22. Н. Темиргалиев, А. Ж. Жубанышева, Порядковые оценки норм производных функций с нулевыми значениями на линейных функционалах и их применения // Изв. вузов. Матем. - 2017. - №3. –С. 89–95.

УДК 517

ТРАНСПОРТ ТЕҢДЕУІНЕ СӘЙКЕС ҚИСЫНДЫ ТАРЫЛУЛАР МЕН КЕҢЕЮЛЕРДІҢ СПЕКТРАЛДЫҚ ҚАСИЕТТЕРІ

Қамбыл Айжан Бауыржанқызы
aizhankb_z97@mail.ru
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ «6М060100-математика» мамандығының 2 курс магистранты, Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – Бияров Б.Н.

Транспорт теңдеуінің жалпы түрі келесідей болатын дербес туындылы дифференциал-дық теңдеулер:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}+\nabla u(x,t)=f(x,t)$$

Ізделінді функция $u(x,t)$ екі айнымалыдан тәуелді. t айнымалысының мән қабылдау аралығы $[0,+\infty)$ болса, ал x айнымалысының мән қабылдау жиыны R^n кеңістігіндегі қандай да бір облыс, яғни $x=(x_1,x_2,...,x_n)$ түріндегі векторлар жиыны. Бұл теңдеудің бір өлшемді жағдайы келесідей болады:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}+\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}=f(x,t)$$

Жұмыстың мақсаты транспорт теңдеуі үшін максимал және минимал операторларды анықтау. Белгілі бір қисынды есеп табу керек. Сол қисынды оператор арқылы барлық қисынды тарылулуар мен кеңеюлерді сипаттау. Гильберт кеңістігіндегі L сызықты тұйық операторы үшін

1) $D(L)=D(L^*)$,
2) $\forall f\in D(L)$: $\|Lf\|=\|L^*f\|$

шарттары орындалса, онда L операторын қалыпты оператор деп атайды.

$L_2(\Omega)$ гильберт кеңістігінде анықталған,

$$D(L)=\{u\in D(\hat{L}):\quad u(x,0)+u(x,1)=0\quad u(0,t)+u(1,t)=0\}$$

анықталу облысымен берілген $L=\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial t}$ операторын қарастырайық. Біздің жағдайда Ω облысы ретінде $[0,1]\times[0,1]$ шаршысын алдық. Ал $\hat{L}$ максималдық операторының анықталу облысы $D(\hat{L})=\left\{u\in L_2(\Omega):\quad \left(\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial t}\right)u\in L_2(\Omega)\right\}$ түрінде анықталған. Яғни

$$\begin{cases} Lu = u_x + u_t = f(x,t), \\ u(x,0) + u(x,1) = 0, \\ u(0,t) + u(1,t) = 0 \end{cases}$$

есебін қарастырамыз. Бұл оператор қалыпты оператор болып табылады. Теорема 1-ді қолдана отырып барлық қалыпты қисынды шекаралық тарылулар мен кеңеюлерді сипаттайтын барлық K операторлар жиынын құрайық. Теорема шарты бойынша қисынды оператор қалыпты болуы үшін, оны сипаттайтын K операторымен бірге $\hat{L}K^* f = \left(\hat{M}K\right)^* f$ теңдігі гильберт кеңістігінен алынған кез-келген f элементі үшін орындалуы қажет. Бұл теңдіктің орындалатыны айқын. Себебі $\hat{L}$ және $\hat{M}$ максималдық операторларының ядролары беттескендіктен, яғни $\ker \hat{L} = \ker \hat{M} = \{ f(x-t): \quad f(s) \in L_2(\Omega) \}$ болғандықтан, $R(K) \subset \ker \hat{L}$ және $R(K^*) \subset \ker \hat{M}$ қасиеттерінен, $R(K^*) \subset \ker \hat{L}$ және $R(K) \subset \ker \hat{M}$ қасиеттері шығады. Сондықтанда $\hat{L}K^* f = 0$ және $\hat{M}Kf = 0$ теңдіктері гильберт кеңістігінен алынған кез-келген f элементі үшін орындалады. Ал нөлдің түйіндесі нөл болғандықтан, $\hat{L}K^* f = \left(\hat{M}K\right)^* f = 0$ теңдігі орындалады.

Демек,

$$\begin{cases} \mathrm{K}(x, \xi-\eta) + \overline{\mathrm{K}(\xi-\eta, x)} + \mathrm{K}(x-1, \xi-\eta) + \overline{\mathrm{K}(\xi-\eta, x-1)} = 0, \\ \mathrm{K}(-t, \xi-\eta) + \overline{\mathrm{K}(\xi-\eta, -t)} + \mathrm{K}(1-t, \xi-\eta) + \overline{\mathrm{K}(\xi-\eta, 1-t)} = 0 \end{cases}$$

шартын қанағаттандыратындай K ядросы бар $Kf(x,t) = \iint\limits_{\Omega} \mathrm{K}(x-t, \xi-\eta) f(\xi,\eta) d\xi d\eta$, L_K шекаралық қисынды операторы қалыпты оператор болады. Бұл жұмыста осындай қалыпты операторлардың дербес жағдайы қарастырылып, мысал келтірілген. Сол қисынды қалыпты операторлар спектрі зерттелген, яғни меншікті функциялары мен меншікті мәндері табылған. Олардың бірі мынадай : $\lambda_{k,n} = 2\pi i(k+n+1), \quad k,n \in \mathrm{Z}$ меншікті мәндері болса, оның меншікті функциясы келесідей болады

$$u_k(x,t) = \frac{A}{1-e^{\lambda_k}} i\alpha\left(1+e^{a}\right)\left[e^{(\lambda_k+a)x-at} - e^{ax+(\lambda_k-a)t}\right]$$

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1.Вишик М.И. Об общих краевых задачах для эллиптических дифференциальных уравнений. - Тр. ММО,1, ГИТТЛ, 1952. - 188-200 С.

2.Шыныбеков А.Н. О корректных сужениях и расширениях некоторых дифференциальных операторов.// Диссертация - Алматы, 1983.

3.Biyarov B.N. Normal extensions of linear operators.// Eurasian Mathematical Journal - Astana, 2016.

4.Кокебев Б.К., Отелбаев.М., Шыныбеков.А.Н, О расширениях и сужениях операторов в банаховым пространстве, УМК, 1982.