



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



Студенттер мен жас ғалымдардың
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты
IX халықаралық ғылыми конференциясы

IX Международная научная конференция
студентов и молодых ученых
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»

The IX International Scientific Conference for
students and young scholars
«SCIENCE AND EDUCATION-2014»

2014 жыл 11 сәуір
11 апреля 2014 года
April 11, 2014



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың
«Ғылым және білім - 2014»
атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
IX Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«Наука и образование - 2014»**

**PROCEEDINGS
of the IX International Scientific Conference
for students and young scholars
«Science and education - 2014»**

2014 жыл 11 сәуір

Астана

УДК 001(063)
ББК 72
Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014».
– Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2014. – 5831 стр.
(қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001(063)
ББК 72

ISBN 978-9965-31-610-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық
университеті, 2014

УДК 517.51

КВАНТТЫҚ АНАЛИЗДЕГІ n -РЕТТІ РИМАН-ЛИУВИЛЛЬ ОПЕРАТОРЫ ҮШІН ЕКІ САЛМАҚТЫ БАҒАЛАУ, $r < p$ ЖАҒДАЙ

Шаймардан Серікбол

Seribol-87@yandex.kz

Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ, Механика-математика факультетінің докторанты,
Астана, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – Р. Ойнаров

Айталық $1 < r < p < \infty$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$, $I = (0; \infty)$, $0 < q < 1$, $u(\cdot), v(\cdot) - I$ аралығында

анықталған теріс емес, яғни салмақты функциялар болсын. $L_{p,v}^q(I)$ арқылы нормасы төмендегідей анықталған функциялар жиынын белгілейік:

$$\|f\|_{p,v} = \left(\int_0^\infty |v(x)f(x)|^p d_q x \right)^{\frac{1}{p}} < \infty.$$

Төмендегі теңсіздікті қарастырайық:

$$\|K_n f\|_{r,u} \leq C \|f\|_{p,v}, \quad \forall f \in L_{p,v}^q(I), \quad (1)$$

мұндағы K_n операторы

$$(K_n f)(x) = \int_0^x \int_0^{t_1} \Lambda \int_0^{t_{n-2}} \int_0^{t_{n-1}} f(t) d_q t d_q t_{n-1} \Lambda d_q t_2 d_q t_1,$$

түрдегі n рет интегралдау операторы [1]. C - f -тен тәуелсіз ақырлы оң сан.

Егер $n=1$ болса, онда K_n операторы $(K_1 f)(x) = \int_0^x f(t) d_q t$ түрдегі q -талдаудағы

Харди операторы болып табылады. [2] жұмысында K_1 операторы үшін $1 < p, r < \infty$ жағдайда (1) теңсіздігінің орындалуының қажетті және жеткілікті шарттары алынған.

K_n операторындағы интегралдау ретін ауыстыру арқылы

$$(K_n f)(x) = \frac{1}{\Gamma_q(n)} \int_0^x K_{n-1}(x, s) f(s) d_q s, \quad (2)$$

түріндегі n -ретті Риман-Лиувилль операторының q -аналогін аламыз, мұндағы

$$K_{n-1}(x, s) = \prod_{i=0}^{n-1} (x - q^i s),$$

сондай-ақ, барлық $x, t, s: 0 < s \leq t \leq x < \infty$ және кез - келген $k: 0 \leq k \leq n-1$ үшін

$$K_{n-k-1}(x, t) K_k(t, s) \leq K_{n-1}(x, s) \leq \sum_{m=0}^{n-1} \left[\begin{matrix} n-1 \\ m \end{matrix} \right]_q K_{n-m-1}(x, t) K_m(t, s), \quad n \in \mathbb{N}, \quad (3)$$

теңсіздігі орындалады.

Ал (2) операторына түйіндес K_n^* операторы келесідей анықталады:

$$(K_n^* f)(x) = \frac{1}{\Gamma_q(n)} \int_x^\infty K_{n-1}(x, s) f(s) d_q s. \quad (4)$$

$1 < p \leq r < \infty$ жағдайда (2) операторы үшін (1) теңсіздігінің орындалуының қажетті және жеткілікті шарттарын шарттары [3] жұмысында алынған. Біз бұл жұмыста r және p параметрлері $1 < p < r < \infty$ болған жағдайда, (2) және (4) операторлары үшін (1) түріндегі теңсіздіктің орындалуының қажетті және жеткілікті шарттарын анықтайтын боламыз.

Енді негізгі нәтижелерді келтірейік. Ол үшін келесідей шамаларды енгіземіз:

$$A_k^{n-1} = \left\{ \int_0^\infty \left(\int_0^\infty X_{[z, \infty)}(x) K_{n-k-1}^r(x, z) u^r(x) d_q x \right)^{\frac{p}{p-r}} \times \left(\int_0^\infty X_{(0, z]}(s) K_k^{p'}(z, s) v^{-p'}(s) d_q s \right)^{\frac{p(r-1)}{p-r}} \times \right. \\ \left. \times D_q \left(\int_0^\infty X_{(0, z]}(s) K_k^{p'}(z, s) v^{-p'}(s) d_q s \right) d_q z \right\}^{\frac{p-r}{pr}}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

$$B_k^{n-1} = \left\{ \int_0^\infty \left(\int_0^\infty X_{[z, \infty)}(x) K_{n-k-1}^{p'}(x, z) v^{-p'}(x) d_q x \right)^{\frac{r(p-1)}{p-r}} \times \left(\int_0^\infty X_{(0, z]}(s) K_k^r(z, s) u^r(s) d_q s \right)^{\frac{r}{p-r}} \times \right. \\ \left. \times D_q \left(\int_0^\infty X_{(0, z]}(s) K_k^{p'}(z, s) v^{-p'}(s) d_q s \right) d_q z \right\}^{\frac{p-r}{pr}}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Теорема1. Айталық $1 < r < p < \infty$, $n \in \mathbb{N}$ болсын және $K_{n-1}(x, s)$ өзегі (3) шартын қанағаттандырсын. Онда (2) операторы үшін (1) теңсіздігі орындалады сонда тек сонда ғана

$$A_{n-1} = \max_{0 \leq k \leq n-1} A_k^{n-1} < \infty,$$

сонымен қатар $A_{n-1} \approx C$. Ммұндағы C - (1) теңсіздігін қанағаттандыратын ең кіші оң сан.

Теорема2. Айталық $1 < r < p < \infty$, $n \in \mathbb{N}$ болсын және $K_{n-1}(x, s)$ өзегі (3) шартын қанағаттандырсын. Онда (4) операторы үшін

$$\|K_n^* f\|_{r,u} \leq C \|f\|_{p,v}, \quad \forall f \in L_{p',v}^q(I), \quad (5)$$

теңсіздігі орындалады сонда тек сонда ғана

$$B_{n-1} = \max_{0 \leq k \leq n-1} B_k^{n-1} < \infty,$$

сонымен қатар $B_{n-1} \approx C$. Ммұндағы C - (5) теңсіздігін қанағаттандыратын ең кіші оң сан.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. AL-Salam W. A. Some fractional q -derivatives // Proc. Edinburgh Math. Son. – 1996. – №15(2). – P. 135-140.
2. Шаймардан С., Байарыстанов А.О., Темирханова А.М. Весовое неравенство Харди в квантовом анализе // Хабаршы ғылыми журналы. – Қарағанды, 2013. – Т. 70, № 2. – С. 35-47.
3. Шаймардан С. q -талдаудағы n -ретті Риман-Лиувилль операторы үшін екі салмақты бағалау // Хабаршы ғылыми журналы. – Астана, 2013. – Т. 93, № 2. – С. 45-52.