

расчета окажется недостаточной, а больше число узлов сетки вне пограничного слоя будут бесполезным.

Чтобы этого избежать, рекомендуется в уравнениях (1), (2) перейти к новым независимым переменным  $\xi = x, \eta = y/b(x)$ , где  $b(x)$  - возрастающая функция, рост которой согласован с предполагаемым ростом толщины пограничного слоя  $\delta(x)$ . После этого аппроксимируются уже преобразованные уравнения, а дополнительное условие

формулируется в новых переменных:  $\left. \frac{\partial u}{\partial \eta} \right|_{\eta=\Delta \eta}$

### Список использованных источников

1. С.К.Матвеев. Введение в вычислительную гидроаэромеханику. Учебное пособие. – Санкт-Петербург: ООО «Свое издательство», 2018. – 64 с.
2. Л.Г.Лойцянский. Ламинарный пограничный слой. Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. 479 с.
3. Г.Шлихтинг. Теория пограничного слоя. Москва: Наука, 1974. 712 с.

УДК 539.3

## ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ УДАРНО-ВИБРАЦИОННОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

**Орынбасарова Гульсум Ардаковна**

*orynbassarova.gulsum@gmail.com*

Магистрант кафедры «Механика» ЕНУ им.Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

Научный руководитель – М.Алимжанов

Вибрационные площадки с горизонтально направленными колебаниями применяют для уплотнения подвижных смесей при формировании железобетонных изделий. При горизонтальных колебаниях обеспечивается наиболее качественное изготовление тонкостенных длинномерных изделий.

Рассмотрим динамическую модель горизонтальной виброплощадки, показанной на рисунке 1.

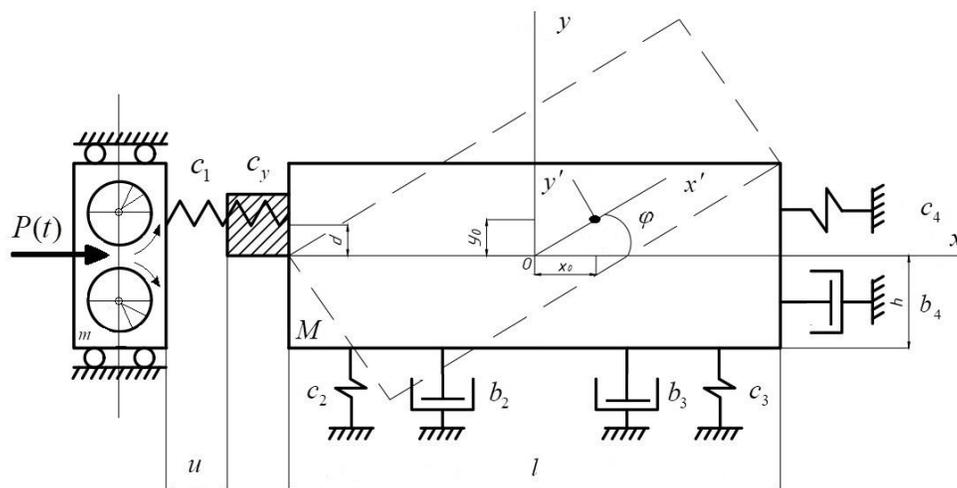


Рис.1 Динамическая модель горизонтальной виброплощадки

Здесь:

$x$  - абсолютное смещение;

$x_0, y_0$  - составляющие абсолютного смещения;

$\varphi$  - угол поворота рабочего органа от положения равновесия;

$m$  - масса возбудителя;

$M$  - масса рамы с поддоном;

$\rho$  - радиус инерции относительно главной центральной оси  $OZ$ .

За обобщенные координаты примем  $x, x_0, y_0, \varphi$ . Для составления дифференциальных уравнений движения воспользуемся уравнениями Лагранжа второго рода.

Кинетическая энергия системы запишется в виде:

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} M (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2 + \rho^2 \dot{\varphi}^2). \quad (1)$$

При выборе обобщенных координат необходимо учитывать деформации нелинейных элементов. Пусть  $u$  - деформации между вибровозбудителем и рамой.

В результате, в качестве обобщенных координат примем:  $u, x_0, y_0, \varphi$ , где  $u = x_a - x$ , а  $x_a = x_0 - \varphi d$ . Тогда  $u = x_0 - \varphi d - x$ .

Кинетическая энергия примет вид:

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{x}_0 - \dot{\varphi} d - \dot{u})^2 + \frac{1}{2} M (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2 + \rho^2 \dot{\varphi}^2). \quad (2)$$

В итоге получаем систему дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{cases} m(\ddot{u} + \ddot{\varphi} d - \ddot{x}_0) + V_1(u, \dot{u}) = P(t), \\ (m + M)\ddot{x}_0 - m d \ddot{\varphi} - m \ddot{u} + b_4 \dot{x}_0 + b_4 h \dot{\varphi} + c_4 h \varphi + c_4 x_0 = P(t), \\ M \ddot{y}_0 + 2b_2 \dot{y}_0 + 2c_2 y_0 = 0, \\ (M \rho^2 + m d^2) \ddot{\varphi} - m d \ddot{x}_0 + m \ddot{u} + (2c_2 l^2 + c_4 h^2) \varphi + \\ + (2b_2 l^2 + b_4 h^2) \dot{\varphi} + c_4 h x_0 + b_4 h \dot{x}_0 = -d P(t). \end{cases} \quad (3)$$

Исходные данные для одного из вариантов решения выбраны как:

$$l = 5 \text{ м},$$

$$h = 0.5 \text{ м},$$

$$m = 200 \text{ кг},$$

$$M = 2000 \text{ кг},$$

$$d = 0.1 \text{ м},$$

$$\rho = 0,2 \text{ м},$$

$$b_2 = 2 \cdot 10^3 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}},$$

$$b_4 = 2 \cdot 10^2 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}},$$

$$c_2 = 2 \cdot 10^3 \frac{H}{m}, \quad c_4 = 2 \cdot 10^5 \frac{H}{m},$$

$$P = 1000 H.$$

Начальные условия:

При  $t = 0$

$$u = u_0 = 0, \quad \dot{u} = 0.$$

$$\varphi = \varphi_0 = 0, \quad \dot{\varphi} = 0.$$

$$x_0 = x_0 = 0, \quad \dot{x}_0 = 0.$$

$$y_0 = y_0 = 0, \quad \dot{y}_0 = 0.$$

На рисунке 2 изображен график решения уравнений.

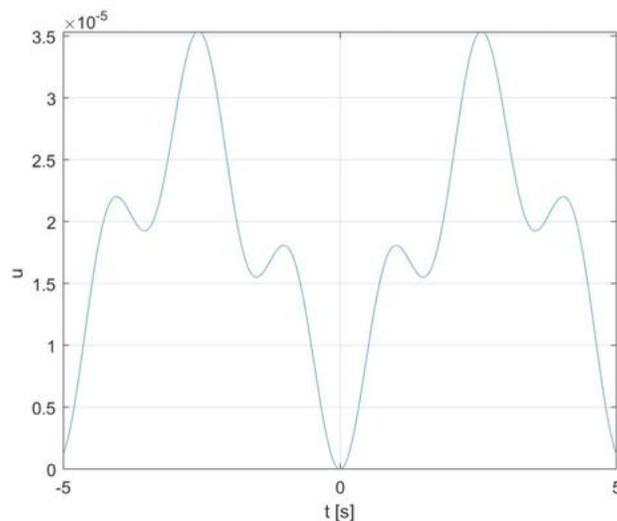


Рис. 2. График функции  $u$  (деформации между вибровозбудителем и рамой)

Для дальнейших исследований дифференциальных уравнений движения, выполнив необходимые преобразования с учетом принятых обозначений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{\rho} = \alpha; \frac{l}{\rho} = \beta; \frac{h}{\rho} = \gamma; \frac{m}{M} = \mu; \\ c_2 = c_3 = c; \frac{c_4}{c_2} = \chi; \frac{V_{10}}{m} = F_1; \varphi d = z; \frac{c}{M} = p^2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \ddot{x}_0 + \chi p^2 x_0 + \frac{\gamma}{\alpha} \chi p^2 z + \mu F_1(u) = 0, \\ \ddot{z} + \chi p^2 \gamma \alpha x_0 + (2\beta^2 + \chi \gamma^2) p^2 z - \alpha^2 \mu F_1(u) = 0, \\ \ddot{u} + (1 - \alpha \gamma) \chi p^2 x_0 - p^2 (2\beta^2 + \chi \gamma^2) z + [1 + \mu(1 + \alpha^2)] F_1(u) = 0. \end{cases} \quad (5)$$

На динамику резонансных вибрационных машин существенное значение может оказать масса упругих элементов. Рассмотрим влияние массы упругих элементов на поведение системы.

Из основных параметров машин следует, что все они зависят от массы упругих элементов. Вследствие влияния массы упругой системы на динамику горизонтальной виброплощадки выразим металлоемкость пружин  $\chi_n$  через параметры машин. Пусть масса рабочего органа  $m_2$  и амплитуда его колебаний  $y_{2a}$  задана. Тогда получим выражение:

$$\chi_n = \frac{M_n}{m_2} = \frac{\chi}{a \gamma_c^2 (1 + \chi)} \cdot \frac{y_a^2}{y_{2a}^2}. \quad (6)$$

где  $a$  - постоянная величина, которая зависит от типа упругих элементов.

Рисунок 3 позволяет получить зависимость  $\gamma_c(\chi)$ . [7]

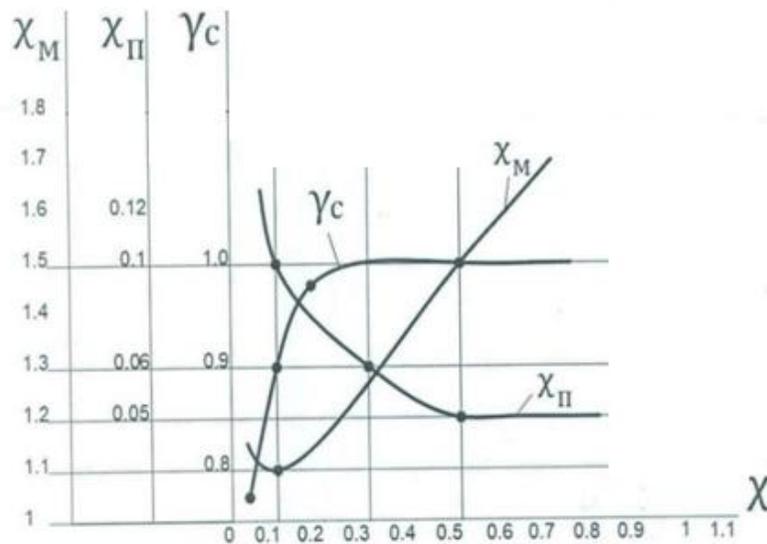


Рис. 3. Зависимости металлоёмкости упругой системы

Из рисунка 3 видим, что металлоемкость пружин составляет  $0,1m_2$  при  $\chi = 0,1$ . Получаем, что при грузоподъемности виброплощадки в 10 т (так как  $m_2 = m_{2p}$ ) масса пружин с учетом нерабочих витков составляет более 1т, т.е. превышает реактивную массу  $m_1 = 1000$  кг. При этом резонансная частота выражается  $\omega_c = 0,892\omega_0$ . [7]

Таким образом, резонансную машину, построенную традиционным методом без учета влияния массы упругой системы достаточно сложно настроить на резонансный режим работы. При этом с уменьшением  $\chi$  трудности настройки возрастают. При принятых значениях параметров пружин сжатия, при  $\chi \geq 0,2$  учет влияния массы упругой системы теряет смысл, поскольку ошибка в определении  $\omega_c$  составляет меньше 5% ( $\gamma_c = 0,95$ ). [7]

Металлоёмкость резонансных машин для общей оценки металлоёмкости представим в виде:

$$\chi_M = \frac{m_1 + M_n + m_2}{m_2} = \chi + \chi_n + 1. \quad (7)$$

Зависимость  $\chi_M(\chi)$  также показана на рисунке 3. [7]

Из этой зависимости видно, что  $m_1$  уменьшается и соответственно  $\chi$  снижается до 0,1 при снижении общей металлоемкости машины. [7]

Далее металлоемкость (при  $\chi \leq 0,1$ ) прекращает снижаться потому, что уменьшение  $m_1$  компенсируется увеличением массы дорогостоящей упругой системы. [7]

Из вышеизложенного следует, что при принятых параметрах пружин создание резонансных вибрационных машин вообще и виброплощадок в частности нецелесообразно с соотношением масс  $\chi < 0,1$ . [7]

Преимущество резонансных машин наиболее полно проявляется при работе с режимом, максимально приближенным к резонансу. При этом при других равных условиях необходимая амплитуда колебаний рабочего органа может быть достигнута при вынуждающей силе, значение которой по крайней мере в 10 раз меньше значений вынуждающей силы, чем у виброплощадок с зарезонансной настройкой. [7]

Таким образом, изложенное позволяет рекомендовать для резонансных виброплощадок настройку на дорезонансный режим работы с  $\omega = (0,94 \div 0,96)\omega_c$ . [7]

Чувствительность резонансных виброплощадок к изменениям эксплуатационных нагрузок во много раз выше, чем в резонансных. Высокая чувствительность к внешним воздействиям - основной недостаток зарезонансных виброплощадок. Наиболее радикальным путем его устранения является автоматизация их работы. [4]

Выводы.

1. Разработана математическая модель двухмассной горизонтальной виброплощадки.
2. На основании разработанной математической модели описана динамика горизонтальной виброплощадки, что позволяет выбрать основные параметры системы.
3. Составлены дифференциальные уравнения горизонтальной виброплощадки, учитывающие массу упругих элементов, влияющих на динамику системы.
4. Установлено, что массу упругих элементов вибрационных машин необходимо учитывать при цилиндрических пружинах растяжения - сжатия, если  $\chi < 0,1$ .
5. Показано, что снижение металлоемкости резонансных вибрационных машин с уменьшением значения  $\chi$  ниже 0,15, не происходит.

#### Список использованных источников

1. Вибрационные машины в строительстве и производстве строительных материалов. Справочник, М., изд-во «Машиностроение», 1970, 548 стр.

2. Вибрации в технике. 4 том. Справочник. М., изд-во «Машиностроение», 1981, 509 стр.
3. Б. В. Гусев, А. Д. Деминов, Б. И. Крюков и др. «Ударно- вибраторная технология уплотнения бетонных смесей». - М.: Стройиздат, 1982, 152 стр.
4. Бауман В. А., Быховский И. И. «Вибрационные машины и процессы в строительстве»- М.: Высшая школа, 1977, 255 стр.
5. Пановко Г. Я. «Динамика вибрационных технологических процессов»—М.: Ижевск, 2006, 176 стр.
6. Бабицкий В.И. «Теория виброударных систем». - М.: Москва, 1958, 168 стр.
7. Алимжанов М. Д., Рахметова А. Т., Шайхислам А, Костюченков Н. В.// Особенности упругой системы горизонтальной виброплощадки// «Сборник статей по материалам международной научно- практической конференции, посвященной 75-летию Курганской ГСХА имени Т. С. Мальцева» г. Курган 2019.

УДК 531

## ТҮТҚЫР ҮЙКЕЛІС КҮШІ ЕСКЕРІЛГЕН ФИЗИКАЛЫҚ МАЯТНИКТИҢ ҚОЗҒАЛЫСЫ

**Серикбаева Бибиғұл Алиевна**

[bibigul\\_2589@mail.ru](mailto:bibigul_2589@mail.ru)

Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ Механика кафедрасының магистранты, Нұр-Сұлтан, Қазақстан  
Ғылыми жетекші – М.Ә.Берсүгір

Табиғатта кездесетін тербелмелі процестердің алуан түрлілігіне қарамастан, осы құбылыстардың заңдылықтары мен оларды зерттеудің математикалық әдістерінің ортақтығы бар. Тербелмелі жүйелерді зерттеудің ең ыңғайлы модельдерінің бірі – физикалық маятник.

Физикалық маятниктің тербелісін сипаттайтын дифференциалдық теңдеуді тұрақты өс айналасындағы қатты дененің айналмалы қозғалысы динамикасының негізгі теңдеуін қолдану арқылы алады. Егер тербелмелі жүйеге гармоникалық сыртқы момент пен тұтқыр үйкеліс күштерінің тежеу моменті әсер ететін болса, онда маятниктің тербелісін сипаттайтын дифференциалдық теңдеуді келесі түрде жазуға болады:

$$\ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2 \sin \varphi = \omega^2 \theta_0 \sin \omega t. \quad (1)$$

мұндағы  $\varphi$  – маятниктің тепе-теңдік қалпынан ауытқу бұрышы;  $t$  – уақыт;  $\beta$  – тербелмелі жүйеде энергияның таралуын сипаттайтын өшу коэффициенті;  $\omega_0$  – маятниктің өшпелі емес тербелісінің меншікті жиілігі;  $\omega, \theta_0$  – маятникке әсер ететін сыртқы күш моментінің жиілігі мен бұрыштық амплитудасы. (1) теңдеуінің оң жағында тұрған  $\theta(t) = \theta_0 \sin \omega t$  шамасы сыртқы күш моментіне пропорционал. Егер күштер моменті тұрақты болса, онда  $\theta t = 1$  маятникті көлденең күйге бағыттайтын күштердің сыртқы моментіне сәйкес келеді ( $\varphi = 90^\circ$ ). Сыртқы моменттің ең төменгі жиілігі шектерінде маятник квазистатикалық сыртқы моменттің өзгеруін қадағалайды. Яғни, мәжбүр күштің төмен жиілігі мен амплитудасында тербелістер радианмен өлшенетін сыртқы момент  $\theta_0$  амплитудасымен болады [1,2].

(1) түріндегі дифференциалдық теңдеу сызықты емес болғандықтан, оны зерттеудің аналитикалық әдістері үлкен математикалық қиындықтарға тап болады. Сондықтан, бұл жұмыста есептің аналитикалық шешім алу үшін, жалпыланған функциялар теориясына