



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



Студенттер мен жас ғалымдардың  
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты  
IX халықаралық ғылыми конференциясы

IX Международная научная конференция  
студентов и молодых ученых  
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»

The IX International Scientific Conference for  
students and young scholars  
«SCIENCE AND EDUCATION-2014»

2014 жыл 11 сәуір  
11 апреля 2014 года  
April 11, 2014



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«Ғылым және білім - 2014»  
атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
IX Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«Наука и образование - 2014»**

**PROCEEDINGS  
of the IX International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«Science and education - 2014»**

**2014 жыл 11 сәуір**

**Астана**

**УДК 001(063)**  
**ББК 72**  
**Ғ 96**

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014».  
– Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2014. – 5831 стр.  
(қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**УДК 001(063)**  
**ББК 72**

ISBN 978-9965-31-610-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық  
университеті, 2014

$$\alpha_{21} = 0, \alpha_{22} = 1, \alpha_{23} = 0, \alpha_{31} = 0, \alpha_{32} = 0, \alpha_{33} = 1, \quad (3)$$

$$A = A(t), \quad C = C(t), \quad B = B(t) = B(t_0)[(m_1(t_0) + m_2(t_0))/(m_1(t) + m_2(t))]^2. \quad (4)$$

Квазиэллипстік орбитадағы бейстационар серіктің айналмалы қозғалысының қатаң дербес шешімі (1-4) қолдана отырып, Шолпан ғаламшарының резонансты айналмалы-ілгерілемелі қозғалысының бейстационар моделін құру зерттелінуде.

#### **Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1. Alexandre C.M. Correia, Jacques Laskar, Olivier Neron de Surgy. Long term evolution of the spin of Venus // Academic Press Publishing. – Icarus, 2002. – Vol. 163, Issue 1. – P. 1-23.
2. Минглибаев М.Ж. Динамика гравитирующих тел с переменными массами и размерами. Поступательное и поступательно-вращательное движение. – Германия: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012. – 228 с.
3. Минглибаев М.Дж., Сабитбек Б.М. Квазиэллипстік орбитадағы бейстационар серік айналмалы қозғалысының қатаң дербес шешімдері // Тезисы докл. межд. конф., посв. 60-летию Астрофизического института им. В.Г. Фесенкова Третьи Фесенковские чтения "Современная астрофизика: традиции и перспективы". – Алматы, 2010. – С. 40-42.

УДК 539.3

### **ЖЫЛУ АҒЫНЫ МЕН ЖЫЛУ АЛМАСУ ӘСЕРІНДЕГІ БҮЙІР БЕТІ ИЗОЛЯЦИЯЛАНҒАН СТЕРЖЕННІҢ ТЕРМО-КЕРНЕУЛІК КҮЙІН ЗЕРТТЕУ**

**Байбурин Айдос Мерхасылович**

*aydos\_sdu2007@mail.ru*

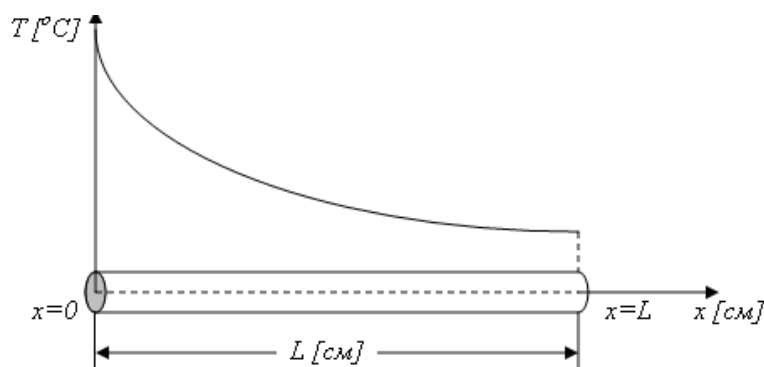
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ Механика кафедрасының магистранты, Астана, Қазақстан  
Ғылыми жетекшісі – А.Кудайкулов

Бұл жұмыста энергияның сақталу заңын пайдаланып, шекті ұзындықтағы бүйір беті изоляцияланған стерженьге жылу ағыны мен жылу алмасу әсер еткенде онда пайда болатын термо-кернеулік процестерді зерттеу мәселесін қарастырамыз. Мұнда алдымен стержень ұзындығы бойынша жылу таралу заңдылығы табылады. Жылу өрісі әсерінен стержень ұзару мөлшері анықталып, екі шеті мықтап бекітілген жағдайда пайда болатын сығушы күш мөлшері табылып, термо-серпімділік кернеу мен деформацияның мәндері де анықталады. Сондай-ақ стержень ұзындығы бойынша температуралық және серпімділік деформациялар мен кернеулерінің таралу заңдылықтары анықталады. Соңында стержень ұзындығы бойынша орын ауыстыру заңдылығы да анықталады.

Ұзындығы  $L$ , ал көлденең қима ауданы  $F$  болған және ұзындығы бойынша тұрақты болған стерженьді қарастырайық. Стержень материалының жылу өткізгіштік коэффициентін  $K_{xx}$ , ал жылудан кеңею коэффициентін  $\alpha$  деп белгілейік. Берілген горизонталь стерженнің бүйір беті жылу өткізбейтін қабатпен қапталған болсын. Стерженнің сол жақ шетіндегі ( $x=0$ ) көлденең қима ауданына  $q$  жылу ағыны түсіп тұрсын. Ал оң жақ шетіндегі ( $x=L$ ) көлденең қима ауданы арқылы оны орап тұрған сыртқы ортамен жылу алмасып тұрсын. Мұнда жылу алмасу коэффициентін  $h$ , ал сыртқы ортаның температурасын  $T_{co}$  деп белгілейміз. Алдымен осындай жылу көздері әсеріндегі стерженнің ұзындығы бойынша жылу таралу заңын табайық. Сондай-ақ біздің мәселеміз тұрақталған жылу алмасу процесі екендігін айта

кетейік. Сондықтан да стержень ұзындығы бойынша пайда болатын жылу өрісін екінші дәрежелі толық полиноммен аппроксимациялайық, яғни

$$T(x) = ax^2 + bx + c, \quad a, b, c = \text{const}, \quad 0 \leq x \leq L. \quad (1)$$



Сурет 1 – Жылу өрісі

Мұнда стерженнің сол шетіндегі ( $x=0$ ) қимадағы нүктелердің температурасы бірдей болып, оны  $T_i$  деп белгілейік. Ал стерженнің дәл ортасындағы ( $x=L/2$ ) қимасындағы нүктелердегі температуралардың барлығы бірдей болып, оны  $T_j$  деп белгілейік. Сондай ақ стерженнің оң шетіндегі ( $x=L$ ) қимадағы нүктелердің температурасын  $T_k$  деп белгілейік. Онда  $T(x) = ax^2 + bx + c$  өрнектен  $a, b, c$  тұрақтыларды анықтау үшін мынадай теңдеулер жүйесін аламыз.

$$\left. \begin{aligned} a \cdot 0 + b \cdot 0 + c &= T_i \\ a \cdot \frac{L^2}{4} + b \cdot \frac{L}{2} + c &= T_j \\ a \cdot L^2 + b \cdot L + c &= T_k \end{aligned} \right\}. \quad (2)$$

Табылған  $a, b, c$  -лардың мәндерін (1) формулаға қойып, мынадай өрнекті [1] аламыз.

$$T(x) = \varphi_i(x)T_i + \varphi_j(x)T_j + \varphi_k(x)T_k, \quad 0 \leq x \leq L. \quad (3)$$

Мұнда

$$\left. \begin{aligned} \varphi_i(x) &= \frac{L^2 - 3Lx + 2x^2}{L^2} \\ \varphi_j(x) &= \frac{4Lx - 4x^2}{L^2} \\ \varphi_k(x) &= \frac{2x^2 - Lx}{L^2} \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

Онда стержень ұзындығы бойынша температура градиенті мынадай болады.

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial \varphi_i(x)}{\partial x} T_i + \frac{\partial \varphi_j(x)}{\partial x} T_j + \frac{\partial \varphi_k(x)}{\partial x} T_k = \frac{4x - 3L}{L^2} T_i + \frac{4L - 8x}{L^2} T_j + \frac{4x - L}{L^2} T_k, \quad 0 \leq x \leq L. \quad (5)$$

Енді берілген мәселе үшін толық жылу энергиясын өрнектейтін функционалды жазамыз.

$$I = \int_{S_i} q T ds + \int_V \frac{K_{xx}}{2} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 dV + \int_{S_k} \frac{h}{2} (T - T_{co})^2 ds. \quad (6)$$

Мұнда бірінші және үшінші интегралдар стерженнің сол және оң шеттеріндегі көлденең қима аудандары бойынша алынады; ал екінші интеграл стерженнің көлемі бойынша алынады, бұл интегралдарды аналитикалық жолмен интегралдасақ, жоғарыдағы функционалдың интегралданған көрінісін жазуға болады.

$$I = FqT_i + \frac{K_{xx}F}{6L} [7T_i^2 - 16T_iT_j + 2T_iT_k - 16T_jT_k + 16T_j^2 + 7T_k^2] + \frac{Fh}{2}(T_k - T_{co})^2. \quad (7)$$

Мұнда тәуелсіз айнымалылар  $T_i, T_j, T_k$  болғандықтан алынған  $I$  функционалды осылар бойынша минимизациялап, негізгі шешуші теңдеулер жүйесін құрамыз.

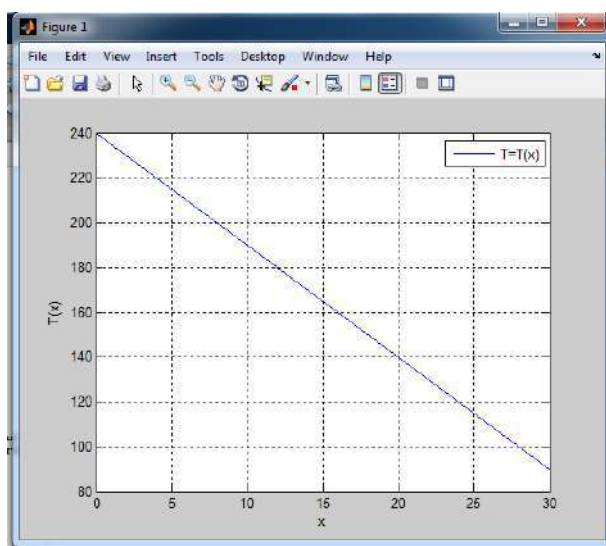
$$\left. \begin{aligned} 1) \frac{\partial I}{\partial T_i} &= 0; \Rightarrow Fq + \frac{K_{xx}F}{6L} [14T_i - 16T_j + 2T_k] = 0 \\ 2) \frac{\partial I}{\partial T_j} &= 0; \Rightarrow \frac{K_{xx}F}{6L} [-16T_i - 16T_k + 32T_j] = 0 \\ 3) \frac{\partial I}{\partial T_k} &= 0; \Rightarrow \frac{K_{xx}F}{6L} [2T_i - 16T_j + 14T_k] + \frac{Fh}{2}(2T_k - 2T_{co}) = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

Бұл теңдеулер жүйесін шешіп,  $T_i, T_j, T_k$  -ның шешімдерін табамыз.

$$\left. \begin{aligned} T_i &= T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{K_{xx}} \\ T_j &= T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{2K_{xx}} \\ T_k &= T_{co} - \frac{q}{h} \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

Енді табылған  $T_i, T_j, T_k$  -ның мәндерін формула (3)-ке қойып, берілген стерженнің ұзындығы бойынша жылу таралу заңдылығын табамыз

$$T = T(x, L, K_{xx}, h, T_{co}, q) = \left( T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{K_{xx}} \right) + \frac{qx}{K_{xx}}. \quad (10)$$



Сурет 2 – Жылу өрісі

Енді екінші мәселені қарайық. Мұнда стерженнің жылу өрісі әсерінен ұзару мөлшерін табу қажет. Термодинамиканың заңдарына сәйкес жылу өрісі әсерінен стерженнің ұзаруы былайша анықталады

$$\Delta\lambda_T = \int_0^L \alpha T(x) dx = \alpha \left[ LT_{co} - \frac{qL}{h} - \frac{qL^2}{K_{xx}} + \frac{qL^2}{2K_{xx}} \right]. \quad (11)$$

Үшінші мәселеге өтейік. Мұнда егер де стерженнің екі шеті мықтап бекітілсе, онда жылу өрісі әсерінен стерженнің осі бойынша бағытталған R сығушы күшті табу қажет болады. Ол күш деформацияларының сәйкестік заңына байланысты былайша анықталады

$$R = -\frac{\Delta\lambda_T \cdot EF}{L} = -\alpha \left[ LT_{co} - \frac{qL}{h} - \frac{qL^2}{K_{xx}} + \frac{qL^2}{2K_{xx}} \right] \cdot \frac{EF}{L} = -\alpha EF \left[ \left( T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{K_{xx}} \right) + \frac{qL}{2K_{xx}} \right] \quad (12)$$

Төртінші мәселені қарайық. Бұл мәселеде екі шеті мықтап бекітілген стерженьде жылу өрісі әсерінен пайда болатын термо-серпімділік кернеудің мәнін табу қажет. Ол Гук заңына сәйкес табылады

$$\sigma = \frac{R}{F} = -\alpha E \left[ \left( T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{K_{xx}} \right) + \frac{qL}{2K_{xx}} \right]. \quad (13)$$

Бесінші мәселені қарастырайық. Мұнда термосерпімділік деформациясының мәнін табу қажет болады. Оның мәні сәйкес Гук заңынан табылады

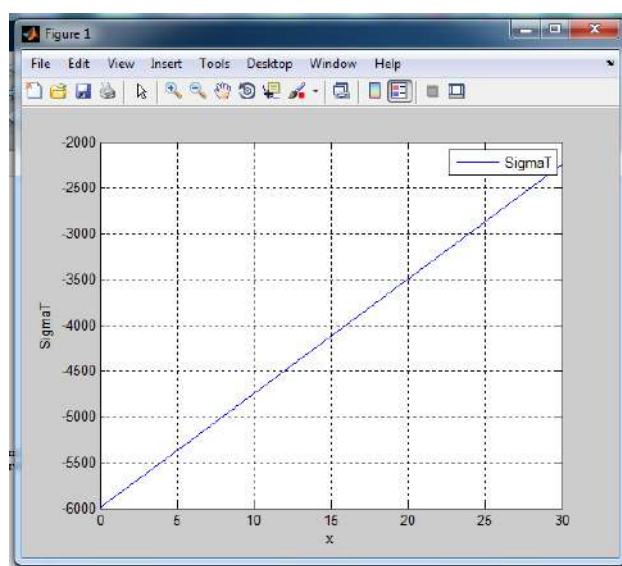
$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = -\alpha \left[ \left( T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{K_{xx}} \right) + \frac{qL}{2K_{xx}} \right]. \quad (14)$$

Енді стерженьде жылу өрісі әсерінен пайда болатын температуралық деформациясын анықтайық

$$\varepsilon_T = -\alpha \left[ \left( T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{K_{xx}} \right) + \frac{qx}{K_{xx}} \right]. \quad (15)$$

Жетінші мәселені қарастырайық. Мұнда жылу өрісі әсерінен стерженьде пайда болатын температуралық кернеудің таралу заңдылығын анықтау қажет. Ол былайша анықталады

$$\sigma_T = E\varepsilon_T = -\alpha E \left[ \left( T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{K_{xx}} \right) + \frac{qx}{K_{xx}} \right]. \quad (16)$$



Сурет 3 – Температуралық кернеу

Енді сегізінші мәселені қарайық. Мұнда жылу көздері әсерінен стерженьде пайда болатын серпімділік деформациясының таралу заңдылығын табу керек. Ол былайша табылады

$$\varepsilon_x = \varepsilon - \varepsilon_T = -\alpha \left[ \left( T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{K_{xx}} \right) + \frac{qL}{2K_{xx}} \right] + -\alpha \left[ \left( T_{co} - \frac{q}{h} - \frac{qL}{K_{xx}} \right) + \frac{qx}{K_{xx}} \right], \quad (17)$$

$$\varepsilon_x = -\frac{\alpha q L}{2K_{xx}} + \frac{\alpha q}{K_{xx}} \cdot x = \frac{\partial U}{\partial x}.$$

Тоғызыншы мәселені қарастырайық. Бұл мәселеде әртүрлі жылу көздері әсерінен стерженьде пайда болатын серпімділік кернеуінің таралу заңдылығын анықтаймыз. Ол былайша анықталады

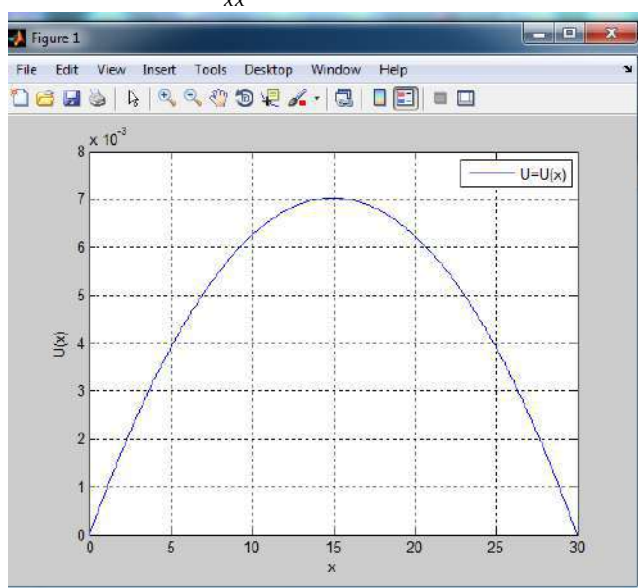
$$\sigma_x = \sigma - \sigma_T = E \varepsilon_x = -\frac{\alpha q L E}{2K_{xx}} + \frac{\alpha q E}{K_{xx}} \cdot x. \quad (18)$$

Енді ең соңғы оныншы мәселені қарастырайық. Мұнда әр түрлі жылу көздері әсерінен екі шеті мықтап бекітілген стержень ұзындығы бойынша орын ауыстыру заңдылығын табу керек болады. Бұл заңдылық Коши қатынастарынан табылады. Яғни

$$U(x) = \int \varepsilon_x dx = \int \left( -\frac{\alpha q L}{2K_{xx}} + \frac{\alpha q}{K_{xx}} \cdot x \right) dx = -\frac{\alpha q L}{2K_{xx}} \cdot x + \frac{\alpha q}{2K_{xx}} \cdot x^2,$$

немесе

$$U(x) = -\frac{\alpha q x}{2K_{xx}} (L - x), \quad 0 \leq x \leq L. \quad (19)$$



Сурет 4 – Орын ауыстыру

Сонымен, стерженьдегі тұрақталған термо-кернеулік процеске тиісті он мәселенің аналитикалық шешімі табылды.

#### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
2. Зенкеевич О.К. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
3. Фатеев В.И., Харин Д.В. Термоупругие напряжения в полом осесимметричном водоохлаждаемом пуансоне // Математическое моделирование и краевые задачи. 2003. – С.192-196.

4. Гладкий С.Л., Ясницкий Л.Н. Решение задач линейной термоупругости методом фиктивных канонических областей // Вестн. ПГТУ. Динам. и прочн. Машин. – 2003. – №4. – С.79-90.

УДК 532.1

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ЛАМИНАРНОЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ДВУХФАЗНОЙ СТРУИ ПЕРЕМЕННОЙ ПРОВОДИМОСТИ В ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ**

**Бегімбетова Акбота Болысбеккызы**

[botakan-07@mail.ru](mailto:botakan-07@mail.ru)

Магистрант Казахского национального университета имени аль-Фараби,  
Алматы, Казахстан

Научный руководитель – Г.Б. Шеръязданов

Магнитная гидродинамика (МГД) – это раздел механики сплошной среды, который изучает движение проводящей жидкости в магнитном поле. Особенности течения электропроводящей среды в магнитном поле обусловлены тем, что в движущейся среде индуцируется электрический ток, который обладает собственным магнитным полем. Проводящая среда испытывает со стороны магнитного поля действие магнитной силы, зависящей от напряженности магнитного поля и скорости движения среды. Взаимодействие между проводящей средой и магнитным полем носит весьма сложный характер и составляет предмет магнитной гидродинамики.

При моделировании МГД процессов необходимо к обычным уравнениям гидродинамики (уравнения неразрывности и Навье-Стокса с учетом силы Лоренца) и теплообмена добавить уравнения электродинамики сплошной среды (уравнения Максвелла для электромагнитного поля и обобщенный закон Ома для тока проводимости).

Первоначально результаты магнитогидродинамических исследований использовались при проектировании различных МГД-устройств, таких как МГД-генераторы, электромагнитные насосы, плазматроны и т.д.

Возможности использования эффектов магнитной гидродинамики (МГД) в целях управления процессами в электропроводящих средах объясняют интерес к задачам МГД-течений вязкой жидкости, в том числе и струйных течений. Классические (однофазные) струйные течения вязкой жидкости в магнитном поле достаточно изучены [1] и послужили основой для рассмотрения более сложных моделей, в частности, двухфазных систем.

Вопросы струйных течений классических (однофазных) струйных течений вязких сред в электромагнитном поле достаточно хорошо изучены и послужили основой для рассмотрения более сложных моделей, в частности двухфазных струйных течений.

Проблемы оптимизации конструкций и режимных параметров МГД-устройств (например, МГД-генераторы, МГД-насосы, МГД-плазматроны) потребовали в последние годы обратиться к рассмотрению двухфазных проводящих систем (МГД-генератор: движение проводящей среды в присутствии магнитного поля для генерирования электрической энергии; МГД - насос: устройство, в котором за счет электрического тока, приводится в движение проводящая жидкость).