

ПОДСЕКЦИЯ 4.2 МЕХАНИКА

ӘӨЖ 532.53.03

СҰЙЫҚТЫҢ ГИДРОЦИКЛОНДАҒЫ ҚОЗҒАЛЫСЫНДА ҚҰЙЫНДЫ ЖӘНЕ БҰРАНДАЛЫ АҒЫНДАР ТЕОРИЯСЫН ҚОЛДАНУ

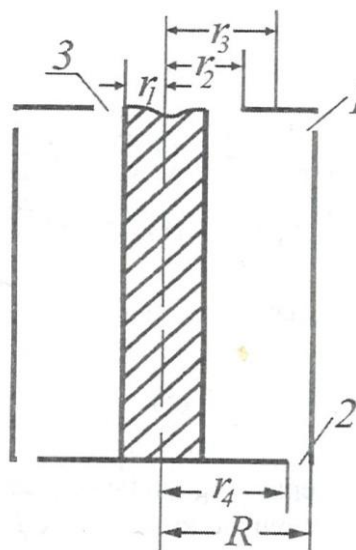
Абылаева Томирис, Байрақ Дархан

tomiris_na@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ магистранттары, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – М.И.Қасабеков

Сұйық, радиусы R цилиндрлік гидроциклонға, $r_3 \leq r_{BX} \leq R$ (сурет 1) кіру құбыршасы 1 арқылы кіреді, радиусы $r_4 \leq r_p \leq R$ дөңгелек құбырша 2 және радиусы $r_1 \leq r_{CL} \leq r_2$ - ағызынды дөңгелек құбырша 3 арқылы шығады. Гидроциклонның өсі бойымен радиусы r_1 болатын ауа бағанасы қалыптасады.



Сурет 1. Цилиндрлік гидроциклонның сұлбасы

Тұтқырсыз сығылмайтын сұйықтың, өске симметриялы құйынды ағысының өлшемсіз ағын функциясы үшін цилиндрлік координаттар жүйесінде келесі теңдеу орын алады:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} + \xi \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) + G(\Psi)G'(\Psi) + \xi^2 F'(0) = 0,$$

$$v_\xi = \frac{1}{\xi} \frac{\partial \Psi}{\partial \eta}, \quad v_\eta = -\frac{1}{\xi} \frac{\partial \Psi}{\partial \xi}, \quad v_\varphi \xi = G(\Psi). \quad (1)$$

Шекаралық шарттары:

$$\Psi(\eta, 1) = \frac{Q_{BX}}{2\pi}, \quad \Psi(\eta, \xi) = \frac{Q_{BX} - Q_p}{2\pi}$$

$$\begin{aligned}
\Psi(0, \xi) &= \Psi^0(r), \Psi(\eta, \xi) = \Psi'(\xi) \\
\Psi_2(\xi), \xi_4 \leq \xi \leq 1 \\
\Psi^0(\xi) &= \frac{Q_{BX} - Q_p}{2\pi}, \xi_1 \leq \xi \leq \xi_4 \\
(\xi), \xi_3 \leq \xi \leq 1 \\
\Psi'(\xi) &= 0, \xi_1 \leq \xi \leq \xi_3 \\
\Psi_1(\xi), \xi_1 \leq \xi \leq \xi_2
\end{aligned} \tag{2}$$

Келесі белгілеулер енгіземіз:

$$\begin{aligned}
v &= \frac{Q_{BX}}{\pi(R^2 - \xi^2)}, \quad p = \frac{p^0}{\rho V^2}, \quad v_\lambda = \frac{v_\lambda^0}{V} \quad (\lambda = \varphi, \eta, \xi) \\
F(\Psi) &= \frac{F^0(\Psi)}{\rho V^2}, \quad G(\Psi) = \frac{G^0(\Psi)}{Rv} \\
\Psi &= \frac{\Psi^0}{VR^2}, \quad \xi_i = \frac{r_i}{R} (i = 1, 2, \dots, 5),
\end{aligned}$$

мұндағы v_ξ, v_η, v_φ - жылдамдықтың тиісінше радиалды, өстік және тангенциалды құраушылары.

$F(\Psi)$ - Бернулли интегралы

$G(\Psi)$ - циркуляция

$\Psi_0(\xi), \Psi_1(\xi), \Psi_2(\xi)$ - тиісінше кіру, төгу және босату құбыршасындағы ағын функциясы.

Q_{BX}, Q_p - тиісінше кіру және босату құбыршасындағы шығатын сұйық өтімі.

Өлшемсіз айнымалыларға өтетін кезде, ұзындық пен жылдамдықтың өлшемі ретінде гидроциклонның радиусы R және кіру тегігі арқылы өтетін сұйықтың орташа жылдамдығы алынады, нөл индексімен өлшемді шамалар белгіленген.

(2) шекаралық шарттарына, сұйық өтіміне қосымша шектеу - байланыс қойылған. Сонымен қатар ағын функциясы үзіліссіз болу керек, себебі ағын функциясының секірісі, өстік жазықтықтағы шексіз үлкен жылдамдықтарға алып келеді;

Онда:

$$\begin{aligned}
\Psi_1(\xi_1) &= \Psi_2(\xi_4) = \frac{Q_{BX} - Q_p}{2\pi}, \\
\Psi_0(\xi_3) &= \Psi_1(\xi_2) = 0, \\
\Psi_2(1) &= \Psi_0(1) = \frac{Q_{BX}}{2\pi}, \\
\Psi_0(1) - \Psi_0(\xi_3) &= \Psi_2(1) - \Psi_2(\xi_4) + \Psi_1(\xi_1) - \Psi_2(\xi_2).
\end{aligned} \tag{3}$$

Бернулли интегралы ағын сызының бойында сақталатынын және ауа бағанасының фазааралық бетінде сұйықтың қысымы, ауа бағанасындағы P_1 қысымына тең екенін ескере отырып, келесі теңдікті аламыз:

$$\begin{aligned}
P_0 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\xi_5} \frac{\partial \Psi_0}{\partial \Psi} \Big|_{\xi=\xi_5} \right)^2 + \left(\frac{G(\Psi_0(\xi_5))}{\xi_5} \right)^2 &= \\
= P_1 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\xi_1} \frac{\partial \Psi_1}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\xi_5} \right)^2 + \left(\frac{G(\Psi_1(\xi_1))}{\xi_1} \right)^2. &
\end{aligned} \tag{4}$$

Теңдеудің сол жағында кіру құбыршасының, $\xi = \xi_5$, нүктесіндегі Бернуллі интегралының мәні жазылған, бұл жерде ағын функциясы $Q_{bx} - Q_p / 2\pi$, - тең, ал оң жағында - $\Psi = \frac{Q_{bx} - Q_p}{2\pi}$; - тең болатын, фазааралық беттен өтетін, ағын сызығындағы Бернуллі интегралының мәні.

P_0 - кіру құбыршасынан шығар кездегі қысым, $\Psi_0(\xi), \Psi_1(\xi)$ -кіру және шығу тесіктеріндегі ағын функциясының таралуы. $\Psi_0(\xi_5) = \frac{Q_{bx} - Q_p}{2\pi}$, теңдеуін шешіп, ξ_5 - шамасын табамыз. $G(\Psi)G'(\Psi)$ туындыны және $F'(\Psi)$ функциясын келесідей өрнектейміз:

$$\begin{aligned}
G(\Psi)G'(\Psi) &= K\Psi + C, \\
F'(\Psi) &= A_1 + A_2\Psi.
\end{aligned} \tag{5}$$

A_1, A_2, K, C тұрақтыларының мәнін табамыз.

Сонымен, жылдамдық компоненттерінің, барлық сұйық ағыны, яғни ағынның барлық сызықтары өтетін кіру тесігіндегі радиусқа тәуелді екенін біле тұра, және де Ψ_0 -дің ξ -ға тәуелді екенін біле тұра, $G(\Psi)G'(\Psi)$ көбейтіндісінің және $F'(\Psi)$ функциясының шығу тесігіндегі Ψ -ден тәуелділігін табуға болады. Бұл тәуелділік барлық ағын бойынша сақталады. Радиусты $\xi = f(\Psi_0)$ арқылы өрнектеп, осы тәуелділікті, кірістегі $G(\Psi)$ -ге қоя отырып, Ψ -ден G айналымының айқын тәуелділігін табамыз. Егер Бернуллі интегралындағы қысымды, келесі теңдеуді ξ арқылы интегралдағанда шыққан өрнекпен ауыстырсак:

$$v_\xi = \frac{\partial v_\xi}{\partial \xi} + v_\eta \frac{\partial v_\xi}{\partial \eta} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \xi}, \tag{6}$$

Кіру тетігіндегі $F(\Psi)$ -дің ξ -нан тәуелділігін аламыз:

$$F(\Psi) = \int_{\xi_1}^{\xi} \left[-v_\eta \frac{\partial v_\xi}{\partial \eta} + \frac{v_\varphi^2}{\xi} \right] d\xi + \frac{v_\eta^2 + v_\varphi^2}{2}. \tag{7}$$

ξ орнына $f(\Psi_0)$ өрнегін қоя отырып, $F(\Psi)$ -дің ағын функциясына тәуелділігін аламыз. $G(\Psi)G'(\Psi)$ және $F'(\Psi)$ функциялары- үзіліссіз болады, егер жылдамдық пен құйын компоненттері - үзіліссіз болса, өйткені $F'(\Psi) = (\vec{v} \times \vec{\omega})\vec{n}, \vec{n} \perp \vec{v}, a G'(\Psi) = \frac{W_\xi}{v_\xi}$. Бұл жағдайда

$G(\Psi)G'(\Psi)$ және $F'(\Psi)$ функцияларын, берілген $G(\Psi)G'(\Psi)$ және $F'(\Psi)$ үзіліссіз тәуелділіктерден аз ауытқитындай етіп жуықтау керек. Ол үшін келесі интегралдарды минимумға айналдыру жеткілікті:

$$J_1 = \int_0^{\frac{Q_{BX}}{2\pi}} [F'(\psi) - A_1\psi - A_2]^2 d\psi, \quad (8)$$

$$J_2 = \int_0^{\frac{Q_{BX}}{2\pi}} [G(\psi)G'(\psi) - K\psi - C_2]^2 d\psi \quad (9)$$

A_1, A_2 коэффициенттері келесі теңдеулер жүйесінен табылады:

$$\frac{1}{2} \frac{dJ_1}{dA_1} = \int [F'(\Psi) - A_1\Psi - A_2] \Psi d\Psi, \quad (10)$$

$$\frac{1}{2} \frac{dJ_1}{dA_2} = \int [F'(\Psi) - A_1\Psi - A_2] d\Psi.$$

K, C табу үшін (9) теңдеуін қолдану арқылы ұқсас жүйе құрылады. Егер $A_1 \approx A_2 \approx 0$, болса, онда ағын біртекті бұрандалыға жақын.

Ю.М.Мартынов ағын функциясы үшін келесі өрнекті тапты:

$$\begin{aligned} \Psi(r, z) = & \operatorname{Re} \sum_{n=1}^{\infty} B_n r^2 \exp\left(i\sqrt{A_2} \frac{r^2}{2}\right) \Delta(b_n, 2, r) * \\ & * [(\alpha_{n,e} + \beta_n) \exp(-z_1 \sigma_n)] - \beta_n \exp(z \sigma_n) + \\ & + [\beta_n - (\alpha_{n,e} + \beta) * \exp(z \sigma_n)] \exp(-z \sigma_n) * \\ & * (-2) sh^{-1}(z \sigma_n) - \beta_n + \Psi'(r), \end{aligned} \quad (11)$$

Мұндағы

$$\begin{aligned} \Delta(b_n, 2, r) = & \Phi(b_n, 2; -i\sqrt{A_2} r^2) \Psi(b_n, 2; -i\sqrt{A_2} r_1^2) - \\ & - \Phi(b_n, 2; -ir^2 \sqrt{A_2}) \Psi(b_n, 2; -i\sqrt{A_2} r^2); \end{aligned}$$

$$\sigma_n = (\lambda_n - K - \kappa)^{\frac{1}{2}};$$

$$b_n = 1 + (\lambda_n - \kappa) \frac{i}{4\sqrt{A_2}};$$

$$\beta_n = \sigma_n^{-2} (\alpha_{n,1} c + \alpha_{n,2} A_1 + \alpha_{n,3} K + \alpha_{n,4} A_2 + \alpha_{n,5});$$

$$B_n^{-2} = \int_0^1 r^2 \exp(i\sqrt{A_2} r^2) \Delta(b_n, 2; r) dr.$$

мұндағы $\Phi(b_n, mz)$ - Крамер функциясы;

$\Gamma(z)$ - Гамма-функция,

$\lambda_n - n$ = трансцендентті теңдеудің оң түбірі.

$$\begin{aligned} & \Psi\left(1 - \frac{(\lambda - \aleph)i}{4\sqrt{A_2}}, 2; -i\sqrt{A_2}\right) \Phi\left(1 - \frac{(\lambda - \aleph)i}{4\sqrt{A_2}}, 2; -i\sqrt{A_2} r_1^2\right) - \\ & \Psi\left(1 - \frac{(\lambda - \aleph)i}{4\sqrt{A_2}}, 2; -i\sqrt{A_2} r_1^2\right) \Phi\left(1 - \frac{(\lambda - \aleph)i}{4\sqrt{A_2}}, 2; -i\sqrt{A_2}\right) = 0 \end{aligned}$$

λ - бөлу тұрақтысы; $\aleph = A_2$, егер $A_2 > 0$ болса және $\aleph = 0$, егер $A_2 < 0$ болса; \aleph шамасы $A_2 > 0$ болғанда, өз шамасының спектрі оң таңбалы болу үшін енгізілген.

Жылдамдық құрамдастары (1) формулалары бойынша, ағын функциясы арқылы өрнектеледі.

Енді мысал ретінде цилиндрлік гидроциклондағы ағысқа есептеу жүргіземіз, онда

$$P_0 = 233.5, P_1 = 62.25, \xi_2 = 0.6, \xi_3 = 0.7, \xi_4 = 0.95, \eta_1 = 4, Q_{BX} = 3.55, Q_P = 0.355$$

және ағын функциясының кіру, төгу және босату құбыршаларындағы тәуелділігі, сонымен қатар кіру тетігіндегі циркуляцияның тәуелділігі $G(\xi)$, жылдамдықтың радиалды компоненттері келесі түрде болады:

$$\begin{aligned} \Psi_0(\xi) &= v_0 \frac{(1 + \xi_3^2)}{\pi} \left[\cos \frac{\xi_3^2 \pi}{1 + \xi_3^2} - \cos \frac{\xi^3 \pi}{1 + \xi_3^2} \right], \\ \Psi_1(\xi) &= v_1 \frac{(\xi_1^2 + \xi_2^2)}{\pi} \left[\cos \frac{\xi^2 \pi}{\xi_1^2 + \xi_2^2} - \cos \frac{\xi_2^2 \pi}{\xi_1^2 + \xi_2^2} \right], \\ \Psi_2(\xi) &= v_2 \frac{1 + \xi_4^2}{2} \left[\cos \frac{\xi_4^2 \pi}{1 + \xi_4^2} - \cos \frac{\xi^2 \pi}{1 + \xi_4^2} \right] + 0.495, \\ G(\xi) &= v_3 \xi^2 \frac{\pi}{1 + \xi_3^2}, \\ v_\xi &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

(12) негізінде келесі өрнекті аламыз:

$$\begin{aligned} F'(\Psi) &= \frac{4\pi v_0}{(1 + \xi_3^2)} \left[B - \frac{\pi \Psi}{(1 + \xi_3^2) v_0} \right] + \frac{v_3^2}{v_0} \frac{\pi^2}{(1 + \xi_3^2)} * \frac{1}{\sqrt{1 + (B - \pi \Psi / (1 + \xi_3^2) v_0^2)}}, \\ G(\Psi) G'(\Psi) &= \frac{v_3^2 \pi}{v_0 (1 + \xi_3^2)} \arccos \left(B - \frac{\pi \Psi}{(1 + \xi_3^2) v_0} \right) * \frac{1}{\sqrt{1 - (B - \pi \Psi / (1 + \xi_3^2) v_0^2)}}, \end{aligned} \quad (13)$$

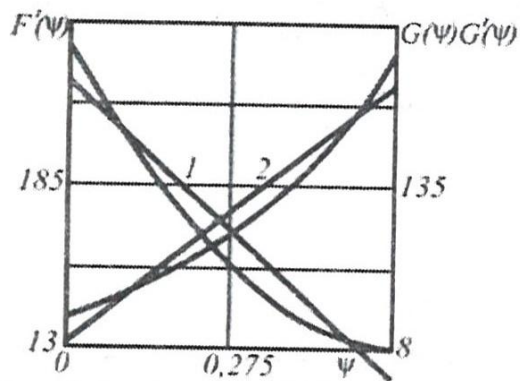
2-суретте (13) арқылы есептелген, Ψ -ге тәуелді $F'(\Psi)$ және $G(\Psi)G'(\Psi)$ қисықтары көрсетілген. (13)-ті (10) теңдеулер жүйесіне қоя отырып, A, A_2 табуға болады. Дәл осылай K, C табылады. Жуықталған түзулер келесі түрде болады: $F'(\Psi) = 22,45 - 18,55\Psi$, $G(\Psi)G'(\Psi) = 16,95 + 16,27\Psi$ және 2-суретте 1 және 2 түзулерімен көрсетілген. Көрініп тұрғандай, бірінші дәрежелі жуықталған көпмүше негізгі үлестірулерден аз ерекшеленеді.

Содан кейін, $\Psi_0(\xi) = \frac{Q_{BX} - Q_P}{2\pi}$ теңдеуін шешіп, $\xi_5 = 0.96$ екенін табамыз. (4) теңдеуге

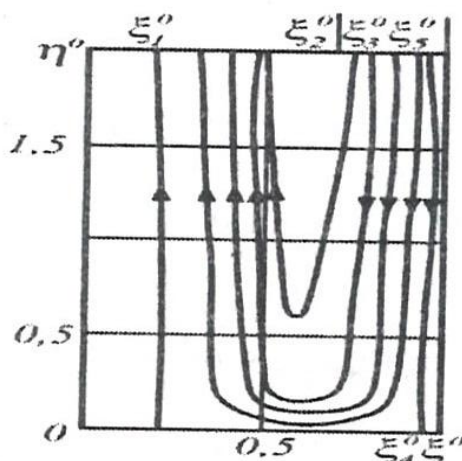
табылған ξ_5 шамасын қойып, $\xi_1 = 0.2$ екенін табамыз. 3-суретте Ψ -дің 0.1 қадам-ды, бірдей аралықта орналасқан мәндеріне арналған ағын сызықтары салынған, 0.1 мәнінен бастап (гидроциклонның бүйір беттерінен ең алшақ орналасқан ағын сызығы). Ағын сызығының суреті сұйық шығыны теңдеуімен сәйкес келеді. $0.2 < \eta < 2.4$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $\xi_1 < \xi < \xi_2$ және $0.2 < \eta < 2.4$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $\xi_3 < \xi < 1$ сақиналы областарында ағын сызығының қоюлануы, өстік жылдамдықтың кіру және төгу құбыршаларындағы максимумдардың болуымен байланысты.

Ағын сызығы бойында циркуляция мәні сақталатынын ескере отырып, гидроциклонның көлденең қимасының жазықтығында ағын сызығының таралуын және кіру құбыршасында табылған циркуляцияның ағын функциясына тәуелділігін біле отырып, циркуляцияның таралуын және гидроциклонның ішіндегі жылдамдықтың тангенциальді құраушысын табуға болады.

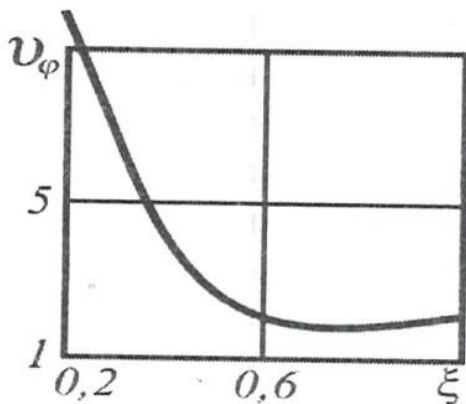
4-суретте $\eta = 1$ болғандағы, ξ радиустың бойындағы жылдамдықтың тангенциальді құраушысының таралуы бейнеленген. Тангенциальді жылдамдық $0.2 \leq \xi \leq 0.68$ кезінде монотонды азаяды және $0.68 \leq \xi \leq 1$ кезінде аз мөлшерде көбейеді. Гидроциклонның бүйір бетінде тангенциальді құраушы 2.08-ге тең, ауа бағанасының бос бетінде 10-ға тең, ал түбінде(тетікті қоспағанда) $\frac{2}{\xi}$ тәуелділігі арқылы анықталады. Радиус төмендеп, v_4 -тің күрт өсуі циркуляцияның ағын сызығының бойымен өтуіне байланысты.



2.сурет. Ψ - ге тәуелді $F'(\Psi)$ және $G(\Psi)G'(\Psi)$ қисықтары



3.сурет.Цилиндрлік гидроциклондағы ағын сызықтары



4 - сурет. $v_\varphi = f(\xi)$ тәуелділік графигі

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Абдураманов А.А. Механика жидкости, -Тараз.:«Сенім», 2014, 280 с.
2. Абдураманов А.А. Струйные аппараты. Теория и практика, -Тараз.:«Сенім», 2011, 200 с.
3. Касабеков М.И. Гидроэлеваторы с циклонными приемными камерами, Известия МГТУ «МАМИ». Сборник научных трудов.- М., 2008. -С.180-183

ӘОК 531.312(075.8)

АВТОМОБИЛЬДІҢ КӨЛБЕУ ЖАЗЫҚТЫҚТАҒЫ ҚОЗҒАЛЫСЫНЫҢ ОРНЫҚТЫЛЫҒЫН АНЫҚТАУ

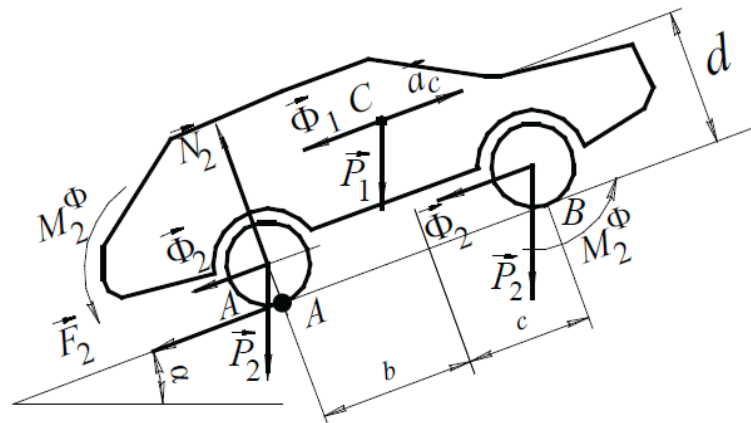
Ахатаев Сержан Асхатұлы, Сұлтан Бекбау Ғаббасұлы

serzhantki@gmail.com, bekasultan54@gmail.com

Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті механика-математика
факультетінің 4-курс студенттері, Нұр-Сұлтан, Қазақстан.

Ғылыми жетекші – тех.ғ.к. Бостанов Б.О.

I. Алдыңғы дөңгелектері жетекші роль атқаратын автомобиль (шанақ) қозғалысын қарастырамыз. Қарапайым түрге келтірілген барлық инерция күштерін көрсетеміз.(1-сурет).



1- сурет. Жылдамдата көтеріліп бара жатқан автомобильге әсер етуші күштер

Автомобиль шанағы ілгерілемелі қозғалыс жасайды, сондықтан инерция күштері масса центрі арқылы өтетін бір теңәсерлі күшке келтіріледі:

$$\Phi_1 = m_1 a_C,$$

ал доңғалақтары жазық-параллель қозғалыста болғандықтан, оған әсер етуші инерция күштері массалар центрі арқылы өтетін бір күшке және сол центрге қатысты күш моментіне келтіріледі

$$\Phi_2 = m_2 a_C, \quad M_2^\Phi = J_{2z} \varepsilon_2 = m_2 \rho_2^2 \frac{a_C}{r}.$$

Мұндағы m_1, m_2 – шанақ пен доңғалақ массалары, a_C – шанақтың үдеуі, ρ_2 - доңғалақтың инерция радиусы; r - доңғалақ радиусы.