
ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
СОВЕТ МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ
Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты
IX халықаралық ғылыми конференциясы
IX Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»
The IX International Scientific Conference for
students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION-2014»
2014 жыл 11 сәуір
11 апреля 2014 года
April 11, 2014

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2014» атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ IX Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014»

PROCEEDINGS of the IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014»

2014 жыл 11 сәуір

Астана

УДК 001(063)
ББК 72
Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2014. – 5831 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001(063)
ББК 72

ISBN 978-9965-31-610-4

Отсюда следует (2).

Список использованных источников

1. Leindler L., Meir A. Embedding theorems and strong approximation // Acta Sci. Math. (Szeged). – 1991. – №55. – P. 67-73.
2. Leindler L. Embedding results pertaining to strong approximation of Fourier series. I.// Analysis Mathematica. – 23(1997). – P. 99-114.
3. Маршалл А., Олкин И. Неравенства: теория мажоризации и ее приложения. – Москва «Мир», 1983. – 574 с.

УДК 519.63

ЗАДАЧА ДИСКРЕТИЗАЦИИ РЕШЕНИЙ ОБОБЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ КЛЕЙНА-ГОРДОНА В КОНТЕКСТЕ КОМПЬЮТЕРНОГО (ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО) ПОПЕРЕЧНИКА (К(В)П)

Есенгазина Жанар

zhanar_esengazin@mail.ru

Институт теоретической математики и научных вычислений ЕНУ им. Л.Н. Гумилева

г. Астана, Казахстан

Научный руководитель – Н.Темиргалиев

В рамках К(В)П (необходимые определения и историю см., напр., в [1-3]) исследуется задача дискретизации решений обобщенного уравнения Клейна-Гордона (для с=0 волновое уравнение, с = -1 уравнение Клейна-Гордона)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}+\ldots+\frac{\partial^2 u}{\partial x_s^2}+\tilde{n}u \ \left(u=u(x,t),\, 0<t<\infty,\ x\in R^s, s=1,2,\ \ldots;\ \tilde{n}\in R\right),$$

с начальными условиями из классов Соболева

$$u(x,0)=f_1(x)\in W_2^{r_1}(0,1)^s,\ \frac{\partial u}{\partial t}(x,0)=f_2(x)\in W_2^{r_2}(0,1)^s\ (x\in R^s).$$

В рассматриваемом здесь случае дискретизация производится по информации, полученной от тригонометрических коэффициентов Фурье $\hat{f}(m)=\int\limits_{[0,1]^s} f(x)e^{-2\pi i(m,x)}dx$ с произвольным конечным спектром, с дальнейшей переработкой по произвольным алгоритмам φ_N:

$$D_N=\left\{\hat{f}_1\left(m^{(1)}\right),\ldots,\hat{f}_1\left(m^{(N_1)}\right),\hat{f}_2\left(n^{(1)}\right),\ldots,\hat{f}_2\left(n^{(N_2)}\right): m^{(j)}\in Z^s\ (j=1,\ldots,N_1);\ n^{(i)}\in Z^s\ (i=1,\ldots,N_2)\right\}\times\{\varphi_N\}_{L^{2,\infty}},$$

где $\{\varphi_N\}_{L^{2,\infty}}=\left\{\varphi_N(z_1,\ldots,z_N;x,t)\in L^2(0,1)^s\times L^\infty[0,\infty)\right.$ при любых фиксированных $\left.(z_1,\ldots,z_N)\in C^N\right\}$

в метрике $Y=L^{2,\infty}$, $\|g\|_{L^{2,\infty}}=\sup\limits_{t\geq 0}\operatorname{vrai}\left(\int\limits_{[0,1]^s}|g(x,t)|^2dx\right)^{\frac{1}{2}}$.

Установлено, что (при $c\leq 0$)

К(В)П - 1:

$$\min_{\substack{N_1\in Z_+, N_2\in Z_+:\\ N_1+N_2=N}} \inf_{\substack{m^{(1)},\ldots,m^{(N_1)}\\ n^{(1)},\ldots,n^{(N_2)}\\ \varphi_N}} \sup_{\substack{f_1\in W_2^{r_1}(0,1)^s;\\ f_2\in W_2^{r_2}(0,1)^s}} \left\| u(x,t;\, f_1,\, f_2) - \varphi_N(\hat{f}_1(m^{(1)}),\ldots,\, \hat{f}_1(m^{(N_1)}),\, \hat{f}_2(n^{(1)}),\ldots,\, \hat{f}_2(n^{(N_2)});\, x,t) \right\|_{L^{2,\infty}} \asymp N^{-\frac{\min\{r_1;r_2+1\}}{s}},$$

где $\varphi_N(z_1,\ldots,z_N;x)-$ алгоритм восстановления.

При этом, полученный здесь точный порядок восстановления показывает, что всякое повышение гладкости $r_2 > r-1$ (при $r_1=r$, $min\{r_1,r_2+1\}=r$) не отразится на порядке погрешности $\asymp N^{-\frac{r}{s}}$ при дискретизации, то же относится к случаю $r_1 \geq r$, $r_2=r-1$. При этом, самый широкий класс упорядоченных пар функций (f_1,f_2), $f_1\in W_2^{r_1}(0,1)^s$, $f_2\in W_2^{r_2}(0,1)^s$ для которых еще выдерживается указанный оптимальный порядок получится при $r_1=r_2+1=r$.

Далее показано, что с сохранением порядков в К(В)П-1, когда восстановление производится по неточной информации, тригонометрические коэффициенты можно вычислять с погрешностью

$$C(N)D-2:\quad \left|\hat{f}_k(m^{(j_k)})-z_{j_k}\right| \leq \tilde{\varepsilon}_{N_k}^{(j_k)} \; (j_k=1,2,\ldots,N_k,\, k=1,2),$$

где $\tilde{\varepsilon}_{N_1}^{(j_1)}=N_1^{-\frac{r_1}{s}-\frac{1}{2}}$, $\tilde{\varepsilon}_{N_2}^{(j_2)}=N_2^{-r_2-1}$ при s=1, $\tilde{\varepsilon}_{N_2}^{(j_2)}=N_2^{-\frac{r_2+1}{2}}(\ln N_2)^{-\frac{1}{2}}$ при s=2, $\tilde{\varepsilon}_{N_2}^{(j_2)}=N_2^{-\frac{r_2}{s}-\frac{1}{2}}$ при s>2,

$j_1=1,2,\ldots,N_1$, $j_2=1,2,\ldots,N_2$.

Наконец, это составляет содержание К(В)П -3, установлено, что здесь величину $\tilde{\varepsilon}_{N_1^{(0)},N_2^{(0)}}$ в К(В)П -2, вообще говоря, нельзя заменить на $\eta_{N_1^{(0)},N_2^{(0)}}\tilde{\varepsilon}_{N_1^{(0)},N_2^{(0)}}$ при любом $\eta_{N_1^{(0)},N_2^{(0)}}\uparrow+\infty\left(N=N_1^{(0)}+N_2^{(0)}\to\infty\right)$..

Список использованных источников

1. Темиргалиев Н., Шерниязов К.Е., Берикханова М.Е. Точные порядки компьютерных (вычислительных) поперечников в задачах восстановления функций и дискретизации решений уравнения Клейна – Гордона по коэффициентам Фурье // Современные проблемы математики. – 2013. – Вып. 17. – С.6–34.
   Exact Orders of Computational Cross-Sections in Problems of Reconstructing Functions and Sampling Solutions of the Klein-Gordon Equation from Fourier Coefficients // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. – 2013. – 282, supp l.1. – P. 165–191.
2. Темиргалиев Н., Абикенова Ш.К., Жубанышева А.Ж., Таугынбаева Г.Е. Задачи дискретизации решений волнового уравнения, численного дифференцирования и восстановления функций в контексте Компьютерного (вычислительного) поперечника // Изв.ВУЗов. Математика. – 2013. – №8. – С. 86-93.
   Discretization of solutions to a wave equation, numerical differentiation, and function recovery with the help of computer (computing) Diameter // Russian Mathematics (Iz.VUZ). – 2013. – Vol. 57, No. 8. – P. 75–80.
3. Темиргалиев Н., Есенгазина Ж. Окончательные в контексте всех достижений (имеющихся и возможных) вычислительной математики и численного анализа результаты по дискретизации решений обобщенного уравнения Клейна-Гордона по коэффициентам Фурье // Проблемы применения современных математических методов и компьютерных технологий в инженерных науках и строительстве: