ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

ЖАС ҒАЛЫМДАР КЕҢЕСІ

Студенттер мен жас ғалымдардың **«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2016»** атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ XI Международной научной конференции студентов и молодых ученых **«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2016»**

PROCEEDINGS of the XI International Scientific Conference for students and young scholars **«SCIENCE AND EDUCATION - 2016»**

2016 жыл 14 сәуір

Астана

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2016»
атты XI Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XI Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2016»

PROCEEDINGS
of the XI International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2016»

2016 жыл 14 сәуір

Астана

ӘӨЖ 001:37(063)
КБЖ 72:74
Ғ 96

Ғ96 «Ғылым және білім – 2016» атты студенттер мен жас ғалымдардың XI Халық. ғыл. конф. = XI Межд. науч. конф. студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2016» = The XI International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2016» . – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/ nauka-i-obrazovanie/, 2016. – .... б. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-764-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

ӘОЖ 001:37(063)
КБЖ 72:74

ISBN 978-9965-31-764-4

4. Баженов Р.И. Об организации научно-исследовательской практики магистрантов направления «Информационные системы и технологии» // Современные научные исследования и инновации. - 2014. № 9-2 (41). - 62-69б.

5. Баженов Р.И. Проектирование методики обучения дисциплины «Интеллектуальные системы и технологии» // Современные научные исследования и инновации. - 2014. № 5-2 (37). – 48б.

6. Баженов Р.И. Об организации деловых игр в курсе «Управление проектами информационных систем» // Научный аспект. - 2014. Т. 1. № 1. - 101-102 б.

УДК 519.23

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ОДНОГО ОДНОМЕРНОГО ДИСКРЕТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Садыбеков Еркебуланбек Ниетбекович
sadybekov94@mail.ru
студент специальности «Математика»-5В060100
Евразийского национального университета им.Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – Искакова А.С.

Одномерные вероятностные модели, как отражение существующей реальности, оказываются совершенно необходимыми для описания очень многих явлений и ситуаций, встречающихся в повседневной жизни. В последние годы было разработано значительное количество вероятностных моделей. Тем не менее остается много не решенных проблем, когда пронаблюдать возможно только суммы компонентов. До настоящего времени вероятностные модели, описывающие подобные ситуации, не рассматривались. В этой работе представляются статистические оценки распределения сумм случайных величин $\mathbf{L_1, \dots, L}_d$, когда $\mathbf{L_1, \dots, L}_d$ не наблюдаемы, а наблюдаемы только их суммы.

1. Аналитическая форма распределений исследуемой модели вероятностей, порождаемое суммами случайных величин

Предположим, что урна содержит шары, и каждый шар в урне помечен некоторым значением из $L_1, \dots, L_d$, значенияями которых являются произвольные целые числа из известного конечного множества $\{a_{ij}(1),□, a_{ij}(□_{ij})\}$ размера $□_{ij}$, $i= 1,□, m, j=1,□, q$. Очевидно, что число возможных значении $L_□$ есть

$$d=\prod_{i=1}^{m}\prod_{j=1}^{q}\ell_{ij}.$$

Пусть элементы вектора $p=(p_1, \dots, p_d)$ определяют вероятности извлечения из урны шара, помеченного соответственными значениями $L_1, \dots, L_d$, причем

$$\sum_{\alpha=1}^{d} p_\alpha = 1.$$

Производится последовательное извлечение n шаров из урны с возвращением, причем неизвестно, какие именно шары были вынуты из урны. Известно только значение u, которая представляет сумму величин $L_□$ на n вынутых из урны шаров. Для изучения данной ситуации требуется построение распределения вероятности u.

Допустим, что V_u представляет число возможных сочетаний $r_{1vu}L_1,\dots, r_{d\ vu}L_d$, которые в сумме образовали u, где $r_{1vu},\dots, r_{d\ vu}$ определяют возможное количество вынутых шаров, которые помечены соответствующими значениями $L_1,\dots, L_d$. Иначе говоря, V_u есть число разбиений u на части $L_1,\dots, L_d$.

Вероятность, что случайная величина U примет значение u, есть

$$P(\mathbf{U}=\mathbf{u})=\sum_{v_{\mathbf{u}}}^{V_{\mathbf{u}}} n!\prod_{\alpha=1}^{d}\frac{p_{\alpha}^{r_{\alpha_{v_{\mathbf{u}}}}}}{r_{\alpha_{v_{\mathbf{u}}}}!}. \quad (1)$$

Функция, которая определяется в (1), является распределением вероятностей.

Очевидно, что на практике не известны элементы вектора p=(p_1, ..., p_d). Следовательно формула (1) не находит фактического применения. В связи с этим возникает необходимость определения оценки вероятности (1).

2. Множество несмещенных оценок для распределения вероятностей изучаемой модели

Пусть $\mathbf{X}=(\mathbf{X}_1, ..., \mathbf{X}_k)$ представляет выборку объема k из распределения (1) и $\mathbf{x}=(\mathbf{x}_1, ..., \mathbf{x}_k)$ есть наблюдавшиеся значения $\mathbf{X}$, где элементы $\mathbf{x}_i$ (i=1, …, k) представляют сумму значении на n шарах, последовательно вынутых из урны с возвращением. Для каждого i=1, ..., k определим V_i число разбиений $\mathbf{x}_i$ на величины $\mathbf{L}_1$, … , $\mathbf{L}_d$. Векторы $\mathbf{r}_{1i}=(r_{11i},…, r_{d1i})$, …, $\mathbf{r}_{Vi}=(r_{1Vi},…, r_{dVi})$, определяющие эти разбиения, при v_i=1,..., V_i, являются решениями следующей системы уравнений

$$\begin{cases}\sum\limits_{\alpha=1}^{d}\mathbf{L}_{\alpha}r_{\alpha_{v_i}}=\mathbf{x}_i,\\ \sum\limits_{\alpha=1}^{d}r_{\alpha_{v_i}}=n.\end{cases} \quad (2)$$

Пусть для каждого j=1,…, μ, где

$$\mu=\prod_{i=1}^{k}V_i,$$

существует вектор $\mathbf{z}_j=(z_{1j},..., z_{dj})$, определяемый как

$$\mathbf{z}_j=\sum_{i=1}^{k}\mathbf{r}_{v_i}, \quad (3)$$

причем индексы в правой и левой части связаны между собой взаимно однозначным соответствием, которое не единственно.

Если какой–то элемент реализации выборки $\mathbf{x}=(\mathbf{x}_1, ..., \mathbf{x}_k)$ из распределения (1) имеет более одного разбиения на представленные части, то невозможно, используя теорему Рао – Блэкуэлла– Колмогорова, построить несмещенную оценку с наименьшей дисперсией для вероятности распределения (1).

Следующая теорема позволяет определить множество несмещенных оценок для вероятности исследуемого распределения.

Теорема 2.1. Элементы множества $W(\mathbf{u}, \mathbf{z})=\{W(\mathbf{u}, \mathbf{z}_1), …, W(\mathbf{u}, \mathbf{z}_{\mu})\}$ являются несмещенными оценками для вероятности P(**U**=**u**) распределения (1), которые при j=1, …, μ определяются как

$$W(\mathbf{u},\mathbf{z}_j)=\frac{\sum\limits_{v_{\mathbf{u}}=1}^{V_{\mathbf{u}}}\prod\limits_{\alpha=1}^{d}\binom{z_{\alpha_j}}{r_{\alpha_{\mathbf{u}}}}}{\binom{nk}{n}}, \quad (4)$$

где $V_{\mathbf{u}}$ –число разбиений **u** на части $\mathbf{L}_1$,…, $\mathbf{L}_d$; для каждого разбиения $r_{1v\mathbf{u}}$,…, $r_{dv\mathbf{u}}$ определяют возможное количество вынутых шаров, которые помечены соответствующими значениями $\mathbf{L}_1$, …, $\mathbf{L}_d$; $k\geq1$ и $z_{\alpha j}\geq r_{\alpha v\mathbf{u}}$, при α=1, …, d, $v_{\mathbf{u}}$=1, …, $V_{\mathbf{u}}$.

3. Наиболее подходящие несмещенные оценки для распределения вероятностей предложенной модели и их свойства

Имеем множество несмещенных оценок (4) для вероятности распределения (1). Рассмотрим задачу определения наиболее подходящей несмещенной оценки. Из решения системы уравнений (2) видно, что при i=1,…, k $\mathbf{x}_i$ разбивается на значения $\mathbf{L}_1$,…, $\mathbf{L}_d$ V_i□1способами. В случае, если V_i>1, то не известно, каким вариантом v_i=1, …, V_i сложений произведений чисел на соответствующих значениях r_{1vi}, … , r_{dvi} получили $\mathbf{x}_i$. В связи с этим, имеем множество решений

$$\mathbf{z}=\{\mathbf{z}_1,\ldots,\mathbf{z}_{\mu}\}$$

основанных на наблюдении, и множество несмещенных оценок для вероятности распределения (1)

$$W(\mathbf{u},\mathbf{z})=\{W(\mathbf{u},\mathbf{z}_1),\ldots,W(\mathbf{u},\mathbf{z}_{\mu})\}$$

Для определения наиболее подходящего решения $\mathbf{z}_g$ из множества $\mathbf{z}$ и соответствующей оценки $W(\mathbf{u}, \mathbf{z}_g)$ из множества несмещенных оценок $W(\mathbf{u}, \mathbf{z})$ рассмотрим следующие определения.

Определение 3.1. Решение $\mathbf{z}_g$, основанное на наблюдении, является наиболее подходящим из множества $\mathbf{z}$={$\mathbf{z}_1$, … , $\mathbf{z}$□}, если

$$\prod_{i=1}^{k} W(\mathbf{x}_i,\mathbf{z}_g)=\max_{1\le j\le \mu}\prod_{i=1}^{k} W(\mathbf{x}_i,\mathbf{z}_j) \quad (5)$$

где при i=1, … , k элементы множества $W(\mathbf{x}_i, \mathbf{z})$={ $W(\mathbf{x}_i, \mathbf{z}_1)$, … , $W(\mathbf{x}_i, \mathbf{z}$□)} являются несмещенными оценками для вероятности P(**U**=**u**) распределения (1.1), определенными в (4).

Определение 3.2. Несмещенная оценка $W(\mathbf{u}, \mathbf{z}_g)$ для вероятности P(**U**=**u**) распределения (1) является наиболее подходящей из всего множества несмещенных оценок

$W(\mathbf{u}, \mathbf{z})$={ $W(\mathbf{u}, \mathbf{z}_1)$, … , $W(\mathbf{u}, \mathbf{z}$□)},

определяемых в (4), если $\mathbf{z}_g$ – наиболее подходящее решение, основанное на наблюдении.

Следующее замечание, приводимое в работах [6-9], указывает на асимптотические свойства наиболее подходящих несмещенных оценок.

Теорема 3.1. Наиболее подходящая несмещенная оценка $W(\mathbf{u}, \mathbf{z}_g)$ для вероятности P(**U**=**u**) модели (1) является состоятельной, асимптотически нормальной и асимптотически эффективной.

4. Условия существования оценок максимального правдоподобия и несуществовании оценок, получаемых по методу min □^{2} для параметров распределения изучаемой модели

Как известно, оценки максимального правдоподобия, при выполнении определенных условий, обладают важными свойствами в теории оценивания. Иными словами, они являются состоятельными, асимптотически нормальными и асимптотически эффективными.

Теорема 4.1. Если все элементы реализации выборки $\mathbf{x}$=($\mathbf{x}_1$, ... , $\mathbf{x}_k$) из распределения (1) имеют не более одного разбиения на представленные части, то существуют оценки максимального правдоподобия для параметров распределения (1).

Таким образом, не всегда возможно построение оценок максимального правдоподобия для параметров распределения (1).

5. Факт невозможности построения оценок, получаемых по методу min □^{2}, для параметров распределения изучаемой модели

Для полного описания исследования представленной модели, принятого в статистике, необходимо провести проверку гипотезы об адекватности модели наблюдениям.

Широко используемым критерием проверки гипотезы является хи-квадрат К.Пирсона. При выполнении определенных условий статистика

$$X_k^2\left(\tilde{\theta}_k\right)=\sum_{\beta=1}^{\lambda}\frac{\left(\zeta_\beta^{(k)}-k\sum_{\mathbf{u}\in\Omega_\beta}\tilde{\mathrm{P}}(\mathbf{U}=\mathbf{u})\right)^2}{k\sum_{\mathbf{u}\in\Omega_\beta}\tilde{\mathrm{P}}(\mathbf{U}=\mathbf{u})}$$

имеет предельное распределение χ^2 с $\lambda - d - 1$ степенями свободы, где $\tilde{\theta}_k$ является оценкой для вектора параметров $\mathbf{p}=(p_1,\ldots,p_d)$, получаемых по модифицированному методу min χ^2, $\lambda \geq 2$ – число разбиений области Ω на непересекающиеся подмножества $\Omega_1, \ldots, \Omega_\lambda$,

$$\zeta_\beta = \sum_{\mathbf{u}\in\Omega_\beta} \sum_{j=1}^{k} \ldots$$

$$\tilde{\mathrm{P}}(\mathbf{U}=\mathbf{u}) = \sum \prod_{i=1}^{d} \ldots$$

Таким образом, если использовать эту статистику, то для вектора параметров $p=(p_1, \ldots, p_d)$ необходимы оценки

$$\tilde{\theta}_k=\left(\tilde{\theta}_{1_k},\ldots,\tilde{\theta}_{d_k}\right),$$

получаемые по модифицированному методу min χ^2.

Теорема 5.1. Точных оценок, определяемых по методу min χ^2, для параметров $p_1, \ldots, p_d$ распределения (1) не существует.

Заключение

Анализ проведенных в настоящей работе исследований позволяет сформулировать следующие основные результаты.

1. Предложено и изучено новое распределение вероятностей, порождаемых урновой схемой с шарами, помеченными скалярами, в случае когда наблюдаемы только их суммы.
2. Получено множество несмещенных оценок для распределения вероятностей предлагаемой модели и дисперсии этих оценок.
3. Введено новое понятие наиболее подходящей оценки из множества несмещенных оценок, обладающих асимптотическими свойствами.
4. Показано, что оценки максимального правдоподобия для параметров распределений данной модели существуют только в случае, когда элементы реализации выборки имеют не более одного разбиения на представленные части. Таким образом, оценки максимального правдоподобия для параметров изучаемого распределения не всегда существуют. Получены формулы оценок максимального правдоподобия для параметров распределений предлагаемой модели, в случае, когда они существуют.
5. Доказан факт невозможности построения оценок, определяемых по модифицированному методу минимума хи- квадрат.
6. Установлено, что наиболее подходящая несмещенная оценка для вероятности распределения (1) является лучшей из всего множества полученных оценок.

Список использованных источников

1. Боровков А.А. Математическая статистика. Оценка параметров. Проверка гипотез.– М.: Наука. 1984.– 472 с.
2. Боровков А.А. Теория вероятностей.- М.: Наука. 1986.–431 с.
3. Воинов В.Г., Никулин М.С. Несмещенные оценки и их применения.– М.: Наука. 1989. – 440 с.
4. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика. – М.: Высшая школа. 1984. – 248 с.

5. Искакова А.С. Об одном классе многомерных дискретных распределений, порождаемых урновой схемой с шарами, помеченными прямоугольными матрицами. // Вестник КазГУ, сер. матем., мех., информатика. 2000 г. №1(94). С. 16-20.

6. Искакова А.С. Построение несмещенных оценок вероятностей распределения сумм независимых одинаково распределенных случайных матриц. // Вестник КазГУ, сер. матем., мех., информатика. 2001 г. №4(97). С. 16-20.

7. Искакова А.С. Об одном методе статистического оценивания вероятности оправдываемости прогноза в метеорологии. // Научный журнал Министерства образования и науки Республики Казахстан “Ізденіс” – “Поиск”, сер. естественных наук. 2001 г. № 4, 5. С.182-188.

8. Искакова А.С. Об одном классе многомерных дискретных распределений вероятностей сумм прямоугольных матриц. // Известия МОН РК, НАН РК. 2001 г. № 5. С.85–89.

9. Искакова А.С. Определение наиболее подходящей несмещенной оценки вероятности оправдываемости прогноза в метеорологии. // Сибирский журнал индустриальной математики. 2002 г.Том V, 1(9). С.79-84.

10. Искакова А.С. Условие существования оценок максимального правдоподобия для параметров одного класса многомерных распределений. // Известия МОН РК, НАН РК. 2004 г. № 1. С.90–95.

УДК 517.957

СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС ШРЕДИНГЕР ТЕҢДЕУІ ҮШІН ДАРБУ ТҮРЛЕНДІРУІ

Салимша Жазира Қанатқызы
jazi_23_94@mail.ru
Математикалық және компьютерлік моделдеу кафедрасының 4-курс студенті
Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі - Г.Н. Нугманова

Жұмыстың зерттеу нысаны

$$iq_t + q_{xx} - 2\eta|q|^2 q = 0 \tag{1}$$

түріндегі, $q(x,y)|_{t=0} = q(x)$ бастапқы шартымен берілген сызықты емес Шредингер теңдеуі (ШТ). Мұндағы $q(x,t)-$ комплекс мәнді функция, $\eta-$накты параметр және $|q|^2 = qq^*$, жұлдызша белгісі комплекс түйіндесті білдіреді.

ШТ (1) сызықты еместік қасиеті әлсіз орнықты жүйелерде баяу өзгеретін толқындар теориясының дамуында ерекше рөл атқарады және плазма физикасы мен сызықты емес оптикада жиі кездеседі. Сызықты емес ШТ (1) солитондар теориясының негізгі теңдеулері болып саналатын Кортевег де-Фриз және sin-Гордон теңдеулері сияқты белгілі қасиеттерге ие, сонымен қатар оның жүгірме толқын түріндегі шешімдері солитондар болып табылады [1]. Ең алғаш (1)-сызықты емес ШТ-нің Ландау-Лифшиц теңдеуіне эквиваленттігін М.Лакшманан дәлелдеген болатын [2]. Ландау-Лифшиц теңдеуінің потенциалдармен өзара келісімді кеңеймесі үшін [3] жұмыста Дарбу түрлендіруі жасалып, солитондық шешімдері алынған. Дарбу түрлендіруі әдісі сызықты емес эволюциялық теңдеулердің қарапайым шешімдерін сол теңдеудің басқа шешімдеріне түрлендіруге мүмкіндік береді [4]. Сызықты емес ШТ (1) үшін Дарбу түрлендіруін құру және нәтижені пайдалана отырып оның солитондық шешімін алу бұл жұмыстың негізгі мақсаты болып табылады.

Сызықты емес Шредингер теңдеуі үшін Дарбу түрлендіруі

Шашыраудың кері есебі әдісі әдетте сызықты емес теңдеуді айнымалы коэффициентті теңдеулер жұбы жүйесімен және қосымша спектралды параметрмен байланыстырады [5].