из *s* переменных функций $f(x) = f(x_1,...,x_s)$, тригонометрические коэффициенты Фурье

$$\hat{f}(m) = \hat{f}(m_1,...,m_s) = \int_{[0,1]^s} f(x)e^{-2\pi i(m,x)}dx,$$

которых при всех $m \in Z^s$ удовлетворяют неравенству

$$\left|\hat{f}(m_1,...,m_s)\right| \le \theta^{|m_1|+\cdots+|m_s|},$$

где $\theta = e^{-h}$ $(h > 0)$.

П.Л.Ульяновым в [3] были установлены неулучшаемые связи между скоростью убывания коэффициентов Фурье функции одной переменной и скоростью роста ее производных.

На основе этих результатов П.Л.Ульянова Н.Темиргалиевым в [4] были определены классы $U_s(\beta,\theta,\alpha;\psi)$ функций $f(x) = f(x_1,...,x_s)$, 1-периодических по каждой из $s(s=1,2,...)$ переменных и таких, что ($\overline{y} = \max\{|y|;1\}$):

$$\left|\hat{f}(m)\right| \le \prod_{j=1}^{s} (\overline{m}_j)^{\beta_j} \theta_j^{\overline{m}_j^{\alpha_j^{-1}}} \psi_j(\overline{m}_j)\left(m \in Z^s\right),$$

где $\beta = (\beta_1,...,\beta_s) \in R^s, \theta = (\theta_1,...,\theta_s) \in (0,1]^s, \alpha = (\alpha_1,...,\alpha_s)$ $\left(\alpha_j > 0\ (j = 1,...,s)\right), \psi = (\psi_1,...\psi_s)$ здесь $\psi_j(x)(j = 0,...,s)$ – медленно колеблющиеся положительные функции т.е. такие, что для всякого $\delta \ne 0$ величина $\lim\limits_{x\to\infty} x^\delta \psi_j(x)$ равно 0 или $+\infty$ смотря по тому $\delta < 0$ или $\delta > 0$) такие, что

$$\sum_{m \in Z^s} \prod_{j=1}^{s} \left(\overline{m}_j\right)^{\beta_j} \theta_j^{(\overline{m}_j)^{\alpha_j^{-1}}} \psi_j(\overline{m}_j) < +\infty.$$

Более того, в [3] отмечено, что при всех $\beta \in R^s, \theta \in (0,1)^s, \alpha \in (0,\frac{1}{2}]^s$ класс $U_s(\beta,\theta,\alpha)$ в указанном выше смысле совпадает с классом бесконечно дифференцируемых 1-периодических по каждой переменной функций $f(x) = f(x_1,...,x_s)$ таких, что для всех $k = (k_1,...,k_s) \in Z^s$ $(k_j \ge 0\ (j = 1,...,s))$ выполнены неравенства

$$\left\| \frac{\partial^{k_1+\cdots+k_s}}{\partial x_1^{k_1} ... \partial x_s^{k_s}} f(x_1,...,x_s) \right\|_{C[0,1]^s} \le \prod_{j=1}^{s} \overline{k}_j^{\alpha_j(\beta_j + \overline{k}_j)} \left(\frac{\alpha_j}{e \ln \frac{1}{\theta_j}} \right)^{\alpha_j \overline{k}_j}.$$

Всюду ниже будем пользоваться следующими обозначениями.

Если $\{A_N\}_{N-1}^{\infty}$ – последовательность положительных чисел и $\{B_N\}_{N-1}^{\infty}$– числовая последовательность, то запись $B_N \underset{\alpha,\beta,...}{<<} A_N$ будет означать, что найдется постоянная $c(\alpha,\beta\ ...)$, для которой при каждом целом положительном N выполнено неравенство $|B_N| \le c(\alpha,\beta,...)A_N$. При положительных A_N и B_N запись $A_N \underset{\alpha,\beta,...}{\asymp} B_N$ означает $A_N \underset{\alpha,\beta,...}{<<} B_N \underset{\alpha,\beta,...}{<<} A_N$. И, наконец, $\{x\}$ – дробная часть числа x.

И.Ф.Шарыгиным в 1963 г. было установлено следующее утверждение

Теорема А [2]. *Пусть даны числа* s $(s = 1, 2, ...)$ *и* $0 < \theta < 1$. *Тогда для всех* $s \ge 1$ *и целых положительных* N *имеют место неравенства (оценки снизу)*

$$\inf_{b,\xi} \sup_{f \in U_s(\theta)} \left| \int_{[0,1]^s} f(x)dx - \sum_{k=1}^{N} b_k f(\xi_k) \right| >> \theta^{\sqrt[s]{N \cdot s!}}, \tag{1}$$

где инфимум берется по всем системам весов $b = (b_1,...b_N) \in R^N$ *и всем системам узлов* $\xi = (\xi_1,...\xi_N)$ *из* $[0,1]^s$.

Далее, имеют место следующие оценки сверху:

при $s = 2$ *и* $N = 2n^2(n = 2,3,...)$ *выполнены неравенства*

$$\sup_{f\in U_2(\theta)}\left|\int\limits_{[0,1]^2} f(x)dx-\frac{1}{N}\sum_{j=0}^{n-1}\sum_{k=0}^{n-1}\left(f\left(\frac{j}{n};\frac{k}{n}\right)+f\left(\frac{j}{n}+\frac{1}{2n};\frac{k}{n}+\frac{1}{2n}\right)\right)\right| << \theta^{\sqrt{2N}} \qquad (2)$$

и при $s\ge 3$ *для всех N выполнены неравенства*

$$\sup_{f\in U_s(\theta)}\left|\int\limits_{[0,1]^s} f(x)dx-\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} f\left(\left\{\frac{ka_1}{N}\right\},\ldots\left\{\frac{ka_s}{N}\right\}\right)\right| \underset{s,\theta}{<<} \theta^{\sqrt[s]{\frac{N\,s!}{2^{s-1}}}}, \qquad (3)$$

где $a_1=a_1(N),\ldots,a_s=a_s(N)$ *– соответствующий N набор целых положительных чисел.*

Соотношения (1)-(3) показывают, что оценки снизу (1) из (2) точны при $s=2$, тогда как оценки сверху в (3) допускают ошибку на множитель $\frac{1}{2^{1-\frac{1}{s}}}$ в показатели степени θ при всех $s\ge 3$.

Немаловажный прогресс по данной тематике достигнут Н.Темиргалиевым и его учениками. Чему свидетельствует следующая

Теорема B (*Е.Нурмолдин* [5])**.** *Пусть s=2 и* $0<\theta_1,\theta_2<1$. *Тогда имеют место двусторонние оценки*

$$\inf_{b,\xi}\sup_{f\in U_2(\theta_1,\theta_2)}\left|\int\limits_{[0,1]^2} f(x)dx-\sum_{k=1}^{N} b_k f(\xi_k)\right| \underset{\theta_1,\theta_2}{\asymp} \theta_1^{\sqrt{2N\log_{\theta_1}\theta_2}}=\theta_2^{\sqrt{2N\log_{\theta_2}\theta_1}}, \qquad (4)$$

где b *и* ξ *определены в теореме A.*

Оценка сверху в (3) достигается на квадратурной формуле ($N=2n_1n_2$, $n_1=np$, $n_2=nq$, $\log_{\theta_1}\theta_2=\frac{p}{q}>0$ - несократимая дробь, $n=1,2,\ldots$)

$$\frac{1}{N}\sum_{j=0}^{n_1-1}\sum_{k=0}^{n_2-1}\left(f\left(\frac{j}{n_1};\frac{k}{n_2}\right)+f\left(\frac{j}{n_1}+\frac{1}{2n_1};\frac{k}{n_2}+\frac{1}{2n_2}\right)\right)=$$

$$=\frac{1}{2n^2pq}\sum_{j=0}^{np-1}\sum_{k=0}^{nq-1}\left(f\left(\frac{j}{np},\frac{k}{nq}\right)+f\left(\frac{j}{np}+\frac{1}{2np},\frac{k}{nq}+\frac{1}{2nq}\right)\right) \qquad (5)$$

являющейся модифицированной квадратурной формулой И.Ф.Шарыгина (2).

Основной результат данной работы заключается в следующей теореме.

Теорема 1. *Пусть дано число* θ $(0<\theta<1)$. *Тогда при* $0<\alpha\le 1$

$$\theta^{2\alpha\sqrt{2^{2\alpha-1}N\frac{\Gamma(2\alpha)}{\alpha\Gamma(\alpha)\Gamma(\alpha)}}} << \inf_{b,\zeta}\sup_{f\in U_2((0,0),(\theta,\theta),(\alpha,\alpha),(1,1))}\left|\int\limits_{[0,1]^2} f(x)dx-\sum_{k=1}^{N} b_k f(\zeta_k)\right| << \theta^{2\alpha\sqrt{2^{2\alpha-1}N}}$$

и при $\alpha\ge 1$

$$\theta^{2\alpha\sqrt{2N\frac{\Gamma(2\alpha)}{\alpha\Gamma(\alpha)\Gamma(\alpha)}}} << \inf_{b,\zeta}\sup_{f\in U_2((0,0),(\theta,\theta),(\alpha,\alpha),(1,1))}\left|\int\limits_{[0,1]^2} f(x)dx-\sum_{k=1}^{N} b_k f(\zeta_k)\right| << \theta^{2\alpha\sqrt{2N}}.$$

Список использованных источников

1. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. - М.: Наука, 1974.
2. Шарыгин И.Ф. Оценки снизу погрешности квадратурных формул на классах функций // Журн. выч. матем. и матем. физ. 1963, Т. 3, С. 370-376.
3. Ульянов П.Л. О классах бесконечно дифференцируемых функций // Матем.сб., 1990, Т. 181, № 5, С. 589-609.

4. Темиргалиев Н. Классы $U_s(\beta,\theta,\alpha;\psi)$ и квадратурные формулы // Докл. РАН, 2003, Т. 393, № 5, С. 605-608.

5. Нурмолдин Е.Е. Восстановление функций, интегралов и решений уравнения теплопроводности из U_2 – классов Ульянова // Сиб. журн. вычисл. математики, РАН. Сиб.отд-ние. Новосибирск, 2005, Т. 8, № 4, С. 337-351.

УДК 517.5

МУЛЬТИПЛИКАТОРЫ КОСИНУС ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Бадеспаева Айгуль Сериковна
jan671221@mail.ru
Магистрант 2 курса Ену им. Л.Н.. Гумилева, Астана, Казахстан
научный руководитель - А.А. Джумабаева

Функция f(x) называется абсолютно непрерывной функцией на конечном или бесконечном отрезке, если $\forall\varepsilon>0, \exists\delta>0$, такое, что для любого конечного набора непересекающихся интервалов $(x_i, y_i), i=1,2,...n$ области определения функции f, который удовлетворяет условию

$$\sum_{k=1}^{n}(y_i - x_i) < \delta$$

выполнено следующее

$$\sum_{k=1}^{n} f(x_i) - f(y_i) < \varepsilon .$$

Пусть f- измеримая функция, принимающая почти всюду конечные значения,

$$m(\delta, f) = \mu\{x : |f(x)| > \delta\}.$$

Ее функция распределения. Функция

$$f^*(t) = \inf(\delta : m(\delta, f) \le t)$$

- называется невозрастающей перестановкой функции f.

В 1950 году Лоренцем были введены пространства Лоренца [1].

Пусть $1 \le p < \infty, 1 \le q \le \infty.$ Пространство Лоренца $L_{p,q}[0,1]$ определим как пространство измеримых функций f определенных на $[0,1]$ для которых конечны величины, если $q < \infty$

$$\|f\|_{l_{p,q}} = \left(\int_0^\infty \left(t^{\frac{1}{p}} f^*(t)\right)^q \frac{dt}{t}\right)^{\frac{1}{q}}.$$

Если $q = \infty$

$$\|f\|_{l_{p,\infty}} = \sup_{t>0} t^{\frac{1}{p}} f^*(t) < \infty .$$

Обозначим символом $S(\Re, C)$ или S совокупность всех функций $f \in C^\infty(\Re, C)$, удовлетворяющих условию

$$\sup_{x\in\Re}\left|x^\beta f^a(x)\right| < \infty .$$