

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



ЖАС ҒАЛЫМДАР КЕҢЕСІ



Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2016» атты
XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2016»

PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION - 2016»

2016 жыл 14 сәуір
Астана

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2016»
атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2016»**

**PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2016»**

2016 жыл 14 сәуір

Астана

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

Ғ 96

Ғ96 «Ғылым және білім – 2016» атты студенттер мен жас ғалымдардың XI Халық. ғыл. конф. = XI Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2016» = The XI International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2016» . – Астана: [http://www.enu.kz/ru/nauka/ nauka-i-obrazovanie/](http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/), 2016. – б. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-764-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

ӘӨЖ 001:37(063)

КБЖ 72:74

ISBN 978-9965-31-764-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия
ұлттық университеті, 2016

АЛГОРИТМ МАКСИМАЛЬНОГО БЫСТРОДЕЙСТВИЯ В ЗАДАЧЕ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Бешеев Д.М., Тураров Ж.М.

d.a.u.l.e.t950728@gmail.com j.turarov@mail.ru

Студенты группы МКМ-41 ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан

Научный руководитель – Нуртазина К.Б.

Управляемые системы с распределенными параметрами исследовались в работе [1]. В данной статье предлагается алгоритм построения оптимального по быстродействию управления для одной из таких систем.

Рассмотрим систему, описываемую уравнением

$$\ddot{y}(x, t) = y''(x, t) + a(x) y'(x, t) + b(x) y(x, t) \quad (1)$$

$$0 < x < X, \quad 0 < t < T$$

Функции a и b определяются через коэффициенты уравнения (1), причем $a \in C^1[0, X]$, и $b \in C[0, X]$.

Граничные и начальные условия имеют вид:

$$y'(0, t) = 0, \quad y(X, t) = u(t); \quad 0 < t < T; \quad (2)$$

$$y(x, 0) = \dot{y}(x, 0) = 0; \quad 0 < x < X. \quad (3)$$

Под решением начально-краевой задачи (1)–(3) класса $L^2(Q)$, $Q = (0, X) \times (0, T)$, понимается функция $y \in L^2(Q)$, удовлетворяющая интегральному тождеству

$$\int_0^X \int_0^T y [\ddot{v} - v'' + (av)' - bv] dx dt + \int_0^T u(t) v'(X, t) dt, \quad (4)$$

для любой функции $v \in H^{2,2}(Q)$ такой, что

$$v(x, T) = \dot{v}(x, T) = 0, \quad 0 < x < X, \quad (5)$$

$$v'(0, t) - a(0) v(0, t) = 0, \quad v(X, t) = 0, \quad 0 < t < T. \quad (6)$$

Здесь $H^{2,2}(Q)$ – пространство Соболева функций, имеющих квадратично суммируемые в области Q обобщенные производные по x и t до второго порядка включительно.

Состояние системы описывается функцией $y(x, t)$, которая подчиняется уравнению (1) с граничными условиями (2). Распределение начальных отклонений и скоростей задано

$$y(x, 0) = y_0(x), \quad \frac{\partial y}{\partial t}(x, 0) = y_1(x),$$

$$\{y_0, y_1\} \in W, \quad W \in L^2(0, X) \oplus W^*. \quad (7)$$

Отыскивается такое управляющее воздействие $u \in L^2(0, T)$, при котором система (1), (2) пришла бы в состояние равновесия, то есть при $T=2X$ выполнялось бы равенство:

$$y(x, T) = \frac{\partial y}{\partial t}(x, T) = 0. \quad (8)$$

Фазовое состояние этой системы определяется парой функций

$$(y(\cdot, t), \dot{y}(\cdot, t)) \text{ из пространства } W = L^2(0, X) \oplus W^*$$

Алгоритм построения управления, линейно зависящего от фазового состояния, и за наименьшее время переводящего нашу систему в состояние равновесия представлен описанными ниже этапами. В работе [2] рассматривалась аналогичная задача. Мы предлагаем свой модифицированный метод с целью получения управления в таком виде, который был бы приспособлен к применению современных численных методов.

1. К уравнению (1) сначала применяем известный [3] метод характеристик. Выделим следующие две характеристические прямые:

$$x = t + X, \quad x = -t + X. \quad (9)$$

Основная область $D: 0 \leq x \leq X, 0 \leq t \leq 2X$ делится этими характеристиками на три подобласти $\Delta, \Delta_0, \Delta_1$ (Рис. 1).

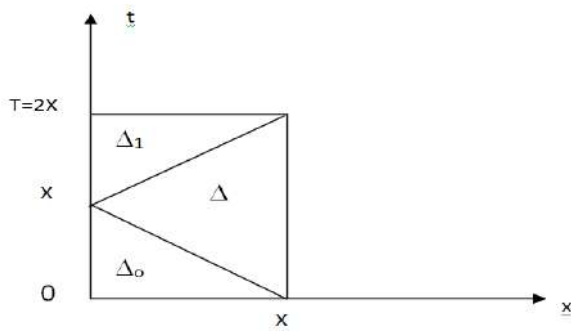


Рис. 1

2. Выберем произвольное $\tau, 0 < \tau < X$, введем в рассмотрение область $D(\tau): 0 \leq x \leq X, \tau \leq t \leq 2t + \tau$, и, соответственно, три подобласти $\Delta(\tau), \Delta_0(\tau), \Delta_1(\tau)$, на которые она делится характеристиками

$$x = t - \tau - X, \quad x = -t + \tau + X. \quad (10)$$

(Рис. 2).

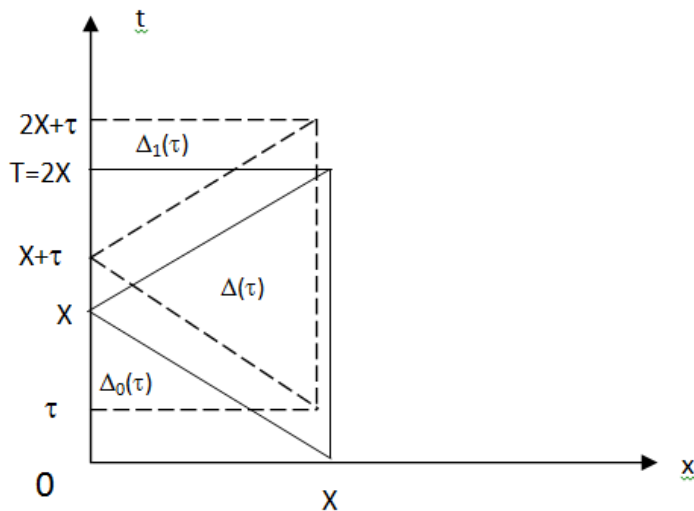


Рис. 2

В этой области $D(\tau)$ рассмотрим сопряженную к (1), (2) краевую задачу

$$\ddot{w}(x, t) = w''(x, t) - (a(x)w(x, t))', \quad (11)$$

$$w'(0, t) - a(0)w(0, t) = 0, \quad (12a)$$

$$w(X, t) = 0, \quad w'(X, t) = 1. \quad (12b)$$

Исследуем задачу по областям. Сначала допустим, что w – единственное решение в области $\Delta(\tau)$ уравнения (11), соответствующее условиям (12b). Так как ни коэффициенты уравнения (11), ни граничные значения функции w , не зависят от t , можно утверждать, что решение w в области $\Delta(\tau)$ является функцией, зависящей только от x . Тогда из (11) имеем соотношение

$$w''(x, t) - (a(x)w(x, t))' = 0,$$

справедливое в области $\Delta(\tau)$. Значит,

$$w'(x, t) - a(x)w(x, t) = \text{const}. \quad (13)$$

Из (12б) следует, что $\text{const} = 1$, значит $w'(x, t) - a(x)w(x, t) = 1$ в области $\Delta(\tau)$. Отсюда имеем:

$$w(x, t) = e^{\int a(x)dx} \left[1 + \int e^{-\int a(x)dx} dx \right]. \quad (14)$$

3. Далее решение w распространяется из области $\Delta(\tau)$ в другие области $\Delta_0(\tau)$ и $\Delta_1(\tau)$. При этом мы решаем задачу Гурса для уравнения (11) с граничным условием (12а) и данными на характеристиках $x = -t + \tau + X$ и $x = t - \tau - X$, соответственно.

Введем обозначения

$$w(x, \tau) = w_0(x), \quad \dot{w}(x, \tau) = w_1(x), \quad (15)$$

которые будем использовать в дальнейшем.

Как было отмечено выше, существует такая функция $u(t)$, что при $T=2X$ справедливо соотношение: $y(x, T) = \dot{y}(x, T) = 0$. Рассмотрим выражение, заведомо равное нулю согласно уравнениям (1) и (11):

$$0 = \iint_{D(\tau)} \left[\left(\ddot{y} - y'' - ay' - by \right) w - \left(\ddot{w} - w'' + (aw)' \right) y \right] dx dt.$$

4. Будем сначала считать, что начальные данные и функция u у нас достаточно гладкие, так что и функция y принадлежит классу $L^2(0, X)$ в каждой из областей Δ , Δ_0 и Δ_1 . Сделав некоторые преобразования и применив формулу Грина с использованием условий (12а), (12б) и (15), получаем:

$$0 = \int_0^X \left[-\dot{y}(x, \tau) w_0(x) + y(x, \tau) w_1(x) \right] dx - \int_{\tau}^{T+\tau} y(X, t) dt - \int_0^X \int_{\tau}^{T+\tau} byw dx dt. \quad (16)$$

В дальнейшем необходимо учесть следующее: сами функции w и y непрерывны в областях $D(\tau)$ и D соответственно. Разрывы производных функции w , то есть $\frac{\partial w}{\partial x}$ и $\frac{\partial w}{\partial t}$, лежат вдоль характеристик (13), а разрывы для $\frac{\partial y}{\partial x}$ и $\frac{\partial y}{\partial t}$ - вдоль характеристик (12).

5. Теперь продифференцируем соотношение (16) по τ с учетом вышесказанного и получаем следующее:

$$\begin{aligned} 0 = & - \int_0^X \left[y(x, \tau) w_0''(x) - (a(x) w_0(x))' y(x, \tau) - \dot{y}(x, \tau) w_1(x) \right] dx + \\ & + w_0(X - \tau) [\Delta y'(X - \tau, \tau) - \Delta \dot{y}(X - \tau, \tau)] + y(X, \tau) [w_0'(X) - a(X) w_0(X) - 1] + \\ & + y(0, \tau) [a(0) w_0(0) - w_0'(0)] + y'(X, \tau) [1 - w_0(X)] - y(X - \tau, \tau) \Delta w_0'(X - \tau, \tau). \end{aligned} \quad (17)$$

6. На нижней характеристике разность производных $\frac{\partial y}{\partial x} - \frac{\partial y}{\partial t}$ непрерывна, сама функция w непрерывна в области $D(\tau)$. Учитывая все это, а также граничное условие (15а), выражение (17) можно упростить

$$0 = \int_0^X [y(x, \tau) ((a(x) w_0(x))' - w_0''(x)) + \dot{y}(x, \tau) w_1(x)] dx - y(X, \tau) [1 - w_0'(X)].$$

Обозначая через h разность $1 - w_0'(X)$, имеем:

$$0 = \int_0^X [y(x, \tau) ((a(x) w_0(x))' - w_0''(x)) + \dot{y}(x, \tau) w_1(x)] dx - y(X, \tau) h.$$

Из последнего соотношения выражаем управление:

$$u(t) = \frac{1}{h} \int_0^X [y(x, t) ((a(x) w_0(x))' - w_0''(x)) + \dot{y}(x, t) w_1(x)] dx. \quad (18)$$

Таким образом, мы получили искомое управление в виде линейного оператора от фазового состояния системы. Оно было получено в предположении достаточной гладкости начальных данных (10).

7. Теперь найдем численное значение разрыва $h = 1 - w_0'(X)$, то есть скачок производной по x от w в точке (X, τ) . Введем обозначения:

$$\dot{w}(x, t) = f(x, t), \quad w'(x, t) = g(x, t).$$

Учитывая (11), получаем для f и g следующую систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial g}{\partial x} - ag + \varphi_1, \\ \frac{\partial g}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial x}, \end{cases}$$

где функция $\varphi_1(x, t)$, как и $\varphi_2(x, t)$, вводимая ниже, - функция, непрерывная в области $D(\tau)$, их явный вид нам не важен.

Положим $\theta^+ = f + g$, $\theta^- = f - g$. Вдоль характеристики $x = -t + \tau + X$ функция θ^+ удовлетворяет уравнению:

$$\frac{d\theta^+}{dx} = \frac{a}{2}(\theta^+ - \theta^-) + \varphi_2.$$

Отсюда для скачка $\Delta \theta^+(x, -x+X+\tau) = \theta^+(x^+, -x+X+\tau) - \theta^+(x^-, -x+X+\tau)$ имеем уравнение

$$\frac{d_{\Delta} \theta^+}{dx} = \frac{a}{2} \Delta \theta^+.$$

Учитывая, что на характеристике $x = -t + X + \tau$ выполняются соотношения:

$$\Delta \theta^+ = \Delta f + \Delta g = \Delta f + \Delta g - (\Delta f - \Delta g) = 2\Delta g,$$

получаем

$$\frac{d\Delta g}{dx} = \frac{a}{2} \Delta g,$$

Откуда

$$\Delta g(X, \tau) = \Delta g(0, X+\tau) e^{\frac{1}{2} \int_0^X a(x) dx}.$$

Для скачка $g(0, X+\tau) \equiv w(0, X+\tau)$, учитывая непрерывность функции w в области $D(\tau)$ и соотношения (12а), (12б), (13), (14), имеем:

$$\Delta w'(0, X+\tau) = \Delta[w'(0, X+\tau) - a(0)w(0, X+\tau)] = w'(0, t) - a(0)w(0, t) = 1.$$

Окончательно получаем:

$$h = \exp\left\{\frac{1}{2} \int_0^X a(x) dx\right\}.$$

Таким образом, предложенный алгоритм позволил найти аналитическое представление функции $u(t)$ управления в виде линейного оператора от фазового состояния системы. Именно такое представление представит в дальнейшем получить численный метод вычисления управления с помощью соответствующих компьютерных программ. Предполагается, что это проблема относится к тематике наших дальнейших исследований.

Список использованных источников

1. Нуртазина К.Б. Математические основы управляемости финансовых систем. – Астана: ЕНУ, 2004.
2. Russell D.L. Controllability and Stabilizability Theory for Linear Partial Differential Equations // SIAM Review. – 1978. – Vol.20, No. 4. – P. 639-739.
3. Годунов С.К. Уравнения математической физики. – М: Наука, 1979.

УДК 51-76

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ФАРМАЦЕВТИЧЕСКОЙ НАУКЕ И ПРАКТИКЕ

Гайдаров Ибрагим Айвазович, Иржанова Анель Хайдаровна

ibragimgaidarov@mail.ru, bim_a@mail.ru

студенты группы М-32 специальности «5В060100-Математика»,

Астана, Казахстан

Научный руководитель – С.К.Рахимжанова

Первые разработки перспективных планов развития аптечного хозяйства проводились в Советском Союзе 1957г. В работах В.Д. Пономарева с соавторами описана большая группа методов, которые рекомендуется применять для решения целого ряда организационно-управленческих задач этой отрасли [1]-[4]. Среди этой группы наиболее разработанными считаются симплекс-метод, методы корреляционного и регрессионного анализа, теория массового обслуживания, теория распознавания образов: кластерный анализ, метод Байеса. [5], [6].

Академик В.И. Вавилов предложил использовать следующие показатели эффективности работы аптеки:

- товарооборачиваемость - отношение среднего товарного запаса к товарообороту;
- эффективность наличия ассортимента - отношение фактического количества наименований лекарственных средств к нормативу;
- показатель надежности - отношение номенклатурного норматива лекарственных средств к количеству отказов;
- показатель услуг - отношение количества оказанных аптекой услуг к количеству несвоевременно оказанных услуг.