ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

ЖАС ҒАЛЫМДАР КЕҢЕСІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2016» атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ XI Международной научной конференции студентов и молодых ученых «НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2016»

PROCEEDINGS of the XI International Scientific Conference for students and young scholars «SCIENCE AND EDUCATION - 2016»

2016 жыл 14 сәуір

Астана

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2016» атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ XI Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2016»

PROCEEDINGS of the XI International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2016»

2016 жыл 14 сәуір

Астана

ӘӨЖ 001:37(063)
КБЖ 72:74
Ғ 96

Ғ96 «Ғылым және білім – 2016» атты студенттер мен жас ғалымдардың XI Халық. ғыл. конф. = XI Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2016» = The XI International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2016» . – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/ nauka-i-obrazovanie/, 2016. – .... б. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-764-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

ӘОЖ 001:37(063)
КБЖ 72:74

ISBN 978-9965-31-764-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2016

УДК 521.81

БАЗИС УНИВЕРСАЛЬНОЙ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ ОБЕРТЫВАЮЩЕЙ АЛГЕБРЫ АЛГЕБРЫ НОВИКОВА

Нурпан Гулимай Косымжановна
gulimay_92@mail.ru
Магистрант ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – А.С. Науразбекова

Пусть k – произвольное поле. Алгебра A над полем k называется *алгеброй Новикова* [1], если выполняются тождества

$$(xy)z - x(yz) = (xz)y - x(zy), \tag{1}$$

$$x(yz) = y(xz) \text{ для } \forall x, y, z \in A. \tag{2}$$

Через $U(A)$ будем обозначать универсальную мультипликативную обертывающую алгебру (см., например, [2]) алгебры A. Напомним, что $U(A)$ является ассоциативной алгеброй с 1, порожденной операторами левого умножения l_x и правого умножения r_x, где $x \in A$. Из (1) и (2) непосредственно вытекают определяющие соотношения алгебры $U(A)$:

$$r_{x_i} r_{x_j} - r_{x_j} r_{x_i} = r_{[x_i, x_j]},$$

$$r_{x_i} l_{x_j} = r_{x_j x_i},$$

$$l_{x_i} r_{x_j} - r_{x_j} l_{x_i} + l_{x_j} l_{x_i} = l_{x_i x_j},$$

$$l_{x_i} l_{x_j} = l_{x_j} l_{x_i}.$$

Линейный базис алгебры $U(A)$ описывает следующая

Теорема 1. Пусть A – алгебра Новикова с линейным базисом $x_1, x_2, \ldots, x_k, \ldots$. Тогда базис универсальной мультипликативной обертывающей алгебры $U(A)$ алгебры A состоит из слов вида

$$t_{x_{j_1}} t_{x_{j_2}} \ldots t_{x_{j_s}}, \tag{3}$$

где $t \in \{r, l\}$, $j_1 \le j_2 \le \ldots \le j_s$, $s \ge 0$.

Доказательство. По определению $U(A)$ является ассоциативной алгеброй с порождающими r_{x_i}, l_{x_i}, $i \ge 1$, и определяющими соотношениями

$$r_{x_i} r_{x_j} - r_{x_j} r_{x_i} - r_{[x_i, x_j]} = 0, \quad i > j, \tag{4}$$

$$r_{x_i} l_{x_j} - r_{x_j x_i} = 0, \quad i > j, \tag{5}$$

$$l_{x_i} r_{x_j} - r_{x_j} l_{x_i} + l_{x_j} l_{x_i} - l_{x_i x_j} = 0 \ , \quad i > j, \tag{6}$$

$$l_{x_i} l_{x_j} - l_{x_j} l_{x_i} = 0 \ , \ i > j. \tag{7}$$

Положим

$$r_{x_1} < r_{x_2} < \ldots < r_{x_s} < \ldots < l_{x_1} < l_{x_2} < \ldots < l_{x_s} < \ldots \tag{8}$$

Пусть u , v – произвольные ассоциативные слова в алфавите $r_{x_1}, r_{x_2}, \ldots, r_{x_s}, \ldots, l_{x_1}, l_{x_2}, \ldots, l_{x_s}, \ldots$. Положим $u < v$, если выполняется одно из следующих условий:

1) $d_r(u) < d_r(v)$, где d_r – функция длины по переменным r_{x_i} ;

2) $d_r(u) = d_r(v), d(u) < d(v)$, где d– функция общей длины по переменным r_{x_i}, l_{x_j} ;

3) $d_r(u) = d_r(v), d(f) = d(g)$ и u предшествует v относительно лексикографического порядка слева направо (см. [3]). $i > j > k$

Относительно порядка $<$ старшими членами правых частей равенств являются слова вида $r_{x_i} r_{x_j} (i > j)$, $r_{x_i} l_{x_j} (\ i > j)$, $l_{x_i} r_{x_j}$ $(i > j)$, $l_{x_i} l_{x_j}$ $(i > j)$. Следовательно, они образуют композицию (см. [4]) с основами $\omega_1 = r_{x_i} r_{x_j} r_{x_k}$ при $i > j > k$, $\omega_2 = r_{x_i} r_{x_j} l_{x_k}$ при $i > j > k$, $\omega_3 = r_{x_i} l_{x_j} l_{x_k}$ при $i > j > k$, $\omega_4 = r_{x_i} l_{x_j} r_{x_k}$ при $i > j > k$, $\omega_5 = l_{x_i} r_{x_j} l_{x_k}$ при $i > j > k$, $\omega_6 = l_{x_i} r_{x_j} l_{x_k}$ при $i > j > k$, $\omega_7 = l_{x_i} l_{x_j} r_{x_k}$ при $i > j > k$, $\omega_8 = l_{x_i} l_{x_j} l_{x_k}$ при $i > j > k$. Вычислим эти композиции (ниже сравнение $\equiv$ означает равенство по модулю слагаемых со старшими членами $< \omega_i, i = 1,2,\ldots$ см. [5]).

Случай 1. $\omega_1 = r_{x_i} r_{x_j} r_{x_k}$ при $i > j > k$. Имеем

$$(r_{x_i} r_{x_j} - r_{x_j} r_{x_i} - r_{[x_i,x_j]}) r_{x_k} - r_{x_i} (r_{x_j} r_{x_k} - r_{x_k} r_{x_j} - r_{[x_j,x_k]}) \equiv - r_{x_j} r_{x_i} r_{x_k} - r_{[x_i,x_j]} r_{x_k} + r_{x_i} r_{x_k} r_{x_j} + r_{x_i} r_{[x_j,x_k]}$$

$$\equiv - r_{x_j} \left(r_{x_k} r_{x_i} + r_{[x_i,x_k]} \right) - r_{[x_i,x_j]} r_{x_k} + \left(r_{x_k} r_{x_i} + r_{[x_i,x_k]} \right) r_{x_j} + r_{x_i} r_{[x_j,x_k]}$$

$$\equiv - r_{x_j} \left(r_{x_k} r_{x_i} - r_{[x_k,x_i]} \right) - r_{[x_i,x_j]} r_{x_k} + \left(r_{x_k} r_{x_i} - r_{[x_k,x_i]} \right) r_{x_j} + r_{x_i} r_{[x_j,x_k]}$$

$$\equiv - r_{x_j} r_{x_k} r_{x_i} + r_{x_j} r_{[x_k,x_i]} - r_{[x_i,x_j]} r_{x_k} + r_{x_k} r_{x_i} r_{x_j} - r_{[x_k,x_i]} r_{x_j} + r_{x_i} r_{[x_j,x_k]}$$

$$\equiv - \left(r_{x_k} r_{x_j} + r_{[x_j,x_k]} \right) r_{x_i} + r_{x_j} r_{[x_k,x_i]} - r_{[x_i,x_j]} r_{x_k} + r_{x_k} \left(r_{x_j} r_{x_i} + r_{[x_i,x_j]} \right) - r_{[x_k,x_i]} r_{x_j} + r_{x_i} r_{[x_j,x_k]}$$

$$\equiv - r_{x_k} r_{x_j} r_{x_i} - r_{[x_j,x_k]} r_{x_i} + r_{x_j} r_{[x_k,x_i]} - r_{[x_i,x_j]} r_{x_k} + r_{x_k} r_{x_j} r_{x_i} + r_{x_k} r_{[x_i,x_j]} - r_{[x_k,x_i]} r_{x_j} + r_{x_i} r_{[x_j,x_k]}$$

$$\equiv - r_{[x_j,x_k]} r_{x_i} + r_{x_j} r_{[x_k,x_i]} - r_{[x_i,x_j]} r_{x_k} + r_{x_k} r_{[x_i,x_j]} - r_{[x_k,x_i]} r_{x_j} + r_{x_i} r_{[x_j,x_k]}$$

$$\equiv - r_{x_i} r_{[x_j,x_k]} - r_{[[x_j,x_k],x_i]} + r_{x_j} r_{[x_k,x_i]} - r_{x_k} r_{[x_i,x_j]} - r_{[[x_i,x_j],x_k]} + r_{x_k} r_{[x_i,x_j]} - r_{x_j} r_{[x_k,x_i]} - r_{[[x_k,x_i],x_j]} + r_{x_i} r_{[x_j,x_k]}$$

$$\equiv - r_{[[x_j,x_k],x_i]} - r_{[[x_i,x_j],x_k]} - r_{[[x_k,x_i],x_j]} \equiv 0$$

Случай 2. $\omega_2 = r_{x_i} r_{x_j} l_{x_k}$, при $i > j > k$. Имеем

$$(r_{x_i}r_{x_j}-r_{x_j}r_{x_i}-r_{[x_i,x_j]})l_{x_k}-r_{x_i}\left(r_{x_j}l_{x_k}-r_{x_kx_j}\right)\equiv -r_{x_j}r_{x_i}l_{x_k}-r_{[x_i,x_j]}l_{x_k}+r_{x_i}r_{x_kx_j}$$

$$\equiv -r_{x_j}r_{x_i}l_{x_k}-r_{x_k[x_i,x_j]}+r_{x_kx_j}r_{x_i}+r_{[x_i,x_kx_j]}\equiv -r_{x_j}r_{x_i}l_{x_k}-r_{x_k[x_i,x_j]}+r_{x_j}l_{x_k}r_{x_i}+r_{[x_i,x_kx_j]}$$

$$\equiv -r_{x_j}r_{x_i}l_{x_k}-r_{x_k[x_i,x_j]}+r_{x_j}\left(-r_{x_i}l_{x_k}-l_{x_i}l_{x_k}+l_{x_kx_i}\right)+r_{[x_i,x_kx_j]}\equiv -r_{x_k[x_i,x_j]}-r_{x_j}l_{x_i}l_{x_k}+r_{x_j}l_{x_kx_i}+r_{[x_i,x_kx_j]}$$

$$\equiv -r_{x_k[x_i,x_j]}-r_{x_k(x_ix_j)}+r_{(x_kx_i)x_j}+r_{[x_i,x_kx_j]}\equiv r_{-x_k(x_ix_j)+x_k(x_jx_i)-x_k(x_ix_j)+(x_kx_i)x_j+x_i(x_kx_j)-(x_kx_j)x_i}$$

$$\equiv r_{x_k(x_jx_i)-(x_kx_j)x_i+(x_kx_i)x_j-x_k(x_ix_j)}\equiv 0$$

Случай 3. $\omega_3=r_{x_i}l_{x_j}l_{x_k}$, при $i>j>k$. Имеем

$$\left(r_{x_i}l_{x_j}-r_{x_jx_i}\right)l_{x_k}-r_{x_i}\left(l_{x_j}l_{x_k}-l_{x_k}l_{x_j}\right)\equiv -r_{x_jx_i}l_{x_k}+r_{x_i}l_{x_k}l_{x_j}\equiv -r_{x_k(x_jx_i)}+r_{x_i(x_kx_j)}\equiv 0$$

Случай 4. $\omega_4=r_{x_i}l_{x_j}r_{x_k}$, при $i>j>k$. Имеем

$$\left(r_{x_i}l_{x_j}-r_{x_jx_i}\right)r_{x_k}-r_{x_i}\left(l_{x_j}r_{x_k}-r_{x_k}l_{x_j}+l_{x_k}l_{x_j}-l_{x_jx_k}\right)\equiv -r_{x_jx_i}r_{x_k}+r_{x_i}r_{x_k}l_{x_j}-r_{x_i}l_{x_k}l_{x_j}+r_{x_i}l_{x_jx_k}$$

$$\equiv -r_{x_jx_i}r_{x_k}+\left(r_{x_k}r_{x_i}+r_{[x_i,x_k]}\right)l_{x_j}-r_{x_jx_i}l_{x_k}+r_{(x_jx_k)x_i}$$

$$\equiv\left(-r_{x_jx_i}r_{x_k}+r_{x_k}r_{x_i}l_{x_j}\right)+r_{x_ix_k}l_{x_j}-r_{x_kx_i}l_{x_j}-r_{x_jx_i}l_{x_k}+r_{(x_jx_k)x_i}$$

$$\equiv r_{[x_k,(x_jx_i)]}+r_{x_j(x_ix_k)}-r_{x_j(x_kx_i)}-r_{x_k(x_jx_i)}+r_{(x_jx_k)x_i}\equiv r_{x_k(x_jx_i)}-r_{(x_jx_i)x_k}+r_{x_j(x_ix_k)}-r_{x_j(x_kx_i)}-r_{x_k(x_jx_i)}+r_{(x_jx_k)x_i}$$

$$\equiv r_{x_k(x_jx_i)-x_j(x_kx_i)-(x_jx_i)x_k+x_j(x_ix_k)}\equiv 0$$

Случай 5. $\omega_5=l_{x_i}r_{x_j}l_{x_k}$, при $i>j>k$. Имеем

$$l_{x_i}\left(r_{x_j}r_{x_k}-r_{x_k}r_{x_j}-r_{[x_j,x_k]}\right)-\left(l_{x_i}r_{x_j}-r_{x_j}l_{x_i}+l_{x_j}l_{x_i}-l_{x_ix_j}\right)r_{x_k}\equiv -l_{x_i}r_{x_k}r_{x_j}-l_{x_i}r_{[x_j,x_k]}+r_{x_j}l_{x_i}r_{x_k}-$$

$$-l_{x_j}l_{x_i}r_{x_k}+l_{x_ix_j}r_{x_k}\equiv -r_{x_k}l_{x_i}r_{x_j}+l_{x_k}l_{x_i}r_{x_j}-l_{x_ix_k}r_{x_j}-r_{[x_j,x_k]}l_{x_i}+l_{[x_j,x_k]}l_{x_i}-l_{x_i[x_j,x_k]}+r_{x_j}r_{x_k}l_{x_i}-$$

$$-r_{x_j}l_{x_k}l_{x_i}+r_{x_j}l_{x_ix_k}-l_{x_j}r_{x_k}l_{x_i}+l_{x_j}l_{x_k}l_{x_i}-l_{x_j}l_{x_ix_k}+r_{x_k}l_{x_ix_j}-l_{x_k}l_{x_ix_j}+l_{(x_ix_j)x_k}+l_{(x_ix_k)x_j}-l_{(x_ix_k)x_j}-$$

$$-r_{x_k}r_{x_j}l_{x_i}+r_{x_k}r_{x_j}l_{x_i}\equiv -r_{x_k}r_{x_j}l_{x_i}+r_{x_k}l_{x_j}l_{x_i}-r_{x_k}l_{x_ix_j}+l_{x_k}l_{x_i}r_{x_j}-r_{[x_j,x_k]}l_{x_i}+l_{[x_j,x_k]}l_{x_i}-l_{x_i[x_j,x_k]}+r_{x_j}r_{x_k}l_{x_i}-$$
$$-r_{x_j}l_{x_k}l_{x_i}-l_{x_j}r_{x_k}l_{x_i}++l_{x_j}l_{x_k}l_{x_i}+r_{x_k}l_{x_ix_j}-l_{x_k}l_{x_ix_j}+l_{(x_ix_k)x_j}-l_{(x_ix_k)x_j}-r_{x_k}r_{x_j}l_{x_i}+r_{x_k}r_{x_j}l_{x_i}$$

$$\equiv -r_{x_k}l_{x_j}l_{x_i}-r_{x_k}l_{x_ix_j}+l_{x_k}r_{x_j}l_{x_i}-l_{x_k}l_{x_j}l_{x_i}++l_{x_k}l_{x_ix_j}-r_{[x_j,x_k]}l_{x_i}+l_{[x_j,x_k]}l_{x_i}-l_{x_i[x_j,x_k]}+r_{x_j}r_{x_k}l_{x_i}-$$

$$-r_{x_k}l_{x_j}l_{x_i}+l_{x_k}l_{x_j}l_{x_i}-l_{x_jx_k}l_{x_i}+l_{x_j}l_{x_k}l_{x_i}+r_{x_k}l_{x_ix_j}-l_{x_k}l_{x_ix_j}+l_{(x_ix_j)x_k}-l_{(x_ix_k)x_j}-r_{x_k}r_{x_j}l_{x_i}$$

$$\equiv -r_{x_k}l_{x_j}l_{x_i}-r_{x_k}l_{x_ix_j}+\left(r_{x_j}l_{x_k}-l_{x_j}l_{x_k}+l_{x_kx_j}\right)l_{x_i}-l_{x_k}l_{x_j}l_{x_i}+l_{x_k}l_{x_ix_j}-r_{[x_j,x_k]}l_{x_i}+l_{[x_j,x_k]}l_{x_i}-l_{x_i[x_j,x_k]}+$$

$$+r_{x_j}r_{x_k}l_{x_i}-r_{x_j}l_{x_k}l_{x_i}-r_{x_k}l_{x_j}l_{x_i}+l_{x_k}l_{x_j}l_{x_i}-l_{x_jx_k}l_{x_i}+l_{x_j}l_{x_k}l_{x_i}+r_{x_k}l_{x_ix_j}-l_{x_k}l_{x_ix_j}+l_{(x_ix_j)x_k}-l_{(x_ix_k)x_j}-r_{x_k}r_{x_j}l_{x_i}$$

$$\equiv \left(-r_{[x_j,x_k]}+r_{x_j}r_{x_k}-r_{x_k}r_{x_j}\right)l_{x_i}+r_{x_j}l_{x_k}l_{x_i}--l_{x_j}l_{x_k}l_{x_i}+l_{x_kx_j}l_{x_i}-l_{x_jx_k}l_{x_i}+l_{[x_j,x_k]}l_{x_i}-r_{x_j}l_{x_k}l_{x_i}+l_{x_j}l_{x_k}l_{x_i}-$$

$$-l_{x_i[x_j,x_k]}+l_{(x_ix_j)x_k}-l_{(x_ix_k)x_j}\equiv \left(l_{x_kx_j}-l_{x_jx_k}+l_{[x_j,x_k]}\right)l_{x_i}+\left(-l_{x_i[x_j,x_k]}+l_{(x_ix_j)x_k}-l_{(x_ix_k)x_j}\right)\equiv 0$$

Случай 6. $\omega_6=l_{x_i}r_{x_j}l_{x_k}$, при $i>j>k$. Имеем

$$\left(l_{x_i}r_{x_j}-r_{x_j}l_{x_i}+l_{x_j}l_{x_i}-l_{x_ix_j}\right)l_{x_k}-l_{x_i}\left(r_{x_j}l_{x_k}-r_{x_kx_j}\right)\equiv -r_{x_j}l_{x_i}l_{x_k}+l_{x_j}l_{x_i}l_{x_k}-l_{x_ix_j}l_{x_k}+l_{x_i}r_{x_kx_j}$$

$$\equiv -r_{x_kx_j}l_{x_i}+l_{x_i}r_{x_kx_j}+l_{x_j}l_{x_i}l_{x_k}-l_{x_ix_j}l_{x_k}\equiv -l_{x_kx_j}l_{x_i}+l_{x_i(x_kx_j)}+l_{x_j}l_{x_i}l_{x_k}-l_{x_ix_j}l_{x_k}$$

$$\equiv -l_{x_kx_j}l_{x_i}+l_{x_k(x_ix_j)}+l_{x_j}l_{x_i}l_{x_k}-l_{x_ix_j}l_{x_k}\equiv -l_{x_kx_j}l_{x_i}+l_{x_k}r_{x_ix_j}-r_{x_ix_j}l_{x_k}+l_{x_ix_j}l_{x_k}+l_{x_j}l_{x_k}l_{x_i}-l_{x_ix_j}l_{x_k}$$

$$\equiv -l_{x_k}r_{x_j}l_{x_i}+r_{x_j}l_{x_k}l_{x_i}-r_{x_ix_j}l_{x_k}+l_{x_k}r_{x_ix_j}\equiv -l_{x_k}r_{x_ix_j}+r_{x_ix_j}l_{x_k}-r_{x_ix_j}l_{x_k}+l_{x_k}r_{x_ix_j}\equiv 0$$

Случай 7. $\omega_7=l_{x_i}l_{x_j}r_{x_k}$, при $i>j>k$. Имеем

$$\left(l_{x_i}l_{x_j}-l_{x_j}l_{x_i}\right)r_{x_k}-l_{x_i}\left(l_{x_j}r_{x_k}-r_{x_k}l_{x_j}+l_{x_k}l_{x_j}-l_{x_jx_k}\right)\equiv l_{x_j}l_{x_i}r_{x_k}+l_{x_i}r_{x_k}l_{x_j}-l_{x_i}l_{x_k}l_{x_j}+l_{x_i}l_{x_jx_k}$$

$$\equiv -l_{x_j}\left(r_{x_k}l_{x_i}-l_{x_k}l_{x_i}+l_{x_ix_k}\right)+\left(r_{x_k}l_{x_i}-l_{x_k}l_{x_i}+l_{x_ix_k}\right)l_{x_j}-l_{x_i}l_{x_k}l_{x_j}+l_{x_i}l_{x_jx_k}$$

$$\equiv -\left(r_{x_k}l_{x_j}-l_{x_k}l_{x_j}+l_{x_jx_k}\right)l_{x_i}+l_{x_j}l_{x_k}l_{x_i}-l_{x_j}l_{x_ix_k}+r_{x_k}l_{x_i}l_{x_j}-l_{x_k}l_{x_i}l_{x_j}+l_{x_ix_k}l_{x_j}-l_{x_i}l_{x_k}l_{x_j}+l_{x_i}l_{x_jx_k}$$

$$\equiv l_{x_k}l_{x_j}l_{x_i}+l_{x_j}l_{x_k}l_{x_i}-l_{x_k}l_{x_j}l_{x_i}-l_{x_k}l_{x_i}l_{x_j}\equiv l_{x_k}\left(l_{x_j}l_{x_i}-l_{x_i}l_{x_j}\right)+\left(l_{x_j}l_{x_k}-l_{x_k}l_{x_j}\right)l_{x_i}\equiv 0$$

Случай 8. $\omega_8=l_{x_i}l_{x_j}l_{x_k}$, при $i>j>k$. Имеем

$$\left(l_{x_i}l_{x_j}-l_{x_j}l_{x_i}\right)l_{x_k}-l_{x_i}\left(l_{x_j}l_{x_k}-l_{x_k}l_{x_j}\right)\equiv -l_{x_j}l_{x_i}l_{x_k}+l_{x_i}l_{x_k}l_{x_j}\equiv 0$$

Следовательно, определяющие соотношения (4), (5), (6), (7) алгебры $U(A)$ замкнуты относительно композиции. Тогда по лемме Ширшова [6] базис универсальной мультипликативной обертывающей алгебры $U(A)$ состоит из слов вида (3).

Список использованных источников

1. A.S. Dzhumadil'daev, Codimension growth and non-Koszulity of Novikov operad. // arXiv:0902.3187, 7 pages.

2. Kamran N., Tenenblat K. Laplace transformation in higher dimensions // Duke Math. J. 1996. V. 84, N 1. P. 237-266.
3. Д. Х. Козыбаев, У. У. Умирбаев, Вложение магнуса для правосимметричных алгебр // Сибирский математический журнал, Май-июнь, 2004. Том 45, №3
4. L. Makar-Limanov, U. Umirbaev, The freiheitssats for Novikov algebras // arXiv:1105.2544v1, 12may 2011.
5. A.S. Dzhumadil'daev, C. Lofwall, Trees, free right-symmetric algebras, free Novikov algebras and identities. // Homology, Homotopy and Appl. 4(2002), No.2(1), 165-190.
6. Царев С. П. О нелинейных уравнениях с частными производными, интегрируемыми по Дарбу // Тр. мат. ин-та им. В. А. Стеклова, 1999. Т. 225. С. 389-399.

УДК 512.55

ЛЕВОСИММЕТРИЧНЫЕ КОАЛГЕБРЫ

Онербек Жомарт
onerbek.93@mail.ru
Магистрант 2 курса ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Начуный руководитель – Д.Х. Козыбаев

Пусть F - произвольное поле. Для элементов x, y, z произвольной алгебры над полем F воспользуемся следующими стандартным обозначениям $(x, y, z) = (xy)z - x(yz)$.
Алгебра A называется левосимметричной, если выполняется тождества:

$$(x, y, z) = (y, x, z)$$

Векторное пространства A над полем F, в котором задано линейное отображение $\Delta : A \to A \otimes A$ называется коалгеброй.
Положим

$$\Delta(a) = \sum_a a_{(1)} \otimes a_{(2)} ,$$

где $a \in A$(обозначение Свидлера).[1]
Пусть $A^* = \{ f : A \to F$ линейные функций}- двойственное к A пространство функционалов.
Тогда определяем спаривание $\langle A^*, A \rangle \to F$, полагая $\langle f, a \rangle = f(a), \quad f \in A^*, a \in A$.
Определяем операцию умножения на пространстве A^* следующим образом

$$\langle f \cdot g, a \rangle = \langle f \otimes g, \Delta(a) \rangle = \sum_a f(a_{(1)}) \cdot g(a_{(2)}) ,$$

где $f, g \in A^*, a \in A$. Легко проверить, что A^* является алгеброй относительно этого умножения.
Алгебра A^* называется двойственной алгеброй к A.[2]
Пусть M - произвольное многообразие алгебр над полем F. Коалгебра $\Delta : A \to A \otimes A$ называется M-коалгеброй, если алгебра A^* принадлежит M.
Определим линейные отображения $\tau : V \to W$, где V, W векторные пространства, полагая $\tau(v \otimes w) = w \otimes v,\ v \in V,\ w \in V$.
Теорема 1. Коалгебра $\Delta : A \to A \otimes A$ является левосимметричной тогда и только тогда, когда выполняется тождество

$$(1 - \tau \otimes 1)((\Delta \otimes 1 - 1 \otimes \Delta)\Delta) = 0 .$$

Приведем пример левосимметричной алгебры и коалгебры.
Пример 1

Левосимметричная алгебра	Левосимметричная коалгебра
$e_1 e_1 = e_1,\ e_1 e_2 = e_1,\ e_2 e_1 = e_1,\ e_2 e_2 = e_2$	$\Delta(e_1) = e_1 \otimes e_1 + e_1 \otimes e_2 + e_2 \otimes e_1 + e_2 \otimes e_2,$