ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты IX халықаралық ғылыми конференциясы

IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»

The IX International Scientific Conference for students and young scholars «SCIENCE AND EDUCATION-2014»

2014 жыл 11 сәуір
11 апреля 2014 года
April 11, 2014

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2014» атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ IX Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014»

PROCEEDINGS of the IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014»

2014 жыл 11 сәуір

Астана

УДК 001(063)
ББК 72
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2014. – 5831 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001(063)
ББК 72

ISBN 978-9965-31-610-4

6 СЕКЦИЯ
МАТЕМАТИКА, МЕХАНИКА ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАЛЫҚ МОДЕЛЬДЕУ

6.1 Математика

УДК 517.956.225

КОРРЕКТНОЕ СУЖЕНИЕ НЕКОТОРОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ОПЕРАТОРА

Абенов Нурбол Муханулы, Муталип Самат
Nurbol-abenov.91@mail.ru, *kokbori@inbox.ru*
Магистранты механико-математического факультета, ЕНУ им.Л.Н.Гумилева,
Астана, Казахстан
Научный руководитель – М. Отелбаев

Теория расширения берет свое начало с работы И.Неймана [1], в которой впервые изучался вопрос о расширениях симметрического оператора. В дальнейшем теория расширения операторов нашла применение в теории граничных задач для дифференциальных уравнений и в анализе. В этом направлении сейчас известны работы ряда авторов [2-4].

Настоящая работа посвящена, в основном, описанию всевозможных корректных сужений гиперболического оператора четвертого порядка используя одну известную корректную сужению этого оператора.

Пусть A – замкнутый оператор, действующий из пространства X в себя, такой, что существует непрерывный обратный A^{-1}, определенный на R(A). Здесь и далее через $\mathrm{D}(\cdot)$ и $\mathrm{R}(\cdot)$ обозначены соответственно область определения и область значений оператора.

Оператор A называется нормально разрешимым в X, если $R(A)$ замкнута. При $R(A) = X$ оператор называется везде разрешимым в X.

Замкнутый оператор A называется корректно разрешимым на $R(A)$, если он обратим и A^{-1} ограничен.

В дальнейшем, корректно и везде разрешимое сужение будем называть корректным сужением, корректно и везде разрешимое расширение – корректным расширением.

Будем говорить, что оператор A_1 является корректным сужением оператора A, если выполнены следующие условия:

а) $A_1 \subset A$, т.е. $\mathrm{D}(A_1) \subset \mathrm{D}(\mathrm{A})$ и $Ax = A_1x$ при $f \in \mathrm{D}(A_1)$,

б) существует ограниченный обратный A_1^{-1}, определенный на всем X (т.е. уравнение $Au = f$ имеет единственное решение $u \in \mathrm{D}(A_1)$ для любого $f \in X$).

Через $\mathcal{B}(X, KerA)$ обозначим множество всех ограниченных (не объязательно линейных) преобразований $K: X \to KerA$. Предположим, что существует хотя бы одно корректное сужение $\widetilde{A}$ оператора A.

Теорема 1 [5]. *I) Если $K \in \mathcal{B}(X, KerA)$, то оператор A_K^{-1} определяемой формулой*

$$A_K^{-1}f = \widetilde{A}^{-1}f + Kf, f \in X, \qquad (1)$$

является обратным к некоторому корректному сужению оператора A.

II) обратно, если A_K – корректное сужение оператора A, *то существует оператор $K \in \mathcal{B}(X, KerA)$ такой, что выполняется равенство* (1).

Будем говорить, что оператор A_2 является корректным расширением оператора A, если выполнены следующие условия:

а) $A_2 \supset A$, т.е. $\mathrm{D}(A_2) \supset \mathrm{D}(\mathrm{A})$ и $Ax = A_2x$ при $f \in \mathrm{D}(\mathrm{A})$,

б) существует ограниченный обратный A_2^{-1}, определенный на всем X.

Предположим, что существует, по крайней мере, одно корректное расширение $\widetilde{A}$ оператора А, и через $\mathcal{K}(A)$ обозначим класс всевозможных непрерывных операторов $K: X \to X$, удовлетворяющих следующим условиям:

а) если $f \in R(\mathrm{A})$, то $Kf = 0, K \in \mathcal{K}(A)$,

б) если $\widetilde{A}^{-1}f + Kf = \widetilde{A}^{-1}g + Kg,\ f, g \in X$, то $f = g$.

Теорема 2 [5]. *I) Если $K \in \mathcal{K}(A)$, то оператор A_K^{-1} определяемой формулой*

$$A_K^{-1}f = \widetilde{A}^{-1}f + Kf, f \in X, \tag{2}$$

является обратным к некоторому корректному расширению оператора А.

II) обратно, если A_K – корректное расширение оператора А*, то существует оператор $K_1 \in \mathcal{K}(A)$, такой, что справедливо представление*

$$A_1^{-1}f = \widetilde{A}^{-1}f + K_1f, f \in X.$$

Теорема 3 [5]. *Пусть существует, по крайней мере, одно корректное сужение $\widetilde{A}$ оператора A.*

Тогда, если $K \in \mathcal{B}\big(X, D(A)\big)$, то A_k^{-1}, определяемый формулой $A_K^{-1}f = \widetilde{A}^{-1}f + \left(E - \widetilde{A}^{-1}A\right)f,\ f \in X$ (E – единичный оператор), есть обратный к некоторому корректному сужению оператора А.

Обратно, если A_1 *– корректное сужение* А*, то существует $K_1 \in \mathcal{B}(X, D(A))$ такой, что справедливо представление*

$$A_1^{-1}f = \widetilde{A}^{-1}f + \left(E - \widetilde{A}^{-1}A\right)f, f \in X.$$

В соответствии с теоремой 1 корректное сужение опертора А, соответствующее оператору К, будем обозначать через $\mathrm{A_K}$.

Пусть $\Omega = [0, T] \times \Delta, \Delta = \{x \in \mathcal{R}: 0 < x < 1\}$ и рассмотрим оператор А, действующий как оператор $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}$, с областью определения

$$\mathrm{D}(L) = \{u \in L_2(\Omega), \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} \in L_2(\Omega)\}, \tag{3}$$

и через $\widetilde{L}$ обозначим сужение L с областью определения

$$\mathrm{D}(\widetilde{L}\,) = \{u \in \mathrm{D}(L), u|_{t=0} = \varphi(x), u_t|_{t=0} = \psi(x), u|_{x=0} = 0, u|_{x=1} = 0,$$

$$u_{xx}|_{x=0} = 0,\ u_{xx}|_{x=1} = 0\}. \tag{4}$$

УТВЕРЖДЕНИЕ 1. $\mathrm{R}(L\,) = L_2(\Omega)$.

ЛЕММА 1. $\widetilde{L}$ является корректным сужением L.

Из утверждения 1 и леммы 1 следует, что операторы L и $\widetilde{\mathrm{L}}$ удовлетворяют условиям теоремы 1, т.е. справедливо следующее следствие теоремы 1:

Следствие 1. а) Если $\mathrm{K} \in \mathcal{B}(\mathrm{L_2}(\Omega), \mathrm{KerA})$, то задача

$$\frac{\partial^2 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{t}^2} - \frac{\partial^4 \mathrm{u}}{\partial \mathrm{x}^4} = \mathrm{f(x)}, \tag{5}$$

$$(\mathrm{u}-\mathrm{Kf})|_{t=0}=\varphi(\mathrm{x}),(\mathrm{u}-\mathrm{Kf})_{t}|_{t=0}=\psi(\mathrm{x}),, \quad (6)$$

$$(\mathrm{u}-\mathrm{Kf})|_{x=0}=0,(\mathrm{u}-\mathrm{Kf})|_{x=1}=0,(\mathrm{u}-\mathrm{Kf})_{xx}|_{x=0}=0,(\mathrm{u}-\mathrm{Kf})_{xx}|_{x=1}=0, \quad (7)$$

имеет единственное решение $\mathrm{u} \in \mathrm{L}_2(\Omega)$ для любой правой части $\mathrm{f} \in \mathrm{L}_2(\Omega)$.

б) Обратно, если $\mathrm{L_K}$ – некоторое корректное сужение оператора L, то существует $\mathrm{K} \in \mathcal{B}(\mathrm{L}_2(\Omega), \mathrm{KerA})$, такое, что любая функция $\mathrm{u} \in \mathrm{D}(\mathrm{L_K})$ удовлетворяет краевым условиям (6).

Список использованных источников

1. J. Von Neumann. Allgemeine Eigenwert – theorie Hermitescher Junktional operatoren // Math. Ann. -1929. –V.102 – P.43-131.
2. Наймарк М.А. О самосопраженных расширениях второго рода симметрического оператора // Известия АН СССР, сер. Физ.-мат. -1940. –Т.4, №1.
3. Вишик М.И. Линейные расширения операторов и краевые условия // Доклады АН СССР. -1949. –Т.65, №4. –С.433-436.
4. Дезин А.А. Общие вопросы теории граничных задач // Матем. Сб. -1976. –Т.100 (142), №2 (6). –С.171-180.
5. Б.К.Кокебаев, М.Отелбаев, А.Н.Шыныбеков. К вопросам расширения и сужения операторов, Доклады Академии Наук СССР. М., Наука, 1983. Том 271. №6. С. 1307-1310.

УДК 517.09

ҮШІНШІ РЕТТІ СЫЗЫҚТЫ БІРТЕКТІ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУДІҢ БІР ДЕРБЕС ШЕШІМІ

Алданияз Перизат Асанқызы
feia_707@mail.ru
Қазақ мемлекеттік қыздар педогогикалық университетінің 3-курс студенті,
Алматы, Казахстан
Ғылыми жетекші – А.А.Сыдықов

Жалпы түрде берілген, коэффициенттері айнымалы үшінші ретті сызықты біртекті дифференциалдық теңдеуді қарастырайық

$$a_0(x)y''' + a_1(x)y'' + a_2(x)y' + a_3(x)y = 0. \quad (1)$$

Мұндағы $a_0(x)$, $a_1(x)$, $a_2(x)$ және $a_3(x)$ коэффициенттері қандай да бір (a,b) интервалында берілген, бірінші ретті туындылары бар, нөлге тең емес үзілісссіз функциялар.

Мұндай теңдеулердің жалпы шешімін құруды былай қойғанда, кез келген бір дербес шешімін анықтаудың өзі айтарлықтай мәселе екендігі мамандарға белгілі [1].

Осы айтылғанға орай, біз бұл мақалада аталмыш теңдеудің бір дербес шешімін табуға мүмкіндік туғызатын шартты айқындаймыз және де сол бір дербес шешімді анықтайтын формуланы әдістемелік талқылаулар негізінде көрсетеміз.

Алдымен теңдеуді келесі түрге келтіреміз

$$y''' + f_1(x)y'' + f_2(x)y' + f_3(x)y = 0. \quad (2)$$

Теңдеуді топтастыру шеңберінде жүйе құру арқылы шешеміз.