## Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Айкожа Ж.Ж., Муратбеков М.Б. О гладкости и аппроксимативных свойствах решений нелинейного дифференциального уравнения третьего порядка с комплексным потенциалом // Тезисы докладов Республиканской научной конференции «Теория приближения и вложения функциональных пространств». – Караганда, - 1991. – С. 52.
2. Муратбеков М.Б., Муратбеков М.М., Оспанов К.Н. Коэрцитивная раз-решимость дифференциального уравнения нечетного порядка и ее приложения // Доклады академии наук. – 2010. - Т. 435, № 3. - С. 310-313.
3. Биргебаев А., Отелбаев М. О разделимости нелинейногодифференциального оператора третьего порядка //Известия АН КазССР. Сер.физ.-мат. – 1984. - №3. – С. 11-13
4. Тогочуев А.Ж. О суммируемости решений дифференциальных уравнений нечетного порядка с весом // Изв. АН Каз ССР. Сер. физ.-мат. -1985. - №5. – С. 55-58.
5. Сапенов М., Шустер Л.А. О суммируемости с весом решений двучленных дифференциальных уравнений // Изв. АН Каз ССР. Сер. физ.-мат. - 1987. - №1. – С. 38-42.
6. Р.Д. Ахметкалиева. Сингулярлы дифференциалдық теңдеулер шешімдерінің коэрцитивті бағалаулары мен олардың қолданулары. //Дис...PhD. Астана, 2013
7. Р.Д. Ахметкалиева. Коэрцитивные оценки решения одного класса дифференциальных уравнений третьего порядка// Вестник Карагандинского университета. – 2013. - №2 (70). – С.28-35

УДК 517.951

# О ВЛОЖЕНИЯХ ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВ $H_p^s(\rho, v_s)$.

**Мурат Гулнар**
muratgulnar1988@gmail.com
докторант третьего года обучения специальности Математика
ЕНУ им. Л. Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – проф. Л. К. Кусаинова

Примем обозначения: $\Omega$ - область в $R^n$ ($\Omega \subseteq R^n$), $L_{loc}(\Omega)$ - пространство локально суммируемых в $\Omega$ функций, $C_0^\infty(\Omega)$ - класс всех бесконечно дифференцируемых и финитных в $\Omega$ функций.

Рассматривается весовые пространства $H_p^s(\rho, v_s)$, $s > 0$, $1 < p < \infty$. В основу построение этих пространств берутся пространства $H_p^s$. Пространство $H_p^s$ есть пополнение класса $C_0^\infty(R^n)$ по норме

$$\left\| f : H_p^s \right\| = \left\| J_s f \right\|_p ,$$

$J_s$ есть линейный оператор в $C_0^\infty(\Omega)$ заданный равенством

$$J_s f = F^{-1}(1+\xi^2)^{s/2}F;\quad \xi^2 = \sum_{j=1}^{n}\xi_j^2,\quad (x\in R^n),$$

$F^{-1}$- прямое (обратное) преобразование Фурье.

Пространства $H_p^s$ обладают важным свойством для изучения дифференциальных операторов. А именно

$$\left[H_p^{s_0}, H_p^{s_1}\right]_\theta = H_p^s,\ s=(1-\theta)s_0+\theta s_1,\ 0<\theta<1 \tag{1}$$

Равенство (1) есть свойство инвариантности относительно комплексной интерполяции. $[X,Y]_\theta$ обозначает пространство, полученное методом комплексной интерполяции банаховых пространств $[X,Y]$ [1]. Это свойство переносится на весовые пространства $H_p^s(\rho, v_s)$ [2].

Пусть $I^n$ - множество кубов в $R^n$ вида

$$Q = Q_h(x) = \{y\in R^n : \left|y_j - x_j\right| < h/2; 1\le j\le n\}$$

$\lambda Q = Q_{\lambda h}(x)$, $\rho, v_s$- положительные функции, заданные в области $\Omega$ и удовлетворяющие условиям:

1) $0<\mathrm{h}(\mathrm{x})<1, \mathrm{x}\in\Omega$,
2) Для лбюого $\mathrm{x}\in\Omega$ $Q(x) = Q_{h(x)}(x)\subset\Omega$ (условие погружения),
3) существует такое $\kappa>1$, что

$$\frac{1}{\kappa}\le\frac{\rho(y)}{\rho(x)}, \frac{h(y)}{h(x)}\le\kappa,\text{ если }\ \widetilde{Q}(x)=\frac{3}{4}Q(x). \tag{2}$$

(условие локального медленного изменения)

Положим

$$\mathrm{v_s}(\mathrm{x}) = \rho(\mathrm{x})\,\mathrm{h}^{-s}(\mathrm{x}),\ s>0.$$

Примеры. 1) Возьмем $\Omega=\{x=(x_1,x_2)\in R^n : x_j>0\}$, $h(x)=\min\{x_1,x_2\}$, $\rho(x)=\dfrac{1+x_1}{1+x_2}$. Тогда для $x=(\delta,\delta^{-1})$, $0<\delta<1$, $\rho(x)=\dfrac{1+\delta}{1+\delta^{-1}}=\dfrac{1+\delta}{1+\delta}\cdot\delta=\delta$, для $x'=(\delta^{-1},\delta)$, $\rho(x')=\delta^{-1}$ хотя $dist(x,\partial\Omega)=\delta=dist(x',\partial\Omega)$. Функция $\rho(x)$ здесь не подчиняется условию равномерного роста при приближении к границы. Но функции $\rho(x)=\dfrac{1+x_1}{1+x_2}$ и $h(x)=\min\{x_1,x_2\}$ удовлетворяют $\dfrac{1}{8}\le\dfrac{\rho(y)}{\rho(x)},\dfrac{h(y)}{h(x)}\le 8$ если $y\in\dfrac{3}{4}Q(x)=\widetilde{Q}(x).$

2) $\Omega$ - область в с $\partial\Omega\ne 0, \sigma(x)=\sup\{\lambda>0 : Q_\lambda(x)\subset\Omega\}$. Тогда $h(x)=\min\{1,\sigma(x)\}$, $\rho$(x) h$^{-s}$(x удовлетворяют условию (2).

3) Пусть $v\le 1$ п.в. в $R^n$, $v^p\in L_{loc}(R^n)$ , $1<p<\infty$. Тогда для любого $m\in\mathrm{N}$, $m>n/p$,

$$0<v^*(y)=\sup\{\lambda>0 : \lambda^{mp-n}\int\limits_{Q_\lambda(x)} v^p\le 1\}\le 1 \quad (x\in R^n)$$

Положим $Q^*(x)=Q_h(x)$ с $h=v^*(x)$. Функции $\rho(x)=1$, $h(x)=v^*(x)$ удовлетворяют условию (2), поскольку

$$4^{-1}<v^*(y)/v^*(x)<4, \text{ если } y\in\frac{3}{4}Q^*(x)$$

Функция $v^*(x)$ является одной из "бегущих средних" Отелбаева [3].

4) Пусть $Q=R^n$. Тогда $h(x)=1$ для всех $x\in Q$, $\rho(x)=(1+x^2)^\mu$, $-\infty<\mu<\infty$ удовлетворяет условию (2) с $\kappa=(1+n)^\mu$.

В силу условия (2) на функцию $h(\cdot)$ из семейства кубов $\{\hat{Q}(x), x\in\Omega\}$, $(\hat{Q}(x)=3/4\widetilde{Q}(x)$, можно извлечь такое $\kappa_1$-кратное и $\kappa_2$- разделимое покрытие Безиковича $\{\hat{Q}^j, j\in J\}$ $(\hat{Q}^j=\hat{Q}(x^j))$ области $\Omega$, что семейство $\{\widetilde{Q}^j, j\in J\}$ будет $\widetilde{\kappa}_1$-кратным и $\widetilde{\kappa}_2$- разделимым, а именно $\{\widetilde{Q}^j, j\in J\}$ распадается на подсемейства $\{\widetilde{Q}^j, j\in J_k\}$, состоящие из попарно не пересекающихся кубов. При этом $\kappa_i$ $\widetilde{\kappa}_i$ зависят только от n и $\kappa$.

Данному покрытию можно соотнести семейство функций $\{\psi_j, j\in J\}$, $\psi_j\in C_0^\infty(\Omega)$ таких что: $su\ pp(\psi_j)\subset\overline{\widetilde{Q}^j}$, $0\le\psi_j\le 1$, $\psi_j=1$ на $\hat{Q}^j$, $\sum\psi_j=1$ в $\Omega$, и $\max\limits_{\widetilde{Q}^j}\left|D^\alpha\psi_j\right|\le ch(x^j)^{-m}$ $(|\alpha|=m)$ и $D^\alpha f(y)=\sum\limits_{j\in J}D^\alpha(f\psi_j)(y)$ [4].

В классе $C_0^\infty(\Omega)$ зададим функционал

$$\left\| f : H_p^s(\rho, v_s) \right\| = \left[ \sum_{j \ge 1} (\rho^p(x^j) \left\| J_s(\psi_j f) \right\|^p + v_s^p(x^j) \left\| \psi_j f \right\|_p^p ) \right]^{1/p}, \tag{3}$$

где

$$\left\| f \right\|_p = \left( \int_{R^n} | f |^p \, dx \right)^{1/p}.$$

Теорема. Справедливы утверждения:

a) Равенство (3) задает в пространстве $C_0^\infty(\Omega)$ норму.

b) Нормы вида (3) в $H_p^s(\rho, v_s)$ попарно эквивалентны.

c) Имеет место вложения

$$H_p^{s_0}(\rho, v_{s_0}) \mapsto H_p^{s_1}(\rho, v_{s_1}),\ 0 < s_1 < s_0,\ 1 < p < \infty.$$

**Список использованных источников**


1. Трибель Х. Теория интерполяции, функциональные пространства, дифференциальные операторы. – М.: Мир, 1980, 664 с.
2. Мынбаев К.Т., Отелбаев М.О. Весовые функциональные пространства и спектр дифференциальных операторов. – М.: Наука, 1988, 288 с.
3. Кусаинова Л.К., Султанаев Я.Т., Мурат Г. Аппроксимативные оценки для одного дифференциального оператора в весовом гильбертовом пространстве // Дифференциальные уравнения, 2019, Т. 55. №12, С. 1644-1651.
4. Кусаинова Л. К. Об интерполяции весовых пространств Соболева // Известия МН-АН РК, Серия физ.-матем. №5, 1997, С. 33-51.



УДК 510.67


## СВОЙСТВА ГИБРИДОВ $\Delta$-PJ ФРАГМЕНТОВ


**Мусина Назерке Мухтарамкызы**, **Социалова Ұлпан Қанатқызы**

nazerke170493@mail.ru1, ulpan_2017@mail.ru2

Докторант 2-ого года обучения КарГУ им. Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан1

Магистрант 1-ого года обучения КарГУ им. Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан2

Научный руководитель – А.Р. Ешкеев


Изучение структурных вопросов теории и соответственно ее моделей является актуальной задачей теории моделей. При изучении свойств модели необходимо знать свойства ее элементов. Поэтому мы должны пойти на некоторые ограничения на свойства как моделей,