5. Zh.A. Taspaganbetova, A.M. Temirkhanova, Criteria on boundedness of matrix operators in weighted spaces of sequences and their applications/ Annals of Functional Analysis. – 2011. - V. 1. – P. 114-127.

6. Zamira Abdikalikova, Ryskul Oinarov, Lars-Erik Persson, "Boundedness and compactness of the embedding between spaces with multiweighted derivatives when 1 < q < p < ∞" Czechoslovak Mathematical Journal, Volume 61, Number 1, 7-26

7. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функцинальный анализ. М.: Наука, 1984

УДК 517.5

О НАИЛУЧШЕМ ПРИБЛИЖЕНИИ УГЛОМ

Жетписбаева Акниет Есиркеповна

akniet-1978@mail.ru

ЕНУ им.Л.Н. Гумилева, Нур-султан, Казахстан

Научный руководитель – PhD, Джумабаева А.А.

Пусть $L_p(T^3)$, $1 < p < \infty$ пространство измеримых функций трех переменных которые являются 2π периодическими по каждой переменной и такие, что

$$\| f \|_p = \left(\int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} | f(x_1, x_2, x_3) |^p \, dx_1 dx_2 dx_3 \right)^{1/p} < \infty.$$

L_p^0 - множество функций $f \in L_p$ такое, что $\int_0^{2\pi} f(x_1, x_2, x_3) dx_1 = 0$ для почти всех x_2, x_3 и $\int_0^{2\pi} f(x_1, x_2, x_3) dx_2 = 0$ для почти всех x_1, x_3, $\int_0^{2\pi} f(x_1, x_2, x_3) dx_3 = 0$ для почти всех x_1, x_2.

Пусть $Y_{m_1, m_2, m_3}(f)_p$ -наилучшее приближение трехмерным углом функции $f \in L_p(\mathrm{T}^3)$,т.е.

$$Y_{m_1, m_2, m_3}(f)_p = \inf_{T_{m_1,\infty,\infty}, T_{\infty,m_2,\infty}, T_{\infty,\infty,m_3}} \| f - T_{m_1,\infty,\infty} - T_{\infty,m_2,\infty} - T_{\infty,\infty,m_3} \|_p,$$

где функция $T_{m_1,\infty,\infty}(x_1, x_2, x_3) \in L_p$ являются тригонометрическими полиномами порядка не выше m_1 по переменной x_1.Функция $T_{\infty,m_2,\infty}(x_1, x_2, x_3) \in L_p$ являются тригонометрическими полиномами порядка не выше m_2 по переменной x_2, и функция $T_{\infty,\infty,m_3}(x_1, x_2, x_3) \in L_p$ являются тригонометрическими полиномами порядка не выше m_3 по переменной x_3.

Через $\sigma(f)$ будем обозначать ряд Фурье функции $f \in L_p(T^3)$, т.е

$$\sigma(f):=\sum_{k_1=-\infty}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}\sum_{k_3=-\infty}^{\infty}c_{k_1,k_2,k_3}e^{i(k_1x_1+k_2x_2+k_3x_3)}=\sum_{n_1=0}^{\infty}\sum_{n_2=0}^{\infty}\sum_{n_3=0}^{\infty}A_{n_1,n_2,n_3}(x_1,x_2,x_3)),$$

где

$$c_{k_1,k_2,k_3}=\frac{1}{8\pi^3}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}f(x_1,x_2,x_3)e^{-i(k_1x_1+k_2x_2+k_3x_3)}dx_1dx_2dx_3.$$

Преобразованный ряд Фурье от $\sigma(f)$ даётся выражением:

$$\sigma(f,\lambda,\beta_1,\beta_2,\beta_3)$$

$$\equiv\sum_{n_1=-\infty}^{\infty}\sum_{n_2=-\infty}^{\infty}\sum_{n_3=-\infty}^{\infty}\lambda_{n_1,n_2,n_3}c_{n_1n_2,n_3}e^{i(n_1x_1+\beta_1\frac{\pi}{2})}e^{i(n_2x_2+\beta_2\frac{\pi}{2})}e^{i(n_3x_3+\beta_3\frac{\pi}{2})}|n_1|^{\beta_1}|n_2|^{\beta_2}|n_3|^{\beta_3},$$

где $\beta_1,\beta_2,\beta_3\in R,\ \lambda=\{\lambda_{n_1,n_2,n_3}\}_{n_1n_2n_3\in N}$ последовательность действительных чисел .

Пусть $\varphi(x_1x_2x_3):\sigma(f,\lambda,\beta_1,\beta_2,\beta_3)$ назовем $(\lambda,\beta_1,\beta_2,\beta_3)$ - смешанной производной функции f (или производная Лиувилля-Вейля) и обозначим её через $f^{(\lambda,\beta_1,\beta_2,\beta_3)}(x_1x_2x_3)$. Например, если $\lambda_{n_1,n_2,n_3}=n_1^{r_1}n_2^{r_2}n_3^{r_3},r_i\geq 0,\beta_ir_i(i=1,2,...),\Rightarrow f^{(\lambda,\beta_1,\beta_2,\beta_3)}=f^{(r_1,r_2,r_3)}$, где $f^{(r_1r_2r_3)}$ - смешанная производная от f в смысле Вейля. $S_1=\{l=(l_1,l_2,l_3):l_1^2+l_2^2+l_3^2=1\};[a]$-целая часть числа a. Приведем определение производной по направлению в смысле Вейля.

Пусть $\sigma(f):=\sum_{k_1=-\infty}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}\sum_{k_3=-\infty}^{\infty}{}'c_{k_1,k_2,k_3}e^{i(k_1x_1+k_2x_2+k_3x_3)}$, штрих означает отсутствие членов $c_{000},c_{00k_3},c_{0k_20},c_{k_100}$ где $k_i=\pm1,\pm2,...,i=1,2.$

Пусть $l\in S_1$. Если ряд

$$\sum_{k_1=-\infty}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}\sum_{k_3=-\infty}^{\infty}{}'c_{k_1,k_2,k_3}e^{i(k_1x_1+k_2x_2+k_3x_3)}(i(k_1l_1+k_2l_2+k_3l_3)),$$

где $(ik)^r=|k|^r e^{ir\frac{\pi}{2}signk}$, $r\in N$, есть ряд Фурье некоторой функции ,то эту функцию называют производной порядка r по направлению l в смысле Вейля функции f и обозначают $f^{(r,l)}$. В случае $l=(1,0,0)$ производную порядка r в смысле Вейля обозначают через $f^{(r,0,0)}$; $f^{(r,0,0)}$ является частной производной по x_1 порядка r. В случае $l=(0,1,0)$ производную порядка r в смысле Вейля обозначают через $f^{(0,r,0)}$; $f^{(0,r,0)}$ является частной производной по x_2 порядка r. Будем также рассматривать смешанные частные производные

$$\sigma(f^{(r_1,r_2,r_3)}):=\sum_{k_1=-\infty}^{\infty}\sum_{k_2=-\infty}^{\infty}\sum_{k_3=-\infty}^{\infty}c_{k_1,k_2,k_3}e^{i(k_1x_1+k_2x_2+k_3x_3)}(ik_1)^{r_1}(ik_2)^{r_2}(ik_3)^{r_3}.$$

$(r_i\in\mathrm{N}, i=1,2\dots)$.

Определение 1. Последовательность $\lambda:=\{\lambda_n\}_{n=1}^{\infty}$ называется обобщенной монотонной, записанной как $\lambda\in GM^3$, если соотношение:

$$\sum_{k_1=n_1}^{2n_1}|\lambda_{k_1,n_2,n_3}-\lambda_{k_1+1,n_2,n_3}|\le C|\lambda_{n_1,n_2n_3,}|,\quad \sum_{k_2=n_2}^{2n_2}|\lambda_{n_1,k_2,n_3}-\lambda_{n_1k_2+1,n_3}|\le C|\lambda_{n_1,n_2,n_3}|,$$

$$\sum_{k_3=n_3}^{2n_3}|\lambda_{n_1,n_2,k_3}-\lambda_{n_1,n_2,k_3+1}|\le C|\lambda_{n_1,n_2,n_3,}|,$$

$$\sum_{k_1=n_1}^{2n_1}\sum_{k_2=n_2}^{2n_2}|\lambda_{k_1,k_2,n_3}-\lambda_{k_1+1,k_2,n_3}-\lambda_{k_1,k_2+1,n_3}+\lambda_{k_1+1,k_2+1,n_3}|\le C|\lambda_{n_1,n_2,n_3}|,$$

$$\sum_{k_2=n_2}^{2n_2}\sum_{k_3=n_3}^{2n_3}|\lambda_{n_1,k_2,k_3}-\lambda_{n_1,k_2+1,k_3}-\lambda_{n_1,k_2,k_3+1}+\lambda_{n_1,k_2+1,k_3}|\le C|\lambda_{n_1,n_2,n_3}|,$$

$$\sum_{k_1=n_1}^{2n_1}\sum_{k_3=n_3}^{2n_3}|\lambda_{k_1,n_2,k_3}-\lambda_{k_1+1,n_2,k_3}-\lambda_{k_1,n_2,k_3+1}+\lambda_{k_1+1,n_2,k_3+1}|\le C|\lambda_{n_1,n_2,n_3}|,$$

$$\sum_{k_1=n_1}^{2n_1}\sum_{k_2=n_2}^{2n_2}\sum_{k_3=n_3}^{2n_3}|\lambda_{k_1,k_2,k_3}-\lambda_{k_1+1,k_2,k_3}-\lambda_{k_1,k_2+1,k_3}-\lambda_{k_1,k_2,k_3+1}$$

$$+\lambda_{k_1,k_2+1,k_3+1}+\lambda_{k_1+1,k_2,k_3+1}+\lambda_{k_1+1,k_2+1,k_3}-\lambda_{k_1+1,k_2+1,k_3+1}|\le C|\lambda_{n_1,n_2,n_3}|$$

справедливо для всех целых чисел n_1,n_2,n_3 где константа C не зависит от n_1, n_2 и n_3.

Основной результат гласит следующее:

Теорема 2. Пусть $1<p<\infty$, $0<\theta\le\min(p,2)$, $\lambda:=\{\lambda_{n_1,n_2,n_3}\}_{n_1,n_2,n_3}\in N$ последовательность положительных чисел, такие что $\lambda\in GM^3$, $\alpha_i\in\mathrm{R}_+$, $r_i\in\mathrm{R}_+\cup\{0\}$ и $\beta_i\in\mathrm{R}(i=1,2)$. Если для $f\in L_p^0(\mathrm{T}^3)$ ряд:

$$\sum_{n_1=1}^{\infty}|\lambda_{n_1+1,1,1}^{\theta}-\lambda_{n_1,1,1}^{\theta}|Y_{n_1,0,0}^{\theta}(f)_p+\sum_{n_2=1}^{\infty}|\lambda_{1,n_2+1,1}^{\theta}-\lambda_{1,n_2,1}^{\theta}|Y_{0,n_2,0}^{\theta}(f)_p+\sum_{n_3=1}^{\infty}|\lambda_{1,1,n_3+1}^{\theta}-\lambda_{1,1,n_3}^{\theta}|Y_{0,0,n_3}^{\theta}(f)_p$$

$$+\sum_{n_1=1}^{\infty}\sum_{n_2=1}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{n_1+1,n_2+1,1}-\lambda^{\theta}_{n_1+1,n_2,1}-\lambda^{\theta}_{n_1,n_2+1,1}+\lambda^{\theta}_{n_1,n_2,1}|Y^{\theta}_{n_1,n_2,0}(f)_p$$

$$+\sum_{n_1=1}^{\infty}\sum_{n_3=1}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{n_1,1,n_3}-\lambda^{\theta}_{n_1+1,1,n_3}-\lambda^{\theta}_{n_1,1,n_3+1}+\lambda^{\theta}_{n_1+1,1,n_3+1}|Y^{\theta}_{n_1,0,n_3}(f)_p$$

$$+\sum_{n_2=1}^{\infty}\sum_{n_3=1}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{1,n_2,n_3}-\lambda^{\theta}_{1,n_2+1,n_3}-\lambda^{\theta}_{1,n_2,n_3+1}+\lambda^{\theta}_{1,n_2+1,n_3+1}|Y^{\theta}_{0,n_2,n_3}(f)_p$$

$$+\sum_{n_1=1}^{\infty}\sum_{n_2=1}^{\infty}\sum_{n_3=1}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{n_1,n_2,n_3}-\lambda^{\theta}_{n_1+1,n_2,n_3}-\lambda^{\theta}_{n_1,n_2+1,n_3}-\lambda^{\theta}_{n_1,n_2,n_3+1}$$

$$+\lambda^{\theta}_{n_1,n_2+1,n_3+1}+\lambda^{\theta}_{n_1+1,n_2,n_3+1}+\lambda^{\theta}_{n_1+1,n_2+1,n_3}-\lambda^{\theta}_{n_1+1,n_2+1,n_3+1}|Y^{\theta}_{n_1,n_2,n_3}(f)_p).$$

сходится, то существует функция $\varphi\in L^0_p(\mathrm{T}^3)$ с рядами Фурье $\sigma(f,\lambda,\beta_1,\beta_2,\beta_3)$ и

$$\|\varphi\|_p\le(\lambda^{\theta}_{1,1,1}\|f\|^{\theta}_p+\sum_{n_1=1}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{n_1+1,1,1}-\lambda^{\theta}_{n_1,1,1}|Y^{\theta}_{n_1,0,0}(f)_p$$

$$+\sum_{n_2=1}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{1,n_2+1,1}-\lambda^{\theta}_{1,n_2,1}|Y^{\theta}_{0,n_2,0}(f)_p+\sum_{n_3=1}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{1,1,n_3+1}-\lambda^{\theta}_{1,1,n_3}|Y^{\theta}_{0,0,n_3}(f)_p$$

$$+\sum_{n_1=1}^{\infty}\sum_{n_2=1}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{n_1,n_2,1}-\lambda^{\theta}_{n_1+1,n_2,1}-\lambda^{\theta}_{n_1,n_2+1,1}+\lambda^{\theta}_{n_1+1,n_2+1,1}|Y^{\theta}_{n_1,n_2,0}(f)_p$$

$$+\sum_{n_1=1}^{\infty}\sum_{n_3=1}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{n_1,1,n_3}-\lambda^{\theta}_{n_1+1,1,n_3}-\lambda^{\theta}_{n_1,1,n_3+1}+\lambda^{\theta}_{n_1+1,1,n_3+1}|Y^{\theta}_{n_1,0,n_3}(f)_p$$

$$+\sum_{n_2=1}^{\infty}\sum_{n_3=1}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{1,n_2,n_3}-\lambda^{\theta}_{1,n_2+1,n_3}-\lambda^{\theta}_{1,n_2,n_3+1}+\lambda^{\theta}_{1,n_2+1,n_3+1}|Y^{\theta}_{0,n_2,n_3}(f)_p$$

$$+\sum_{n_1=1}^{\infty}\sum_{n_2=1}^{\infty}\sum_{n_3=1}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{n_1,n_2,n_3}-\lambda^{\theta}_{n_1+1,n_2,n_3}-\lambda^{\theta}_{n_1,n_2+1,n_3}-\lambda^{\theta}_{n_1,n_2,n_3+1}$$

$$+\lambda^{\theta}_{n_1,n_2+1,n_3+1}+\lambda^{\theta}_{n_1+1,n_2,n_3+1}+\lambda^{\theta}_{n_1+1,n_2+1,n_3}-\lambda^{\theta}_{n_1+1,n_2+1,n_3+1}|Y^{\theta}_{n_1,n_2,n_3}(f)_p)^{\frac{1}{\theta}}.$$

и

$$Y_{2^{m_1}-1,2^{m_2}-1,2^{m_3}-1}(\varphi)_p\le(\lambda^{\theta}_{2^{m_1-1},2^{m_2-1},2^{m_3-1}}Y_{2^{m_1}-1,2^{m_2}-1,2^{m_3}-1}(f)_p$$

$$+\sum_{\nu_1=m_1}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1},2^{m_2-1},2^{m_3-1}}-\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1-1},2^{m_2-1},2^{m_3-1}}|Y^{\theta}_{2^{\nu_1-1}-1,2^{m_2}-1,2^{m_3}-1}(f)_p$$

$$+\sum_{\nu_2=m_2}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{2^{m_1-1},2^{\nu_2},2^{m_3-1}}-\lambda^{\theta}_{2^{m_1-1},2^{\nu_2-1},2^{m_3-1}}|Y^{\theta}_{2^{m_1}-1,2^{\nu_2-1}-1,2^{m_3}-1}(f)_p$$

$$+\sum_{\nu_3=m_3}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{2^{m_1-1},2^{m_2-1},2^{\nu_3}}-\lambda^{\theta}_{2^{m_1-1},2^{m_2-1},2^{\nu_2-1}}|Y^{\theta}_{2^{m_1}-1,2^{m_2}-1,2^{\nu_3-1}-1}(f)_p$$

$$+\sum_{\nu_1=m_1}^{\infty}\sum_{\nu_2=m_2}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1},2^{\nu_2},2^{m_3-1}}-\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1-1},2^{\nu_2},2^{m_3-1}}$$

$$-\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1},2^{\nu_2-1},2^{m_3-1}}+\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1-1},2^{\nu_2-1},2^{m_3-1}}|Y^{\theta}_{2^{\nu_1-1}-1,2^{\nu_2-1}-1,2^{m_3}-1,}(f)_p$$

$$+\sum_{\nu_2=m_2}^{\infty}\sum_{\nu_3=m_3}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{2^{m_1-1},2^{\nu_2},2^{\nu_3}}-\lambda^{\theta}_{2^{m_1-1},2^{\nu_2-1},2^{\nu_3}}$$

$$-\lambda^{\theta}_{2^{m_1-1},2^{\nu_2},2^{\nu_3-1}}+\lambda^{\theta}_{2^{m_1-1},2^{\nu_2-1},2^{\nu_3-1}}|Y^{\theta}_{2^{m_1}-1,2^{\nu_2-1}-1,2^{\nu_3-1}-1}(f)_p$$

$$+\sum_{\nu_1=m_1}^{\infty}\sum_{\nu_3=m_3}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1},2^{m_2-1},2^{\nu_3}}-\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1-1},2^{m_2-1},2^{\nu_3}}$$

$$-\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1},2^{m_2-1},2^{\nu_3-1}}+\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1-1},2^{m_2-1},2^{\nu_3-1}}|Y^{\theta}_{2^{\nu_1-1}-1,2^{m_2}-1,2^{\nu_3-1}-1}(f)_p$$

$$+\sum_{\nu_1=m_1}^{\infty}\sum_{\nu_2=m_2}^{k_2}\sum_{\nu_3=m_3}^{\infty}|\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1},2^{\nu_2},2^{\nu_3}}-\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1-1},2^{\nu_2},2^{\nu_3}}-\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1},2^{\nu_2-1},2^{\nu_3}}-\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1},2^{\nu_2},2^{\nu_3-1}}$$

$$+\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1},2^{\nu_2-1},2^{\nu_3-1}}+\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1-1},2^{\nu_2},2^{\nu_3-1}}$$

$$+\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1-1},2^{\nu_2-1},2^{\nu_3}}-\lambda^{\theta}_{2^{\nu_1-1},2^{\nu_2-1},2^{\nu_3-1}}|Y^{\theta}_{2^{\nu_1-1}-1,2^{\nu_2-1}-1,2^{\nu_3-1}-1}(f)_p)^{\frac{1}{\theta}}.$$

Список использованных источников

1. S.M. Nikolskii, Approximation of Functions of Many Variables and Imbedding Theorems. Nauka, M.,1969. English translation: S.M. Nikolskii, Approximation of Functions of Several Variables and Imbedding Theorems, Springer-Verlag, New York, 1975.
2. A. Jumabayeva, Liouville-Weyl derivatives, best approximations, and moduli of smoothness, Acta Math.Hungar., 145 (2) (2015), 369–391.
3. B. Simonov, S. Tikhonov, Embedings theorems in constructive approximation. Sbornik: Mathematics 199:9(2008), 1367–1407.

УДК 517.5

ФУНКЦИЯНЫ ЖУЫҚТАУДЫҢ К(Е)Д ЗЕРТЕУЛЕРІ

Жоламанова Айнагүл Жақсылыққызы

ainagul_zholamanova@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ-нің 2-курс магистранты, Нұр-Сұлтан қаласы, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – PhD Ғ.Е.Тауғынбаева