УДК 517.962.24

КРИТЕРИЙ ОСЦИЛЛЯТОРНОСТИ ПОЛУЛИНЕЙНОГО РАЗНОСТНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ЗНАКОНЕПОСТОЯННЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Аскап Сыиболады
E-mail:as_bo@mail.ru
Магистрант2 курса механико-математического факультета
ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – Алдай М.

Рассмотрим полулинейное разностное уравнение второго порядка

$$\Delta\left(\rho_k|\Delta x_k|^{p-2}\Delta x_k\right)+\upsilon_{k+1}|x_{k+1}|^{p-2}x_{k+1}=0, \quad k\ge 1, \tag{1}$$

где $\Delta x_k = x_{k+1}-x_k$, $1<p<\infty$, ρ_k, υ_{k+1}, $k\ge 1$ - действительные числа, причем $\rho_k>0$, $\forall k\ge 1$.

Последовательность действительных чисел $x=\{x_k\}_{k\ge 1}$ называется решением уравнения (1), если она удовлетворяет уравнению (1) при всех $k\ge 1$.

Пусть $\overset{\circ}{X}_m$ множество всех последовательностей действительных чисел $x=\{x_k\}_{k\ge 1}$ таких, что существует целое $n=n(x)>m$ и $x_k=0$ при $1\le k\le m$ и $k\ge n.$ Из вариационного принципа для уравнения (1) вытекает следующие утверждение:

Теорема A.(*i*).*Для того чтобы уравнение (1) было неосцилляторным необходимо и достаточно существование $m\ge 1$ такой, что*

$$\sum_{k=m}^{\infty}\left(\rho_k|\Delta x_k|^p-\upsilon_{k+1}|x_{k+1}|^p\right)>0, \quad \forall x\in \overset{\circ}{X}_m \tag{2}$$

(ii). Для того чтобы уравнение (1) было осцилляторным необходимо и достаточно для любого $m\ge 1$ существовал ненулевые $\tilde{x}\in \overset{\circ}{X}_m$ такое, что

$$\sum_{k=m}^{\infty}\left(\rho_k|\Delta\tilde{x}_k|^p-\upsilon_{k+1}|\tilde{x}_{k+1}|^p\right)\le 0.$$

Различные признаки осцилляторности, неосцилляторности уравнения (1) в основном установлены (см. например, [1, 2, 3]), когда $\rho_k>0$, $\upsilon_k\ge 0$, $k\ge 1$.

Мы здесь рассматриваем случай, когда коэффициент υ_k может быть знаконепостоянным.

Пусть $\upsilon_k^+=\max\{0,\upsilon_k\}$, $\upsilon_k^-=\max\{0,-\upsilon_k\}$. Тогда $\upsilon_k=\upsilon_k^+-\upsilon_k^-$ и неравенство (2) может быть записано в виде

$$\sum_{k=m}^{\infty}\left(\rho_k|\Delta x_k|^p+\upsilon_k^-|x_{k+1}|^p\right)>\sum_{k=m}^{\infty}\upsilon_k^+|x_{k+1}|^p, \quad x\in \overset{\circ}{X}_m. \tag{3}$$

Далее, положим

$$\varphi_t^+=\inf_{n\ge 1}\left\{\sum_{i=t+1}^{t+n}\upsilon_i^-+\left(\sum_{i=t}^{t+n}\rho_i^{1-p'}\right)^{1-p}\right\}, \quad t\ge 1,$$

$$\varphi_s^-=\inf_{1\le n\le s-1}\left\{\sum_{i=s-n}^{s-1}\upsilon_i^-+\left(\sum_{i=s-1-n}^{s-1}\rho_i^{1-p'}\right)^{1-p}\right\}, \quad s\ge 2,$$

$$B(t) = \sup_{s \le t} \frac{\sum_{i=s}^{t} \upsilon_i^+}{\varphi_s^- + \sum_{i=s}^{t} \upsilon_i^+ + \varphi_t^+}, \text{ где } p' = \frac{p}{p-1}.$$

На основании (3) и результатов работы [4] имеем

Теорема 1.*Если* $\underline{\lim}_{t\to\infty} B(t) > 1$*, то уравнение (1) осцилляторно, а если* $\overline{\lim}_{t\to\infty} B(t) < 2^{-(2p+1)}$*, то уравнение (1) неосцилляторно.*

Список литературы

1. Dosly O., Rehak P. *Half-linear differential equations*, North-Holland, Math. Studies, – 2002, 2005, 517p.
2. Алимагамбетова А.З., Ойнаров Р. *Критерий осцилляторности и неосцилляторности полулинейного разностного уравнения второго порядка* // Мат. журнал. – Алматы, 2007. Т. 7. - № 1 (25). – с. 15 – 24.
3. Алдай М., Ойнаров Р. *Условия осцилляторности полулинейного разностного уравнения второго порядка* // Евразийский математический журнал, - 2008, № 1. – С. 37 – 46.
4. Ойнаров Р., Стихарный А.П. *Критерий ограниченности и компактности одного разностного вложения* // Мат. заметки. – 1991. Т. 50. – С. 54 – 60.