4. Сапенов М., Шустер Л.А. О суммируемости с весом решений двучленных дифференциальных уравнений // Изв. АН Каз ССР. Сер. физ.-мат. - 1987. - №1. – С. 38-42.
5. Муратбеков М.Б., Муратбеков М.М., Оспанов К.Н. Коэрцитивная раз-решимость дифференциального уравнения нечетного порядка и ее приложения // Доклады академии наук. – 2010. - Т. 435, № 3. - С. 310-313.

УДК 517.5

ТЕОРЕМА ТИПА МАРЦИНКЕВИЧА ДЛЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ В АНИЗОТРОПНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Мукеева Жазира Меркасимовна
zhazira.mukeyeva@bk.ru
докторант 2-курса специальности «математика»
ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – Нурсултанов Е.Д.

В работе [1], [2] был получен критерий квази слабой ограниченности интегрального оператора в пространствах Лоренца.

В данной работе исследовано ограниченность интегральных операторов в анизотропных пространствах Лоренца.

Получено критерий слабой ограниченности интегрального оператора в этих пространствах, доказано теорема типа Марцинкевича для интегральных операторов. Условие получено в терминах ядро оператора.

Мы будем рассматривать анизотропные пространства.

Пусть $p = (p_1, p_2)$ и $q = (q_1, q_2)$ $0 < p, q < \infty$.

Через $L_{p,q}(\mathbb{R}^2)$ обозначим анизотропное пространство Лоренца [3] с нормой

$$\| f \|_{L_{p,q}(\mathbb{R}^2)} = \left(\int_0^\infty \left(t_2^{\frac{1}{p_2}} \left(\int_0^\infty \left(t_1^{\frac{1}{p_1}} f^{*_1 *_2}(t_1, t_2) \right)^{q_1} \frac{dt_1}{t_1} \right)^{\frac{1}{q_1}} \right)^{q_2} \frac{dt_2}{t_2} \right)^{\frac{1}{q_2}}, \; q \leq \infty$$

Здесь при $q = \infty$ интеграл $(\int_0^\infty (F(t))^q \frac{dt}{t})^{\frac{1}{q}}$ понимается как $\sup_{t>0} F(t)$. Пусть $G \subset R$ - - измеримое множество. Через $e_2(G)$и $e_1(G, x_2)$ обозначим: $e_2(G) = \{x_2 \in R,\ x_2 : R \times \{x_2\} \cap G \neq \emptyset\}$

Для любого $x_2 \in e_2(G)$ определим $e_1(G, x_2) = \{x_1 \in R, x_1 : (x_1, x_2) \in G\}$

Пусть $t_1 > 0, t_2 > 0$

$$M_{t_1 t_2} = \{G : |e_2(F)| = t_2, |e_1(F, x_2)| = t_1, \forall x_2 \in e_2(F)\}$$

$$M_{s_1 s_2} = \{G : |e_2(G)| = s_2, |e_1(G, x_2)| = s_1, \forall x_2 \in e_2(G)\}$$

Определим

$$f^{**}(t) = \frac{1}{t}\int_0^t f^*(s)ds.$$

Мы будем использовать для f^{**} представление $f^{**}(t) = \sup\limits_{|E|=t} \frac{1}{|E|}\int_E |f(x)|dx.$

Лемма 1 *Пусть f локально интегрируемая функция, тогда имеет место неравенство:*

$$\int_0^t f^*(s)ds \le 6\sup_{|e|=\frac{t}{3}}\left|\int_e f(x)dx\right|$$

Лемма 2 *Пусть f локально интегрируемая функция, тогда имеет место неравенство:*

$$\overline{f}(t_1, t_2, M_0) \le f^{*_1*_2}(t_1, t_2) \le 72\overline{f}\left(\frac{t_1}{3}, \frac{t_2}{3}, M_0\right)$$

Теорема 1

Пусть $1 < p = (p_1, p_2)$, $q = (q_1, q_2) < \infty$. Для того чтобы интегральный оператор

$$(Af)(x_1, x_2) = \int\int_{R_2} K(x_1, x_2, y_1, y_2)f(y_1, y_2)dy_1dy_2$$

был ограничен из $L_{p,1}(\mathbb{R}^2)$ PI $L_{q,\infty}(\mathbb{R}^2)$ необходимо и достаточно чтобы

$$\sup_{t_i>0, s_i>0}\ \sup_{G\in M_{t_1t_2}, F\in M_{s_1s_2}} \frac{1}{t_1^{\frac{1}{q'_1}} t_2^{\frac{1}{q'_2}} s_1^{\frac{1}{p_1}} s_2^{\frac{1}{p_2}}}\left|\int_G\int_F K(x_1, x_2, y_1, y_2)dx_1dx_2dy_1dy_2\right| < \infty$$

Теорема 2

Пусть $p_0 = (p_1^0, p_2^0) \le p = (p_1, p_2) \le p_1 = (p_1^1, p_2^1)$. Для интегрального оператора

$$Tf(y) = \int_{R^2}\int K(x_1, x_2, y_1, y_2)f(x_1, x_2)dx_1dx_2$$

если

$$M_i = \sup_{\substack{s_i>0\\ t_i>0}}\ \sup_{\substack{G\in M_{s_1s_2}\\ F\in M_{t_1t_2}}} \frac{1}{t_1^{1/p_1^{i'}} t_2^{1/p_2^{i'}} s_1^{1/p_1^i} s_2^{1/p_2^i}(1+|\ln\frac{s_1}{t_1}|)(1+|\ln\frac{s_2}{t_2}|)} \times \left|\int\int_G\int\int_F K(x_1, x_2, y_1, y_2)dy_1dy_2dx_1dx_2\right| < \infty, \quad i = 0,1$$

Тогда $$\| Tf \|_{L_{\overline{p}}} \le \max_{i=0,1} M_i\left(\left|\frac{1}{p} - \frac{1}{p_i}\right|^{-2} + \left|\frac{1}{p} - \frac{1}{p_i}\right|^{-1}\right) \| f \|_{L_p},\ f \in L_p$$

Эта публикация была поддержана грантом АР051 32071 и АР051 32590 от Министерство образования и науки Республики Казахстан.

Список использованных источников

1. Нурсултанов Е.Д. Костюченко А.Г. Об интегральных операторах в L_p- пространствах // Фунд. прикл. мат., Т. 5, №2 (1999), 475-491.
2. Nursultanov E.D. Tikhonov S. Net spaces and boundedness of integral operators // J. Geom. Anal., Vol. 21, №3 (2011), 950-981.
3. Nursultanov E.D. On the coefficients of multiple Fourier series in L_p-spaces // Izv. Math/, Vol. 64, №1 (2000), 93-120.

UDC 512.5

AUTOMORPHISMS OF FREE LEFT-SYMMETRIC ALGEBRAS OF RANK 2

Bibinur Mutalipova
bimutalipova@gmail.com
2nd year master student "6M010900 – Mathematics"
at L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan
Supervisor – A.Naurazbekova

Abstract:

We prove that the group of automorphisms of a free left-symmetric algebra of rank two admits an amalgamated free product structure.

Keywords: free left-symmetric algebra, automorphism, free product

The basis of free left-symmetric algebras

A vector space A over an arbitrary field k is called a left-symmetric algebra if for any $x, y, z \in A$ the identity

$$(xy)z - x(yz) = (xz)y - x(zy) \text{ holds.}$$

In other words, the associator $(x, y, z) = (xy)z - x(yz)$ is symmetric with respect to y and z, i.e.

$$(x, y, z) = (y, x, z).$$

For right-symmetric algebras the following identity is satisfied:

$$(x, y, z) = (x, z, y)$$

It is clear that the opposite algebra of a left-symmetric algebra is a right-symmetric algebra. In this sense, the study of right-symmetric algebras is completely parallel to the study of left-symmetric algebras. In L. Makar-Limanov, D. Kozybaev, U. Umirbaev [1] proved that automorphisms of free right-symmetric rank two algebras are tame. We prove that the group of automorphisms of a free left-symmetric algebra of rank two admits the structure of an amalgamated free product. Deriving, proving equations from articles gives us following results.

Let k be an arbitrary field. Through $LS\langle x_1, x_2 \dots, x_n\rangle$ we denote the free algebra in the