



ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



Студенттер мен жас ғалымдардың  
«ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты  
IX халықаралық ғылыми конференциясы

IX Международная научная конференция  
студентов и молодых ученых  
«НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»

The IX International Scientific Conference for  
students and young scholars  
«SCIENCE AND EDUCATION-2014»

2014 жыл 11 сәуір  
11 апреля 2014 года  
April 11, 2014



**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«Ғылым және білім - 2014»  
атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
IX Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«Наука и образование - 2014»**

**PROCEEDINGS  
of the IX International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«Science and education - 2014»**

**2014 жыл 11 сәуір**

**Астана**

**УДК 001(063)**  
**ББК 72**  
**Ғ 96**

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014».  
– Астана: <http://www.eni.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/>, 2014. – 5831 стр.  
(қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**УДК 001(063)**  
**ББК 72**

ISBN 978-9965-31-610-4

©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық  
университеті, 2014

$$(K_z \frac{\partial c}{\partial t} + V_z c) \Big|_{z=z_0} = (v_s c) \Big|_{z=z_0} . \quad (3)$$

8. Условия на бесконечности:

$$c(x, y, z, t) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad x^2 + y^2 + z^2 \rightarrow 0, \quad z \geq z_0 \geq 0 \quad (4)$$

При этих допущениях математическая модель имеет следующий вид [1-4]:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + V_x \frac{\partial c}{\partial x} - V_z \frac{\partial c}{\partial z} + \alpha(t)c = \frac{\partial}{\partial x} (K_x \frac{\partial c}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_y \frac{\partial c}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial c}{\partial z}) + f(x, y, z, t) \quad (5)$$

где  $c = c(x, y, z, t)$  – концентрация примеси в атмосфере;  $t$  – время;  $\alpha(t)$  – функция эмпирическая, физически отражающая уменьшение количества газа за счет оседания и способности войти в реакцию с другими веществами. Общий вид функции  $\alpha(t)$  является неизвестным, она зависит от физико-химических параметров примеси и гидродинамических условий атмосферы и каждый раз исследователю приходится внести в эту функцию новую информацию, определяющей постановку задачи.

Уравнение (5) является уравнением математической физики второго порядка. Для его решения вместе с условиями (2), (3), (4) и уравнением (1) наиболее эффективным является численный метод расщепления по физическим направлениям [1-3].

В настоящее время нами составляются алгоритм вышеуказанного метода и компьютерная программа его реализации в случае, когда происходит рассеяние тяжелого газа. Тяжелый газ, т.е. смесь выбросов с атмосферным воздухом может быть охарактеризован по критерию Ричардсона [3]:

$$Ri = (\rho - \rho_a)gh / (\rho_a v^2), \quad (6)$$

где  $(\rho - \rho_a)g / \rho_a$  – гравитационное ускорение турбулентной частицы;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\rho_a, \rho$  – плотности атмосферного воздуха и примеси, соответственно;  $v$  – динамическая скорость для нейтрального состояния атмосферы. Для тяжелых газов может быть принята гипотеза о коэффициентах турбулентной диффузии, при которой математическая модель (1)-(6) может быть значительно упрощена.

#### Список использованных источников

1. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М.: Наука, 1982. – 320 с.
2. Берлянд М.Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнение атмосферы. – Л.: Гидрометеоздат, 1975. – 448 с.
3. Алоян А.Е. Динамика и кинетика газовых примесей и аэрозолей в атмосфере. – М.: ИВМ РАН, 2002. – 201 с.
4. Ismailov B.R. A Mathematical Model of the Turbulent Atmosphere Diffusion Considering the Impurities Activity // Proceedings of the 3-International Conference on Mathematical Models for Engineering Science (MMES'12). – Paris, 2012. – P. 298-303.

УДК 004.94

#### МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ОБЛАЧНЫХ СКОПЛЕНИЙ ЧАСТИЦ В ФОТОГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ДВОЙНЫХ ЗВЕЗДНЫХ СИСТЕМ

Ауельбек Сая Болатбековна<sup>1</sup>, Байгазинова Айнур Дуйсеновна<sup>2</sup>  
 auelbekc@mail.ru, bobek\_91@mail.ru

<sup>1</sup>Студент специальности «5В070200 – Автоматизация и управления»,

<sup>2</sup>Магистрант специальности «6М070400- Вычислительная техника и программное обеспечение» ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Как известно, одной из важных научных проблем естествознания является изучение поведения космического объекта во времени и в пространстве с учетом основных влияющих на него факторов на основе разработки адекватных моделей [1, 2]. При этом проблема определения облачных скоплений частиц и эволюции космических газопылевых образований в силовом поле двойных звездных систем представляет собой особый интерес для звездной динамики и космогонии [3, 4].

В реальных случаях изучения динамики космических объектов, обладающих значительной парусностью (определяемой отношением площади характерного сечения тела к его массе), следует учитывать кроме гравитационных сил, и силы светового давления со стороны излучающих масс [5, 6]. В такой динамической модели учитываются основные силы, действующие на частицу и, следовательно, ее движение, описываемое уравнениями ограниченной фотогравитационной задачи трех тел, можно принять за невозмущенное, а влияние остальных пренебрежимо малых факторов учитывать посредством теории возмущений [6, 7].

Уравнения движения частицы в фотогравитационном поле двойной звезды можно записать в виде следующей системы дифференциальных уравнений [6]:

$$\begin{aligned}x'' - 2y' &= \frac{1}{1 + e \cos v} \cdot \frac{\partial W}{\partial x}, \\y'' - 2x' &= \frac{1}{1 + e \cos v} \cdot \frac{\partial W}{\partial y}, \\z'' &= \frac{1}{1 + e \cos v} \cdot \frac{\partial W}{\partial z}\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь

$$\begin{aligned}2. \quad W &= \frac{1}{2} \left( x^2 + y^2 - e \cos v z^2 \right) + \frac{q_1(1-\mu)}{R_1} + \frac{q_2\mu}{R_2}, \\3. \quad R_1 &= \sqrt{(x-x_1)^2 + y^2 + z^2}, R_2 = \sqrt{(x-x_2)^2 + y^2 + z^2}, \\x_1 &= -\mu, \quad x_2 = 1-\mu,\end{aligned}$$

где  $W$  – силовая функция, а  $q_1$  и  $q_2$  – коэффициенты редукции масс основных тел (звезд), которые в нашем случае принимают значения  $0 < q_1 \leq 1$ ,  $0 \leq q_2 \leq 1$ ;  $R_1$  и  $R_2$  – расстояния частицы до основных тел, а  $1-\mu$  и  $\mu$  – их безразмерные массы,  $r = p/(1 + e \cos v)$  – расстояние между основными телами ( $p$  и  $e$  – параметр и эксцентриситет их кеплеровской орбиты),  $v$  – истинная аномалия (производные по  $v$  обозначены штрихами).

Поставим задачу отыскания всех положений относительного равновесия (стационарных точек) частицы в орбитальной плоскости, которым соответствуют постоянные значения координат  $x = x^*$ ,  $y = y^*$ ,  $z = 0$  (для фиксированных  $\mu$ ,  $q_1$  и  $q_2$ ), удовлетворяющие системе уравнений

$$\begin{aligned}\frac{\partial W}{\partial x} &\equiv x - \frac{q_1(1-\mu)(1+\mu)}{R_1^3} - \frac{q_2\mu(x+\mu+1)}{R_1^3} = 0, \\ \frac{\partial W}{\partial y} &\equiv y \left[ 1 - \frac{q_1(1-\mu)}{R_1^3} - \frac{q_2\mu}{R_1^3} \right] = 0,\end{aligned}\quad (2)$$

4.

Умножая первое уравнение (3) на  $(x - x_1)/y$ , а второе – на  $(x - x_2)/y$  и складывая, получим

$$R_1 = \sqrt[3]{q_1} \text{ и } R_2 = \sqrt[3]{q_2} . \quad (3)$$

5.

Отсюда видно, что эти точки, называемые треугольными точками либрации возможны лишь при положительных значениях  $q_\alpha$  (оба тела притягивают частицу), а поскольку  $q_\alpha \leq 1$ , то все множество этих точек целиком заполняет область, ограниченную двумя окружностями одного и того же радиуса, равного единице, с центром в каждой точечных масс.

При  $q_1 = q_2 = 1$  исследуемые положения относительного равновесия частицы соответствуют классическим точкам либрации  $L_4$  и  $L_5$  (когда оба основных тела не излучают световую энергию), называемым точками Лагранжа, расположенным в вершинах равносторонних треугольников, в двух вершинах которых находятся основные тела.

Для решения задачи об устойчивости найденного семейства (2) положений относительного равновесия (треугольных точек либрации) введем возмущения

$$\xi = x - x^*, \eta = y - y^*, \zeta = z - z^*, z^* = 0$$

( $x^*, y^*, z^*$  - координаты треугольных точек либрации), которые подставим в уравнения (1) невозмущенного движения (при  $e = 0$ ). Разлагая правые части  $\frac{\partial W}{\partial x}, \frac{\partial W}{\partial y}, \frac{\partial W}{\partial z}$  в ряды по  $\xi, \eta, \zeta$ , получим следующие уравнения в вариациях:

$$\begin{aligned} \xi + 2\eta + c_{xx}\xi + c_{xy}\eta &= 0, \\ \eta + 2\xi + c_{xy}\xi + c_{yy}\eta &= 0, \\ \zeta + c_{zz}\zeta &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь коэффициенты устойчивости  $c_{xx}, \dots, c_{zz}$  (вычисленные при  $x^* \neq 0, y^* \neq 0, z^* = 0$  и с учетом (3)) равны

$$\begin{aligned} c_{xx} &= -3(1-\mu)\left(\frac{x^*-x_1}{R_1}\right)^2 - 3\mu\left(\frac{x^*-x_1}{R_1}\right)^2 - 3\mu\left(\frac{x^*-x_2}{R_2}\right)^2 \\ c_{yy} &= -3(1-\mu)\left(\frac{y^*}{R_1}\right)^2 - 3\mu\left(\frac{y^*}{R_2}\right)^2, \quad c_{zz} = 1. \end{aligned} \quad (5)$$

Как видим, вопрос об устойчивости решается рассмотрением только первых двух уравнений системы (4). Составляя для них характеристическое уравнение, имеем

$$\lambda^4 + (4 + c_{xx} + c_{yy})\lambda^2 + c_{xx}c_{yy} - c_{xy}^2 = 0. \quad (6)$$

Требуя, чтобы корни полученного уравнения (6) относительно  $\lambda^2$  не имели положительных вещественных частей, придем к необходимости выполнения следующих неравенств:

$$0 \leq c_{xx}c_{yy} - c_{xy}^2 \leq \frac{1}{4}. \quad (7)$$

Подставляя в полученные неравенства выражения для коэффициентов из (5), получим необходимые условия устойчивости треугольных точек либрации в виде

$$0 \leq 9y^2 \left\{ \left[ \frac{(1-\mu)(x+\mu)^2}{R_1^2} + \frac{\mu(x+\mu-1)^2}{R_2^2} \right] \times \left( \frac{1-\mu}{R_1^2} + \frac{\mu}{R_2^2} \right) - \left[ \frac{(1-\mu)}{R_1^2} + \frac{\mu \cdot (x+\mu-1)}{R_2^2} \right]^2 \right\} \leq \frac{1}{4}. \quad (8)$$

В рассматриваемой задаче для треугольных точек возможными оказались резонансы 3-го и 4-го порядков

$$\omega_1 = 2\omega_2, \quad \omega_1 = 3\omega_2, \quad (9)$$

где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  - частоты линейной системы, определяемые корнями характеристического уравнения. После замены в уравнении (7)  $\lambda^2 = -\omega^2$ , получим

$$\omega^4 - p\omega^2 + q = 0, \quad (10)$$

для которого должны быть выполнены условия

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}, & \frac{p^2}{4} - q &\neq 0; \quad \frac{p}{2} \geq \frac{p^2}{4} - q, \\ \omega^2 &= \frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}, \\ p &= 4 + \tilde{n}_{\bar{o}\bar{o}} + \tilde{n}_{\bar{o}\bar{o}}, & q &= c_{xx} - c_{yy} - c_{xy}^2 \end{aligned} \quad (11)$$

Как известно [2, 6], устойчивая в линейном приближении система будет оставаться устойчивой по Ляпунову за исключением множества точек, отвечающих внутреннему резонансу 3-го и 4-го порядков, в которых может быть нарушена устойчивость. Используя формулы [8-11] и специальный разработанный программный продукт, можно строить области устойчивости частиц газопылевых образований (малых космических объектов), обладающих значительной парусностью. Ниже приводятся области устойчивости в конфигурационном пространстве для различных значений массового параметра основных излучающих тел (звезд). Как нетрудно заметить, область устойчивости эволюционирует при значительном изменении значений параметров двойной звезды: с уменьшением массы одного из компонентов звездной пары область устойчивости значительно увеличивается (рисунки 1-4). А это в свою очередь означает, что в орбитальной плоскости область устойчивых скоплений частиц газопылевых облаков с увеличением разницы значений масс компонентов основных излучающих тел (звезд) заметно расширяется.

Проведение вычислительного эксперимента позволило в области устойчивости в первом приближении указать множества точек, отвечающих внутреннему резонансу 3-го и 4-го порядков (рисунки 1-4).

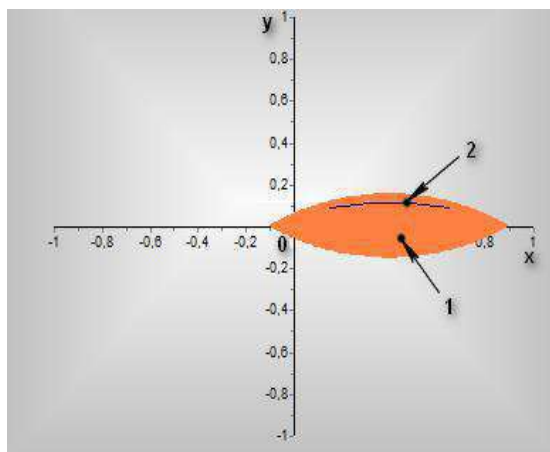


Рисунок 1 – Область устойчивости для  $\mu = 0,1$ .

- 1 – область устойчивости в линейном приближении  
2 – резонансное множество точек 3-го порядка ( $\omega_1 = 2\omega_2$ )

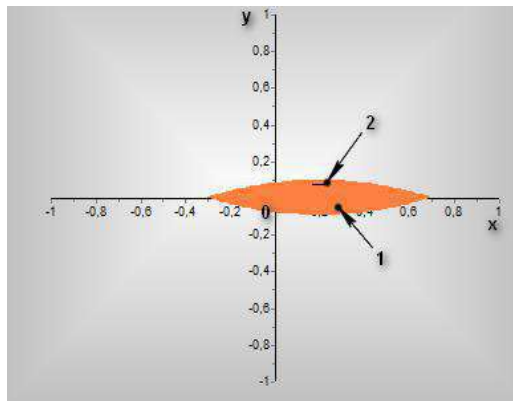


Рисунок 2 – Область устойчивости для  $\mu = 0,3$ .

- 1 – область устойчивости в линейном приближении.
- 2 – резонансное множество точек 3-го порядка ( $\omega_1 = 2\omega_2$ )

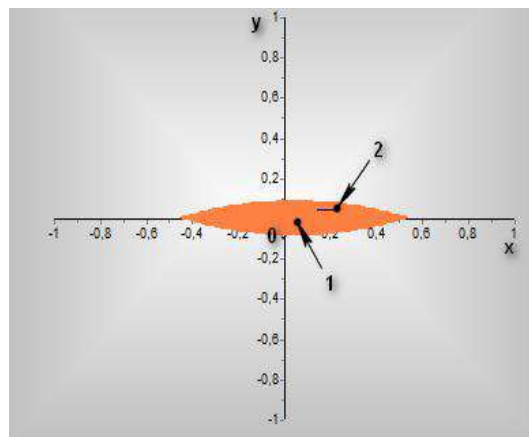


Рисунок 3 – Область устойчивости для  $\mu = 0,45$ .

- 1 – область устойчивости в линейном приближении.
- 2 – резонансное множество точек 4-го порядка ( $\omega_1 = 3\omega_2$ )

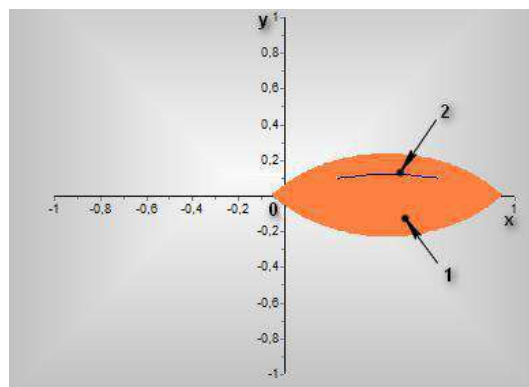


Рисунок 4 – Область устойчивости для  $\mu = 0,05$ .

- 1 – область устойчивости в линейном приближении.
- 2 – резонансное множество точек 4-го порядка ( $\omega_1 = 3\omega_2$ )

Таким образом, компьютерное математическое моделирование рассматриваемой задачи дает возможность графических иллюстраций полученных результатов численного анализа. В указанных областях частицы газопылевых образований будут оставаться устойчивыми по Ляпунову за исключением кривых, отвечающих внутреннему резонансу 3-го и 4-го порядков [1], на которых может быть нарушена устойчивость.



### Список использованных источников

1. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Аналитич. и качеств. методы. – М.: Наука, 1981. – 560 с.
2. Арнольд В.И., Козлов В.В., Нейштадт А.И. Математические аспекты классической и небесной механики. – М.: УРСС, 2002. – 414 с.
3. Агекян Т.А. Звезды, галактики, Метагалактика. – М.: Наука, 1981. – 415 с.
4. Шкловский И.С. Звезды: их рождение, жизнь и смерть. – М.: Наука, 1984. – 384 с.
5. Радзиевский В.В. Ограниченная задача трех тел с учетом светового давления // Астрономический журнал. – 1950. – Т.27. – С. 249-256.
6. Kunitsyn A.L. and Tureshbaev A.T. On the collinear libration in the photo-gravitational three-body problem // Celestial Mechanics. – 1985. – V. 35. – P. 105-112.
7. Турешбаев А.Т. Об устойчивости компланарных точек либрации фотогравитационной задачи трёх тел // Письма в Астрон. Журнал АН СССР. – 1986. – Т.66. – С.722-725.

УДК 004.67

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ПЕРСПЕКТИВЫ МОДЕЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ГИДРОХИМИЧЕСКИХ И ГИДРОБИОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ ВОДОЕМОВ (на примере озер Бурабай, Улкен Шабакты)

Сагира Ашурова<sup>1</sup>, Айсулу Исмаилова<sup>2</sup>  
[a\\_sagira\\_a@mail.ru](mailto:a_sagira_a@mail.ru), [a.ismailova@mail.ru](mailto:a.ismailova@mail.ru)

<sup>1</sup>Магистрант специальности «6М070300- Информационные системы»,

<sup>2</sup>Докторант специальности «6D070300- Информационные системы» ЕНУ им. Л.Н.Гумилева,  
Астана, Казахстан

Научный руководитель – А. Адамов

Основной целью работы является разработка информационной системы для водоемов Казахстана, включающей базы разнокачественных данных о водоеме и его экосистеме, средства управления данными и их обработки, а также комплекс математических моделей функционирования экосистемы водоема. В качестве объекта исследования были выбраны водоемы Щучинско-Боровской курортной зоны, значимые с точки зрения водопользования и рекреации и в то же время экологическое состояние этого региона остается достаточно сложным.

Щучинско-Боровская курортная зона имеет большое рекреационное и туристическое значение. В то же время экологическое состояние этого региона является достаточно сложным. Превышающие ПДК в десятки раз загрязнения захватывают п. Боровое, основные комплексы рекреационных учреждений, фиксируются на побережье озер Бурабай, Щучье, Большое и Малое Чебачье и протягиваются вдоль автомагистралей. В результате безвозвратного забора воды на промышленные и питьевые нужды, распашки земель на склонах, вырубок леса в водосборной площади происходит смыв загрязняющих и органических веществ, что увеличивает процессы заиливания озер.

Озеро Бурабай (Аулиеколь) - расположено в пределах Кокшетауского нагорья, у восточного подножия г. Кокше на север от озера Щучье. Площадь водного зеркала составляет около 11 кв. км. Средняя глубина озера 3,4 м, наибольшая глубина наблюдается в северной части и достигает 7 м. Водная поверхность озера, в основном, открытая, только вдоль западного и северо-западного побережий имеются заросли тростника и камыша. Дно ровное, с уклоном на север, у берегов песчаное и каменистое, в середине илистое, мощность ила в северной части озера 0,5-1,0 м, в южной 1,6 м. Озеро проточное. В него впадают: с юго-восточного берега Сары-Булак, с запада - ручей Иманаевский и два безымянных ручья. Из озера, в его северо-восточной части вытекает река Куркуреук длиной 1,5 км,