

КВАЗИСЫЗЫҚТЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУЛЕРДІҢ ТЕРБЕЛІМСІЗДІГІ**Ильяс Нүрилә Жансүгірқызы**nuri_9503@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ механика-математика факультетінің 2-курс магистранты,

Нұр-Сұлтан, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – ф-м.ғ.к, доцент К.Р.Мырзатаева

Физикалық құбылыстардың қасиеттерін зерттеуде квазисызықты дифференциалдық теңдеулердің алатын орны ерекше. Осы теңдеулер XVIII ғасырдан бері зерттелуде. Аталған теңдеулердің ішінде жиі кездесетін теңдеулердің бірі жартылай сызықты дифференциалдық теңдеулер болып табылады. Екінші ретті жартылай сызықты дифференциалдық теңдеулердің тербелімділігін зерттеуде Риккати техникасы мен вариациялық әдіс жиі қолданады. Соңғы 50 жылда екінші ретті жартылай сызықты дифференциалдық теңдеулердің шешімдерінің тербелімділігі мен тербелімсіздігі алғашқы рет зерттелген. Бұл теңдеулердің зерттеу нәтижелері [1-3] еңбектерінде көрсетілген.

Ұсынылған жұмыста аталған теңдеулердің тербелімсіздігі вариациялық әдіспен дәлелденеді.

Алдымен қажетті анықтамалар мен белгілеулерді енгізейік.

Келесідей жартылай сызықты дифференциалдық теңдеуді қарастырамыз:

$$(\rho(t)\phi(y'))' + v(t)\phi(y) = 0 \quad (1)$$

мұнда $I = (a, b)$, $-\infty \leq a < b \leq \infty$, $\phi(s) := |s|^{p-2}s$, $1 < p < \infty$; $\rho: I \rightarrow R$, $v: I \rightarrow R$ анықталған үзіліссіз функциялар, I аралығында $\rho(t) > 0$.

1-анықтама. Егер $y(t)$ функциясы $\rho(t)|y'(t)|^{p-2}y'(t)$ бірге I облысында үзіліссіз дифференциалданатын және (1) теңдеуін қанағаттандыратын болса, онда $y: I \rightarrow R$ функциясы (1) теңдеуінің шешімі деп аталады.

2-анықтама. Егер $I = (a, b]$ жартылай интервалында дифференциалдық теңдеулердің нөлдік емес шешімдерінің саны ақырлы нөлдері бар болса, онда $t = a$ нүктесінде теңдеу тербелімсіз деп аталады.

Теңдеудің коэффициенттерінің таңбалары тербелімділік қасиеттерін зерттеуінде өте маңызды. Сондықтан екінші коэффициенттің оң және теріс бөліктерін белгілейік.

$\forall t \in I$ үшін $v^+(t) = \max\{0, v(t)\}$, $v^-(t) = \max\{0, -v(t)\}$ болсын. Онда $\forall t \in I$ үшін $v(t) = v^+(t) - v^-(t)$ орындалады.

Кез келген $\lambda > 0$ және $\forall t \in I$ үшін келесіні шаманы анықтайық:

$$d^+(t, \lambda) = \sup \left\{ d > 0 : \left(\int_t^{t+d} \rho^{1-q}(s) ds \right)^{\frac{1}{q}} \left(\int_t^{t+d} v^-(s) ds \right)^{\frac{1}{p}} \leq \lambda, [t, t+d] \subset I \right\}$$

$$d^-(t, \lambda) = \sup \left\{ d \succ 0 : \left(\int_{t-d}^t \rho^{1-q}(s) ds \right)^{\frac{1}{q}} \left(\int_{t-d}^t v^-(s) ds \right)^{\frac{1}{p}} \leq \lambda, [t-d, t] \subset I \right\}$$

$$\Delta^+(t, \lambda) = [t, t + d^+(t, \lambda)], \Delta^-(t, \lambda) = [t - d^-(t, \lambda), t], \Delta^+(t, \lambda) \cup \Delta^-(t, \lambda) = \Delta(t, \lambda)$$

мұндағы $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$.

Кез келген $t \in (a, b)$ үшін берілген дифференциалдық теңдеудің коэффициенттеріне шарттар қойылсын

$$\int_a^t \rho^{1-q}(s) ds = \infty, \quad 0 \prec \int_a^t v^-(s) ds \leq \infty \quad (2)$$

1-теорема. $1 \prec p \prec \infty$ және (2) шарты орындалсын. Егер

$$3) \quad \overline{\lim}_{t \rightarrow a} \left[\left(\int_{\Delta^+(t)} v^-(s) ds \right)^{-1} \left(\int_{\Delta^-(t)} v^+(s) ds \right) \right] < \frac{1}{2^p} \min \left\{ \left(\frac{1}{p} \right) \left(\frac{1}{q} \right)^{p-1}, \frac{1}{2^{p-1}} \right\},$$

онда (1) теңдеуі $t = a$ нүктесінде тербелімсіз болады.

2-теорема. (2) шарты орындалсын. Егер келесі теңсіздік орындалса

$$\inf_{0 \prec \lambda \leq \lambda_p} \left(1 + \frac{1}{\lambda^q} \right)^{\frac{1}{q}} \overline{\lim}_{t \rightarrow a} \left(\int_{\Delta^-(t, \lambda)} v^+(s) ds \right)^{\frac{1}{p}} \left(\int_{\Delta^+(t, \lambda)} \rho^{1-q}(s) ds \right)^{\frac{1}{q}} \prec \frac{1}{2}$$

онда (1) теңдеуі $t = a$ нүктесінде тербелімсіз болады.

Қолданылған әдебиеттер тізімі:

1. Dosly O., Rehak P. Half-linear differential equations. // Math. Studies. - North-Holland-202. - 2005.
2. Opic B., Kufner A. Hardy type inequalities. Longman Scientific and Technical. 1990. - 333p.
3. Ойнаров Р., Мырзатаева К.Р. Неосцилляторность полулинейного дифференциального уравнения второго порядка. // Матем. журнал, - Алматы. - 2007. том 7. - №2(24). - С. 72-82.