ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

СОВЕТ МОЛОДЫХ УЧЕНЫХ

Студенттер мен жас ғалымдардың «ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ БІЛІМ - 2014» атты IX халықаралық ғылыми конференциясы

IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2014»

The IX International Scientific Conference for students and young scholars «SCIENCE AND EDUCATION-2014»

2014 жыл 11 сәуір
11 апреля 2014 года
April 11, 2014

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Студенттер мен жас ғалымдардың «Ғылым және білім - 2014» атты IX Халықаралық ғылыми конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ IX Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014»

PROCEEDINGS of the IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014»

2014 жыл 11 сәуір

Астана

УДК 001(063)
ББК 72
Ғ 96

Ғ 96

«Ғылым және білім – 2014» атты студенттер мен жас ғалымдардың IX Халықаралық ғылыми конференциясы = IX Международная научная конференция студентов и молодых ученых «Наука и образование - 2014» = The IX International Scientific Conference for students and young scholars «Science and education - 2014». – Астана: http://www.enu.kz/ru/nauka/nauka-i-obrazovanie/, 2014. – 5831 стр. (қазақша, орысша, ағылшынша).

ISBN 978-9965-31-610-4

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001(063)
ББК 72

ISBN 978-9965-31-610-4

Список использованных источников
1. Гроссман И., Магнус И. Группы и их графы. – Radmon hause, 1964 – 245 с.
2. Карганолов М.Н., Мерзляков Ю.Н. Основы теории групп. – М: Наука, 1982. – 288 с.

УДК 512.51

О ВЛОЖЕНИИ КЛАССОВ ФУНКЦИЙ, ОТНОСЯЩИХСЯ К СИЛЬНОЙ АППРОКСИМАЦИИ ДВОЙНЫМИ РЯДАМИ ФУРЬЕ

Ерниящова Жадыра Изгалиевна
zhadira-90@mail.ru
Магистрант 2 курса механико-математического факультета ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан
Научный руководитель – А.Е.Игенберлина

Пусть $f(x,y)\,2\pi$ – периодическая по каждой переменной непрерывная четная функция и пусть

$$f(x,y) \sim a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} a_{n,m}\cos nx \cos my$$

её ряд Фурье. Через $s_{n,m} = s_{n,m}(f,x,y)$ обозначим прямоугольные частичные суммы её ряда Фурье и через $\tau_{n,m} = \tau_{n,m}(f,x,y)$ обозначим средние Валле – Пуссена:

$$\tau_{n,m}(x,y) = \frac{1}{nm}\sum_{k=n+1}^{2n}\sum_{l=m+1}^{2m} s_{k,l}(x,y),$$

где *n=1,2,… m=1,2,…*

Обозначим $\|f\| = \sup_{x,y\in[o,2\pi]^2}|\mathrm{f(x,y)}|$.

Пусть $\lambda = \{\lambda_{n,m}\}$ и $\mu = \{\mu_{n,m}\}$ монотонные по каждому индексу последовательности положительных чисел. $\Omega(\mathrm{x,y})$ – непрерывная функция на $[0;2\pi]^2$. Введем классы функций:

$$S_\Omega(\lambda,\mu) = \left\{f: ||\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\lambda_{n,m}\Omega\left(\mu_{n,m}\left|S_{n,m} - f\right|\right)|| < \infty\right\},$$

$$V_\Omega(\lambda,\mu) = \left\{f: ||\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty}\lambda_{n,m}\Omega\left(\mu_{n,m}\left|\tau_{n,m} - f\right|\right)|| < \infty\right\},$$

$$V_\Omega^{(s)} = \left\{f: ||\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\lambda_{n,m}\Omega\left(\frac{\mu_{n,m}}{nm}\sum_{k=n+1}^{2n}\sum_{l=m+1}^{2m}\left|s_{k,l} - f\right|\right)|| < \infty\right\}.$$

Приведем известные утверждения для функций одной переменной.

Пусть $1 \le p < \infty$. Обозначим классы функций:

$$S_{\mathrm{p}}(\lambda) = \left\{f: \left\|\sum_{n=0}^{\infty}\lambda_n|s_n - f|^p\right\| < \infty\right\},$$

$$V_{\mathrm{p}}(\lambda) = \left\{f: \left\|\sum_{n=0}^{\infty}\lambda_n|\tau_n - f|^p\right\| < \infty\right\}.$$

Теорема А [1]. Пусть $1 \le p < \infty$ и $\{\lambda_n\}$ монотонная (неубывающая или невозрастающая) последовательность положительных чисел такая, что

$\lambda_n = O\{\lambda_{2n}\}$

Тогда имеет место вложение $S_p(\lambda) \subset V_p(\lambda)$.

Нашей целью является доказательство следующей теоремы.

Теорема 1. Пусть $\lambda=\{\lambda_{n,m}\}$ и $\mu=\{\mu_{n,m}\}$ монотонные по каждому индексу последовательности положительных чисел.

1. Пусть $\Omega(x,y)$ выпуклая функция по каждой переменной и пусть $\lambda_{n,m}=O(\lambda_{2n,2m})$, $\mu_{n,m}=O(\mu_{2n,2m})$. Тогда имеет место вложение:
$$S_\Omega(\lambda,\mu)\subset V_\Omega^{(s)}(\lambda,\mu) \tag{1}$$
2. Пусть $\Omega(x,y)$ вогнутая функция по каждой переменной и пусть $\lambda_{2n,2m}=O(\lambda_{n,m})$, $\mu_{2n,2m}=O(\mu_{n,m})$. Тогда имеет место вложение:
$$S_\Omega(\lambda,\mu)\supset V_\Omega^{(s)}(\lambda,\mu) \tag{2}$$

Следствие. При выполнении условия 1 теоремы 1 имеет место вложение $S_\Omega(\lambda,\mu)\subset V_\Omega(\lambda,\mu)$

Отметим, что вложение $V_\Omega^{(s)}(\lambda,\mu)\subset V_\Omega(\lambda,\mu)$ очевидно.

Отметим, что в одномерном случае приведенные утверждения доказаны в работе [2].

Для доказательства теоремы 1 нам понадобится следующее неравенство Иенсена.

Лемма (неравенство Иенсена [3]). Для произвольной выпуклой функции φ, определенной на интервале (a,b), любых точек $x_1,\dots,x_n\in(a,b)$ и любых неотрицательных чисел $\alpha_1,\dots,\alpha_n$ удовлетворяющихся соотношению $\sum_1^n\alpha_i=1$, имеет место неравенство:
$$\varphi\left(\sum_{i=1}^n\alpha_i x_i\right)\le\sum_{i=1}^n\alpha_i\varphi(x_i) \tag{3}$$

Доказательство теоремы 1: Для выпуклой функции Ω по неравенству Иенсена, имеем $\Omega(\frac{\mu_{n,m}}{nm})\sum_{k=n+1}^{2n}\sum_{l=m+1}^{2m}|s_{k,l}-f|\le\frac{1}{nm}\sum_{k=n+1}^{2n}\sum_{l=m+1}^{2m}\Omega(\mu_{n,m}|s_{k,l}-f|)$

Следовательно, используя условия на λ и μ, получим:
$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\lambda_{n,m}\Omega(\frac{\mu_{n,m}}{nm}\sum_{k=n+1}^{2n}\sum_{l=m+1}^{2m}|s_{k,l}-f|)\le\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\lambda_{n,m}\frac{1}{nm}\sum_{k=n+1}^{2n}\sum_{l=m+1}^{2m}\Omega(\mu_{n,m}|s_{k,l}-f|)$$
$$\le K\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\lambda_{n,m}}{nm}\sum_{k=n+1}^{2n}\sum_{l=m+1}^{2m}\Omega(\mu_{k,l}|s_{k,l}-f|)$$
$$\le K\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty}\Omega(\mu_{k,l}|s_{k,l}-f|)\sum_{n\ge k/2}^{k}\sum_{m\ge l/2}^{l}\frac{\lambda_{n,m}}{nm}\le K_1\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty}\lambda_{k,l}\Omega(\mu_{k,l}|s_{k,l}-f|)$$

Это неравенство влечет (1).

В случае, если Ω вогнутая функция, мы используем неравенство, обратное неравенству (3), откуда
$$\frac{1}{nm}\sum_{k=n+1}^{2n}\sum_{l=m+1}^{2m}\Omega\big(\mu_{n,m}|s_{k,l}-f|\big)\le\Omega(\frac{\mu_{n,m}}{nm}\sum_{k=n+1}^{2n}\sum_{l=m+1}^{2m}|s_{k,l}-f|) \tag{4}$$

Принимая во внимание ограничения на λ и μ, и используя (4), мы имеем:
$$\sum_{k=2}^{\infty}\sum_{l=2}^{\infty}\lambda_{k,l}\Omega|s_{k,l}-f|\le K\sum_{k=2}^{\infty}\sum_{l=2}^{\infty}\sum_{n\ge k/2}^{k}\sum_{m\ge l/2}^{l}\frac{\lambda_{n,m}}{nm}\Omega\big(\mu_{k,l}|s_{k,l}-f|\big)\le$$
$$K\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\lambda_{n,m}}{nm}\sum_{k=n+1}^{2n}\sum_{l=m+1}^{2m}\Omega\big(\mu_{k,l}|s_{k,l}-f|\big)\le$$
$$K_1\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\lambda_{n,m}}{nm}\sum_{k=n+1}^{2n}\sum_{l=m+1}^{2m}\Omega(\mu_{n,m}|s_{k,l}-f|)\le$$
$$K_1\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\lambda_{n,m}\Omega(\frac{\mu_{n,m}}{nm}\sum_{k=n+1}^{2n}\sum_{l=m+1}^{2m}|s_{k,l}-f|).$$

Отсюда следует (2).

Список использованных источников

1. Leindler L., Meir A. Embedding theorems and strong approximation // Acta Sci. Math. (Szeged). – 1991. – №55. – P. 67-73.
2. Leindler L. Embedding results pertaining to strong approximation of Fourier series. I.// Analysis Mathematica. – 23(1997). – P. 99-114.
3. Маршалл А., Олкин И. Неравенства: теория мажоризации и ее приложения. – Москва «Мир», 1983. – 574 с.

УДК 519.63

ЗАДАЧА ДИСКРЕТИЗАЦИИ РЕШЕНИЙ ОБОБЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ КЛЕЙНА-ГОРДОНА В КОНТЕКСТЕ КОМПЬЮТЕРНОГО (ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО) ПОПЕРЕЧНИКА (К(В)П)

Есенгазина Жанар
zhanar_esengazin@mail.ru
Институт теоретической математики и научных вычислений ЕНУ им. Л.Н. Гумилева
г. Астана, Казахстан
Научный руководитель – Н.Темиргалиев

В рамках К(В)П (необходимые определения и историю см., напр., в [1-3]) исследуется задача дискретизации решений обобщенного уравнения Клейна-Гордона (для c=0 волновое уравнение, c = -1 уравнение Клейна-Гордона)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \ldots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_s^2} + \tilde{n}u \ \left(u = u(x,t), 0 < t < \infty,\ x \in R^s, s=1, 2, \ \ldots;\ \tilde{n} \in R\right),$$

с начальными условиями из классов Соболева

$$u(x,0) = f_1(x) \in W_2^{r_1}(0,1)^s,\ \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = f_2(x) \in W_2^{r_2}(0,1)^s\ (x \in R^s).$$

В рассматриваемом здесь случае дискретизация производится по информации, полученной от тригонометрических коэффициентов Фурье $f(m) = \int\limits_{[0,1]^s} f(x) e^{-2\pi i (m,x)} dx$ с произвольным конечным спектром, с дальнейшей переработкой по произвольным алгоритмам φ_N:

$D_N = \left\{ f_1\left(m^{(1)}\right), \ldots, f_1\left(m^{(N_1)}\right), f_2\left(n^{(1)}\right), \ldots, f_2\left(n^{(N_2)}\right) : m^{(j)} \in Z^s\ (j = 1, \ldots, N_1); n^{(i)} \in Z^s\ (i = 1, \ldots, N_2) \right\} \times \{\varphi_N\}_{L^{2,\infty}}$,

где $\{\varphi_N\}_{L^{2,\infty}} = \left\{ \varphi_N(z_1, \ldots, z_N; x, t) \in L^2(0,1)^s \times L^\infty[0,\infty) \right.$ при любых фиксированных $\left.(z_1, \ldots, z_N) \in C^N \right\}$

в метрике $Y = L^{2,\infty}$, $\|g\|_{L^{2,\infty}} = \sup\limits_{t \ge 0} \operatorname{vrai} \left(\int\limits_{[0,1]^s} |g(x,t)|^2 dx \right)^{\frac{1}{2}}$.

Установлено, что (при $c \le 0$)

К(В)П - 1: