ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты IX халықаралық ғылыми конференциясы

IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»

The IX International Scientific Conference for students and young scholars «SCIENCE AND EDUCATION-2014»

2014 жыл 11 сәуір
11 апреля 2014 года
April 11, 2014

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2014» атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ IX Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014»

PROCEEDINGS of the IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014»

2014 жыл 11 сәуір

Астана

УДК 001(063)
ББК 72
Ғ 96

Ғ 96
«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2014. – 5831 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001(063)
ББК 72

ISBN 978-9965-31-610-4

монокоммутаторов относительно фиксированного элемента $a \in G$, т.е.

$$(\forall a, x, y \in G)(|\{[a,x]=[a,y]\}|=|\{[x,a]=[y,a]\}|).$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Приведем логическое обоснование формулы (1)

$$(\forall a, x, y \in G)[a,x]=[a,y] \leftrightarrow (x^{a} \equiv y).$$

Пусть $[a,x]=[a,y]$. Тогда $a^{-1}a^{x}=a^{-1}a^{y} \Rightarrow a^{x}=a^{y}$ и $x^{a_{\equiv}} y$.

Обратно. Пусть $x^{a_{\equiv}} y$. Тогда $a^{x}=a^{y}$. Отсюда $a^{-1}a^{x}=a^{-1}a^{y}$ и $[a,x]=[a,y]$.

Далее дадим логическое обоснование формулы.

$$(\forall a, x, y \in G)([x,a]=[y,a] \leftrightarrow (x^{a_{\equiv}} y)). \qquad (2)$$

Действительно, из равенства $[x,a]=[y,a]$ следует, что

$x^{-1}x^{a}=y^{-1}y^{a} \Rightarrow x^{-1}a^{-1}xa=y^{-1}a^{-1}ya \Rightarrow (a^{-1})^{x}=(a^{-1})^{y}$. Таким образом, $a^{x}=a^{y}$ и $x^{a_{\equiv}} y$.

Обратно. Пусть $x^{a_{\equiv}} y$. Тогда $a^{x}=a^{y}$ или $(a^{-1})^{x}=(a^{-1})^{y}$. Отсюда $x^{-1}a^{-1}x=y^{-1}a^{-1}y$ и $x^{-1}a^{-1}xa=y^{-1}a^{-1}ya \Rightarrow [x,a]=[y,a]$.

Формулы (1), (2) обоснованы. Далее поскольку из сравнения $x^{a_{\equiv}} y$ следует, что $x \in C(a)y$, то $|\{[a,x]=[a,y]\}|=|C(a)y|$. Очевидно, $|C(a)y|=|C(a)|$ и $|\{[a,x]=[a,y]\}|=|C(a)|$.

Теперь докажем истинность формулы

$$(\forall a, x, y \in G)([x,a]=[y,a] \leftrightarrow (x^{a_{\equiv}} y)), \qquad (3)$$

где $x^{a_{\equiv}} y$ – централизаторно эквивалентные элементы x и y относительно элемента $a \in G[y]$

Пусть $[x,a]=[y,a]$. Тогда $x^{-1}a^{-1}xa=y^{-1}a^{-1}ya \Rightarrow (a^{-1})^{x}=(a^{-1})^{y} \Rightarrow a^{x}=a^{y}$.

Таким образом, $x^{a_{\equiv}} y$.

Обратно. Пусть $x^{a_{\equiv}} y$. Тогда $a^{x}=a^{y} \Rightarrow (a^{-1})^{x}=(a^{-1})^{y} \Rightarrow x^{-1}a^{-1}x=y^{-1}a^{-1}y$.

Отсюда $x^{-1}a^{-1}xa=y^{-1}a^{-1}ya$ и $[x,a]=[y,a]$. Таким образом, из формул (1), (2), (3), равенства $|\{[a,x]=[a,y]\}|=|C(a)|$ и соотношения $([x,a]=[y,a]) \leftrightarrow (x^{a_{\equiv}} y)$ следует, что $|\{[a,x]=[a,y]\}|=|C(a)|$.

Таким образом, окончательно имеем истинность формулы

$$(\forall a, x, y \in G)(\{[a,x]=[a,y]\}=|\{[x,a]=[y,a]\}|=|C(a)|.$$

Теорема доказана.

Список использованных источников

1. Караганов М.Н., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. – М.: Наука, 1982. – 288 с.
2. Жаныспаева М.Б. О множестве коммутаторов конечной группы // Сборник докладов III Республиканской студенческой научно-практической конференции по математике, механике и информатике (7-8 апреля 2011 г.). – Астана, 2011. – С. 62-63.
3. Жаныспаева М.Б. О множестве неравных коммутаторов группы // Сборник докладов IV Республиканской студенческой научно-практической конференции по математике, механике и информатике. Том 1 (5-6 апреля 2012 г.). – Астана, 2012. – С. 87-88.
4. Павлюк Ин.И. Группы с отношениями сравнимости, для подгрупп и элементов: монография. –Павлодар: Изд. Кереку, 2013. – 121 с.

УДК 519.63

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ИЗ АНИЗОТРОПНЫХ КЛАССОВ КОРОБОВА $E^{r_1,\dots,r_s}$ В КОНТЕКСТЕ КОМПЬЮТЕРНОГО (ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО) ПОПЕРЕЧНИКА

Жасуланбайкызы Гульжан, Жубанышева Аксауле Жанбыршиевна
guljan.jasulanbaikizi@gmail.com

Институт теоретической математики и научных вычислений ЕНУ им. Л.Н. Гумилева
г. Астана, Казахстан
Научный руководитель – Н. Темиргалиев

Данная статья посвящена задаче восстановления функций из анизотропных классов Коробова $E^{r_1,\dots,r_s}$ по неточной информации, полученной от произвольного конечного множества тригонометрических коэффициентов Фурье в рамках Компьютерного (вычислительного) поперечника.

Компьютерный (вычислительный) поперечник (коротко К(В)П) был предложен Н.Темиргалиевым в 1996-2003 гг. (см., напр., [1-10]), смысл которого состоит в нахождении наилучшего среди данного класса вычислительных средств в условиях искаженных данных.

Приведем необходимые определения и обозначения.

Анизотропный класс Коробова $E^{r_1,\dots,r_s}$ $(\frac{1}{2}<r_1\le r_2\le ..\le r_s)$ состоит из всех 1-периодических по каждой переменной функций $f(x)=f(x_1,\dots,x_s)$, тригонометрические коэффициенты Фурье-Лебега которых удовлетворяют условию

$$\left|\hat f(m)\right|=\left|\int_{[0,1]^s} f(x)e^{-2\pi i(m,x)}dx\right|\le\frac{1}{\overline{m}_1^{r_1}\dots\overline{m}_s^{r_s}}\ (m=(m_1,\dots,m_s)\in Z^s),$$

где здесь и всюду ниже полагается $\overline{m}=\max\{1;|m|\}$.

Положим для $R\ge 1$

$$\Gamma_R(\tau)=\{m=(m_1,\dots,m_s)\in Z^s:\overline{m}_1^{\tau_1}\dots\overline{m}_s^{\tau_s}\le R\},$$

где $\tau_j=\frac{r_j}{r_1}\ (j=1,\dots,s)$.

Всюду ниже полагаем

$$D_N=\left\{\hat f(m^{(1)}),\dots,\hat f(m^{(N)}):m^{(1)}\in Z^s,\dots,m^{(N)}\in Z^s\right\}\times\{\varphi_N\}_{L^2(0,1)^s}.$$

Введем обозначение

$$\delta_N(\tilde\varepsilon_N)_{L^2(0,1)^s}\equiv\delta_N(D_N;Tf=f;E^{r_1,\dots,r_s};\tilde\varepsilon_N)_{L^2(0,1)^s}=$$

$$=\inf_{m^{(1)},\dots,m^{(N)}\in Z^s;\varphi_N}\ \sup_{\substack{f\in E^{r_1,\dots,r_s}\\ |\gamma_N^{(\tau)}|\le 1(\tau=1,\dots,N)}}\left\|f(x)-\varphi_N(\hat f(m^{(1)})+\gamma_N^{(1)}\tilde\varepsilon_N,\dots,\hat f(m^{(N)})+\gamma_N^{(N)}\tilde\varepsilon_N;\cdot)\right\|_{L^2(0,1)^s}.$$

Здесь $\{\varepsilon_N\}$ – неотрицательная последовательность, в случае $\varepsilon_N\equiv 0$ речь будет идти о задаче восстановления по точной информации.

Алгоритм переработки информации есть, по определению, функция $(N+1)$-й переменной φ_N, $\varphi_N(z_1,\dots,z_N;\cdot):C^N\times[0,1]^s\mapsto C$, которая при всяком фиксированном $(z_1,\dots,z_N)\in C^N$, как функция от $(\cdot)$, есть элемент пространства $L^2(0,1)^s$, причем $\varphi_N(0,\dots,0;\cdot)\equiv 0$ (что означает «по нулевой информации - нулевой алгоритм»).

В рамках приведенных обозначений и определений, задача оптимального восстановления по неточной информации, оформленная под названием «*Компьютерный (вычислительный) поперечник*», заключается, в собирательном смысле, в последовательном решении трех задач (записи $A<<B$ и $A\asymp B$ соответственно означают $|A|\le cB$ и одновременное выполнение $A<<B$ и $B<<A$):

1^0. Находится $\asymp\delta_N(0)_{L^2(0,1)^s}$;

2^0. Находится $\{\tilde{\varepsilon}_N\}$ такое, что $\delta_N(0)_{L^2(0,1)^s} \;\phi\pi\; \delta_N(\tilde{\varepsilon}_N)_{L^2(0,1)^s}$,

с одновременным выполнением $3^0.\ \forall \eta_N \uparrow +\infty : \overline{\lim_{N\to\infty}} \dfrac{\delta_N(\eta_N \tilde{\varepsilon}_N)_{L^2(0,1)^s}}{\delta_N(\tilde{\varepsilon}_N)_{L^2(0,1)^s}} = +\infty.$

По существу речь идет о нахождении $\phi\pi\; \delta_N(0)_{L^2(0,1)^s}$ и $\tilde{\varepsilon}_N \equiv \tilde{\varepsilon}_N(D_N)_Y$ как предельно короткий ответ на задачу К(В)П.

Справедлива следующая

Теорема. *Пусть даны числа* s $(s = 1,2,...)$ *и* $\dfrac{1}{2} < r_1 = r_2 = ... = r_\nu < r_{\nu+1} \le ... \le r_s$. *Тогда для* D_N *из (1) и для числовой последовательности* $\tilde{\varepsilon}_N = \dfrac{(\ln N)^{r_1(\nu-1)}}{N^{r_1}}$ $(N = 2,3,...)$ *верны соотношения*

К(В)П-1: $\delta_N(0)_{L^2(0,1)^s} \equiv \delta_N(D_N; Tf = f; E^{r_1,...,r_s}; 0)_{L^2(0,1)^s}$ =

$$= \inf_{m^{(1)},...,m^{(N)} \in Z^s; \varphi_N} \sup_{f \in E^{r_1,...,r_s}} \left\| f(x) - \varphi_N(f(m^{(1)}),..., f(m^{(N)}); \cdot) \right\|_{L^2(0,1)^s} \;\phi\pi\; \frac{(\ln N)^{(\nu-1)r_1}}{N^{r_1 - \frac{1}{2}}},$$

К(В)П-2: $\delta_N(0)_{L^2(0,1)^s} \;\phi\pi\; \delta_N(\tilde{\varepsilon}_N)_{L^2(0,1)^s} \equiv \delta_N(D_N; Tf = f; E^{r_1,...,r_s}; \tilde{\varepsilon}_N)_{L^2(0,1)^s} = \inf\limits_{m^{(1)},...,m^{(N)} \in Z^s; \varphi_N}$

$$\sup_{\substack{f \in E^{r_1,...,r_s} \\ |\gamma_N^{(\tau)}| \le 1 (\tau = 1,...,N)}} \left\| f(x) - \varphi_N(f(m^{(1)}) + \gamma_N^{(1)} \tilde{\varepsilon}_N, ..., f(m^{(N)}) + \gamma_N^{(N)} \tilde{\varepsilon}_N; \cdot) \right\|_{L^2(0,1)^s} \;\phi\pi\; \frac{(\ln N)^{(\nu-1)r_1}}{N^{r_1 - \frac{1}{2}}},$$

причем для всякой возрастающей к $+\infty$ *положительной последовательности* $\{\eta_N\}_{N=1}^{\infty}$ *имеет место равенство*

К(В)П-3:

$$\lim_{N\to\infty} \frac{\delta_N\left(D_N; Tf = f; E^{r_1,...,r_s}; \eta_N \tilde{\varepsilon}_N = \eta_N \left(\frac{(\ln N)^{r_1(\nu-1)}}{N^{r_1}}\right)\right)_{L^2(0,1)^s}}{\delta_N\left(D_N; Tf = f; E^{r_1,...,r_s}; \tilde{\varepsilon}_N = \frac{(\ln N)^{r_1(\nu-1)}}{N^{r_1}}\right)_{L^2(0,1)^s}} = +\infty.$$

В теореме оценка сверху в К(В)П-1 достигается на операторе

$$\overline{\varphi}_N(f(m^{(1)}), ..., f(m^{(N)}); x) = \sum_{\substack{m = (m_1,...,m_s) \in Z^s, \\ m \in \Gamma_R(\tau) \left(N = |\Gamma_R(\tau)| \phi\pi R (\ln R)^{\nu-1}\right)}} f(m) e^{2\pi i (m,x)}.$$

Ранее задача восстановления функций из анизотропных классов Коробова $E^{r_1,...,r_s}$ по точной информации исследовалась в работах [11-12].

Список использованных источников

1. Темиргалиев Н. Об оптимальном восстановлении решений классических уравнений математической физики // I-съезд математиков Казахстана: Тезисы докл. –Шымкент, 1996. – С.151-153.
2. Темиргалиев Н. Теоретико-числовые методы и теоретико-вероятностный подход к задачам анализа. Теория вложений и приближений, абсолютная сходимость и

преобразования рядов Фурье // Вестник Евразийского университета. – 1997. – № 3. – С. 90-144.
3. Темиргалиев Н. О задаче восстановления по неточной информации //Вестник Евразийского национального университета. – 2004. – № 1. – С. 202-209.
4. Темиргалиев Н. Предельная нечувствительность операторов восстановления по неточной информации //Тезисы докладов 10-ой Межвузовской конференции по математике и механике. – Алматы: ЭВЕРО,2004. – Т.29. – С. 252-253.
5. Темиргалиев Н. Математика: Избранное. – Астана: Изд-во ЕНУ, 2009. – 613 с.
6. Темиргалиев Н. Компьютерный (вычислительный) поперечник. Алгебраическая теория чисел и гармонический анализ в задачах восстановления (метод квази-Монте Карло). Теория вложений и приближений. Ряды Фурье // Вестник ЕНУ им. Л.Н.Гумилева. Спец. выпуск, посвященный научным достижениям математиков ЕНУ им. Л.Н.Гумилева. – Астан, 2010. – С.1-194.
7. Темиргалиев Н. Непрерывная и дискретная математика в органическом единстве в контексте направлений исследований: электронное издание // Институт теоретической математики и научных вычислений ЕНУ им. Л.Н.Гумилева. – Астана, 2012. – 259 с.
8. Темиргалиев Н., Абикенова Ш.К., Жубанышева А.Ж., Таугынбаева Г.Е. Задачи дискретизации решений волнового уравнения, численного дифференцирования и восстановления функций в контексте компьютерного (вычислительного) поперечника // Изв.ВУЗов. Математика. – 2013. – №8. – С. 86–93.
9. Темиргалиев Н. , Шерниязов К. Е. , Берикханова М. Е. Точные порядки компьютерных (вычислительных) поперечников в задачах восстановления функций и дискретизации решений уравнения Клейна–Гордона по коэффициентам Фурье // Современные проблемы математики / Математический институт им. В. А. Стеклова РАН (МИАН). – М.: МИАН, 2013. Вып. 17: Математика и информатика. 2. – С.179–207.
10. Комплекс «Институт теоретической математики и научных вычислений в 2013 году». – Астана: ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, 2014. – 139 с.
11. Баилов Е.А. Приближенное интегрирование и восстановление функций из анизотропных классов и восстановление решений уравнения Пуассона / Диссертация на соискание ученой степени доктора физ.-мат. наук. – Алматы, 1998.
12. Ковалева И.М. Восстановление и интегрирование по областям функций из анизатропных классов Коробова / Диссертация на соискание ученой степени доктора физ.-мат. наук. – Алматы, 2002.

УДК 512.51

ОБ ОЦЕНКЕ НАИЛУЧШЕГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ ПОЛИНОМАМИ УОЛША

Жотабаева Аяулым Алимгазыевна
ayauka@list.ru
Магистрант 2 курса специальности «6М060100 - математика» механико-математического факультета ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – Н.А. Бокаев

В данной работе рассматривается условие L_p- интегрируемости $(1 < p < \infty)$ с весом суммы ряда Уолша, коэффициенты которого из класса BVS_0 и оценка наилучшего приближения полиномами Уолша функции $f \in L_p[0;1)$, которая представляет сумму ряда Уолша.

Приведем необходимые определения. Говорят что, что последовательность