

2. Ломакин Г . А . // Материалы Международного конгресса по информатике: информационные системы и технологии (CSIST'2011), Минск, 1 окт. – 3 нояб. 2011 г.: в 2 ч. Минск, 2011. Ч. 2. С. 367.

3. <https://habr.com/ru/company/ruvds/blog/428077/>

УДК

СЫЗЫҚТЫҚ ЕМЕС ЖҮЙЕЛЕРДІҢ ШЫҒЫСЫН КЕРІ БАЙЛАНЫС АРҚЫЛЫ КЕҢ АУҚЫМДЫ ПРАКТИКАЛЫҚ ІЗГЕ ТҮСІРУ: ШОЛУ

Ерденова Айгерим Курмангалиевна

erdenova_aigerim@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ Механика математика факультеті, Математикалық және компьютерлік модельдеу мамандығының 1 курс докторанты, Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – К. Алимхан

Соңғы жылдары шығысты кең ауқымды практикалық бақылау мәселесі басқару теориясындағы аса маңызды мәселелердің бірі болып табылады. Оның негізгі мақсаты басқарылатын шығысты берілген тірек сигналды кері байланыс арқылы ізге түсірудің басқару заңын құру болып табылады. Жалпы жағдайда шығысты практикалық ізге түсіру мәселесі «асимптотика» мағынасында қабылданды. [1-3 1)Byrnes C., Piscoli D, Isidori A. Output regulation of uncertain nonlinear systems.- Birkhauser, Boston, 1997. 2)Isidori A. Nonlinear control systems. Springer, New York, 1999. 3)Byrness C., Isidori A. Output regulation for nonlinear system;An overview, Internat. J. Robust nonlinear control 10(5).2000, P. 323-337.] жұмыстарда сызықтық және сызықтық емес жүйелердің шығысын реттеу теориясы облысындағы көптеген толық есептер келтірілген. Тірек сигналы берілген, шектеулі және оның уақыт бойынша туындысы да сондай-ақ шектеулі болатын сызықтық емес жүйелердің шығысын практикалық ізге түсіру [4-8] зерттелді.

Ізге түсіру мәселесі. Асимптотикалық ізге түсіру есебін қарастырайық.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u, t) \\ y &= h(x)\end{aligned}$$

түрінде сипатталатын және y_d шығыс траекториясын қажет ететін сызықтық емес динамикалық жүйенің u кірісі үшін кез келген бастапқы күйден бастап $y(t) - y_d(t)$ ізге түсіру қателігі Ω аумағында барлық x күйлері шекараланған болған кезде нөлге ұмтылатындай басқару заңын табу керек.

$$y(t) \equiv y_d(t) \quad \forall t \geq 0$$

Тұйық циклдық жүйенің бастапқы күйі барлық уақытта нөлдік ізге түсіру қателігін меңзейтін болса, онда басқару жүйесі идеалды ізге түсіруге ие болады делінеді.

Кейбір ізге түсіру есептерінде айтылған тұжырымдар орындалмайды, сондықтан, сигналдардың қажетті туындысын алу үшін тірек моделі қолданылуы мүмкін. Мысалы, радар антенасы үнемі ұшу аппаратына бағытталып тұратындай ізге түсіруді бақылау жүйесін жобалау үшін біз тек қана ұшу аппаратының $y_a(t)$ күйін білеміз. Алайда, әдетте ізге түсіруді бақылау заңы, сондай ақ, ізге түсірілетін сигналдардан алынған туындыларды да қолданады. Бұл мәселені шешу үшін біз антенамен ізге түсірілетін қажетті күйді, жылдамдықты және үдеуді төмендегі түрдегі екінші ретті динамикалық жүйе арқылы генерациялаймыз:

$$\ddot{y}_d + k_1 \dot{y}_d + k_2 y_d = k_2 y_a(t) \quad (*)$$

мұндағы k_1, k_2 оң тұрақтылар. Осылайша, ұшу аппаратын ізге түсіру мәселесі $y_d(t)$ тірек моделінің шығысын ізге түсіру есебіне келтіріледі. Бұл тәсіл тиімді болуы үшін $(*)$ түрінде сипатталатын сүзу процессі $y_d(t) - y_a(t)$ -ға жақын жуықтайтындай жеткілікті жылдам болуы керек.

[15] жұмыста ауыспалы сызықтық емес жүйенің шығысын практикалық ізге түсіру мәселесі қарастырылған:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= g_{i\sigma(t)}(\bar{x}_i) x_{i+1}^{p_{i\sigma(t)}} + f_{i\sigma(t)}(x, u_{\sigma(t)}), \quad i=1, \dots, n-1, \\ \dot{x}_n &= g_{n\sigma(t)}(x) u_{\sigma(t)}^{p_{n\sigma(t)}} + f_{n\sigma(t)}(x, u_{\sigma(t)}), \\ y &= x_1, \end{aligned} \quad (1)$$

мұндағы $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in R^n$ - күй, $y \in R$ - шығыс жүйесі, $\sigma(t)$ - бөлікті үзіліссіз ауыстыру сигналы болып табылады, ол өзінің мәндерін $M = \{1, \dots, m\}$ ақырлы жиынында қабылдайды және m - ішкі жүйелер саны болып табылады. $i=1, \dots, n, k \in M$ үшін $p_{ik} \in R_{\geq 1}^{\Delta} = \{ \frac{p}{q} \geq 1 : p -$

оң бүтін сан, ал q - оң тақ сан}, $u_k \in R$ - k - шы ішкі жүйенің басқарушы кірісі, $g_{ik} : R^i \rightarrow R$ және $f_{ik} : R^n \times R \rightarrow R, i=1, \dots, n, k \in M$ үшін үзіліссіз функциялар болып табылады. Осындай анықталмаған сызықты емес жүйенің шығысын практикалық ізге түсіру мәселесін шешу үшін күш интеграторын қою арқылы жаңа жобалау әдісін ұсынған. Яғни ол басқару әдісінің консервативтілігін төмендету үшін Ляпуновтың жалпы функциясы және динамикалық күшейту тәсіліне негізделген. Орныксыз ішкі жүйелері бар ауыспалы сызықты емес жүйелердің шығысын практикалық ізге түсіру мәселесін шешу үшін жоғарыда сипатталған

басқару әдісін кеңейткен. Жеке жүйелердің контроллер формасын қысқарту мақсатында бірнеше динамикалық жаңарту заңы құрылған.

Практикалық ізге түсіру мәселесі сызықты емес басқару теориясының ең маңызды есептерінің бірі болып табылады. Кері байланыс күйі бойынша бойынша басқару мәселесіне қарағанда кері байланыс шығысы арқылы басқару теориясы баяу дамыған. Себебі сызықты емес контроллерді жобалаудың ешқандай жалпыға ортақ, тиімді әдісі жоқ. Сызықтық емес дифференциалдық теңдеулермен берілген динамикалық үрдістер бақару нысаны ретінде саналып, оларды тұрақтандыру есебі үшін құрылған әдістердің басым көпшілігі Ляпуновтың тура әдісіне негізделіп жасалынған. Кері байланыс арқылы жүйенің шығысын басқарудың тиімді тәсілі [16 Byrness C., Isidori A. New results and examples in nonlinear feedback stabilization, System and control letters 12.1989, P. 437-442.] еңбекте қарастырылып, оның нәтижесі сызықты емес жүйелердің шығысын кең ауқымды бақылау есептерінде қолданылуда. Салыстырмалы түрде соңғы жылдары шыққан еңбектердің бірінде [3] және [1] монографияда сызықты және сызықты емес жүйелердің шығысын бақылау мәселесіне қатысты басқару теориясындағы жетістіктер толық баяндалған. Сонымен қатар, осы мәселеге қатысты алғашқы еңбектердің көпшілігінде тірек сигналы тұрақты немесе экзожүйе арқылы алынады деп қарастырылады. [17-18]. Ал тірек сигналы уақытқа байланысты өзгеріске ұшырайтындығы жайлы жалпы жағдайды алғаш рет А. Исидори мен С.И. Бирнс қарастырды. Жоғарыда аталған еңбектердің көпшілігінде басқарылатын сызықты емес жүйелердегі Якобиан сызықтандыруы тұрақты және анықталады [1] деген талап қойылды, және осы екі қасиет сызықты емес реттегіш нәтижесін немесе күйін, немесе қателікке ие кері байланыс мәселесін шешудің негізгі алғышарты болып табылды. Алайда, сызықты емес жүйедегі Якобиан сызықтануы тұрақтанбайтын және/немесе анықталмайтын жағдайында бұл мәселені шешу күрделі әрі қиын болады, және мұндай сызықты емес жүйелер үшін нәтижелі еңбектер өте аз [19,20 Di Benedetto, M. Synthesis of an internal model for nonlinear output regulation. Int. J. Control, 45 (3), 1987. P. 1023–1034.; Alimhan K., Inaba H., Practical output tracking by smooth output compensator for uncertain nonlinear systems with unstabilisable and undetectable linearization. International Journal of Modelling, Identification and Control, 5, 2008, P.1-13.].

Бұл зерттеумен тығыз байланысты келесі еңбектерді [21-22] қарастырайық. Бұл еңбектерде «жүйенің шығысын практикалық бақылау» жаңа концепциясы ұсынылды және үшбұрышты пішіндегі жүйелер тобы үшін шығысты практикалық бақылау мәселесі зерттеліп, және бұл бақылау мәселесін шешу үшін үздіксіз күйдегі локальды кері байланыс контроллерін алды. Үшбұрышты пішіндес жүйелер яғни, үшбұрышты (жоғарғы және төменгі) матрица коэффициенттерінен тұратын жүйелер. Әрі қарай, бір кіріс мәліметі мен бір шығыс мәліметінен тұратын келесі түрдегі сызықты емес жүйелердің арнайы тобы үшін кең ауқымды күшті практикалық бақылау мәселесі [4] зерттелді:

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= x_{i+1}^{p_i} + \phi_i(t, x, u), \quad i = 1, \dots, n-1, \\ \dot{x}_n &= u^{p_n} + \phi_n(t, x, u), \\ y &= x_1,\end{aligned}\tag{2}$$

Жоғарыдағы еңбектегі тұжырым бойынша (2) жүйенің шығысын кең ауқымды күшті асимптотикалық бақылау тірек сигналы тұрақты болған жағдайда тегіс күйдегі кері байланыс арқылы шешімге ие болады. Алайда, осы мәселе тірек сигналы уақытқа байланысты өзгеретін жағдайда кері байланыстың тегіс күйі арқылы шешу мүмкін емес болады. Сондықтан да, бұл жағдайды еңсеру үшін Цянь және Линь [5] шығыс мәліметтерін практикалық бақылау мәселесін шешуде (2) жүйеге қарағанда жалпылама жүйені ұсынып, қайсыбір сәйкес шарттар қою арқылы кең ауқымды күшті практикалық бақылау есебі кері байланыс күйі көмегімен шешуге болатындығын дәлелдеді. Практикалық жағдайда мұндай контроллер құру үшін тек шығыс мәліметтерін қолданған дұрыс және (2) жүйені тұрақтандыру мәселесі шығыс мәліметтері бойынша кері байланыс арқылы әлі шешімін таппаған, сәйкесінше ізге түсіру мәселесінің де шешімі жоқ. Сондықтан да, Ян және Лин [24] (2) жүйеге қарағанда жұмсақтау жүйені ұсынды және мұндағы $p_i = p(i = 1, \dots, n - 1)$ және $p_n = 1$ деп болжам жасады:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1}^{p_i} + \phi_i(t, x, u), \quad i = 1, \dots, n - 1, \\ \dot{x}_n &= u + \phi_n(t, x, u), \\ y &= x_1, \end{aligned} \quad (3)$$

және «екі контроллер – бақылаушы және компенсатор» идеясын ұсынды. Ол бойынша (3) жүйені кең ауқымды күшті орнықтандыруға тегіс кері байланыс арқылы қол жеткізуге болатынын көрсетті.

Соңғы кезде кең ауқымды Липшицтық емес өлшенбейтін күй компоненттері бар жүйелер классы үшін практикалық ізге түсіру мәселесі [25] жұмыста шешімін тапты. [26] еңбекте ол бұл нәтижені асимптотикалық ізге түсіру үшін кеңейтті. Алайда екеуі де жоғары реті сызықтық емес жүйелер үшін қолданылмайды. Сунь және Лю [27] жұмыста жоғары ретті анықталмаған сызықтық емес жүйелер үшін шығысты практикалық ізге түсіруді зерттеді.

Бұл мақалада сызықтық емес жүйелердің шығысын кең ауқымды практикалық ізге түсіру мәселесі қарастырылып, зерттеушілердің әр түрлі шешу тәсілдері қарастырылды.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

17. Byrnes C., Piscoli D, Isidori A. Output regulation of uncertain nonlinear systems.- Birkhauser, Boston, 1997.
18. Isidori A. Nonlinear control systems. Springer, New York, 1999.
19. Byrness C., Isidori A. Output regulation for nonlinear system; An overview, Internat. J. Robust nonlinear control 10(5).2000, P. 323-337.
20. Lin W., Qian C. Robust regulation of a chain of power integrators perturbed by a lower-triangular vector field. Internat. J. Robust nonlinear control 10(5).2000, P. 397-421.
21. Qian C., Lin W. Practical output tracking of nonlinear systems with uncontrollable unstable linearization, IEEE Trans. Automat. Control 47(1). 2002. P. 21-36.
22. Benabdallaha A., Khalifab T., Mabroukc M. Adaptive practical output tracking control for a class of uncertain nonlinear systems. Int. J. Innovative Comput. Inf. Control 46(8). 2015. P. 1421-1431

23. Wang H, Chen B., Lin C. Adaptive neural tracking control for a class of stochastic nonlinear systems with unknown dead-zone. *Int. J. Innovative Comput. Inf. Control* 9(8). 2013. P. 3257-3269
24. Wang Z., Zhai J., Ai W., et al., Global practical tracking for a class of uncertain nonlinear systems via sampled-data control *Appl.Math. Comput.* 260(2015). P. 257-268
25. Dayawansa W., Martin C., A converse Lyapunov theorem for a class of dynamic systems undergo switching. *IEEE Trans. Automat. Control.* 44(4). 1999. P. 751-760
26. Branicky M., Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems *IEEE Trans. Automat. Control.* 43(4). 1998. P. 475-482.
27. Liberzon D., Morse A. Basic problems in stability and design of switched systems., *IEEE Control Syst.*19(5). 1999. P. 59-70.
28. Gazi V., Output regulation of a class of linear systems with switched exosystems, *Internat. J. Control* 80(10). 2007. P. 1665-1675.
29. Lee J., Khargonekar, Optimal output regulation for discrete-time switched and Markovian jump linear systems. *SIAM J. Control Optim.* 47(1). 2008. P.40-72.
30. Dong X., Zhao J. Output regulation for a class of switched nonlinear systems: An average dwell-time method. *Internat. J. Robust nonlinear control.* 23(4). 2013. P. 439-449
31. Song Z., Zhai J. Practical output tracking control for switched nonlinear systems: A dynamic gain based approach. *Nonlinear analysis: Hybrid systems* 30. 2018. P. 147-162.
32. Byrness C., Isidori A. New results and examples in nonlinear feedback stabilization, *System and control letters* 12.1989, P. 437-442.
33. Desoer C., Lin C., Tracking and disturbance rejection of MIMO nonlinear systems with PI controller // *IEEE Trans. Autom. Control*, 30 (9), 1985. P. 861–867.
34. Di Benedetto, M. Synthesis of an internal model for nonlinear output regulation. *Int. J. Control*, 45 (3), 1987. P. 1023–1034.
35. Alimhan K., Inaba H., Practical output tracking by smooth output compensator for uncertain nonlinear systems with unstabilisable and undetectable linearization. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 5, 2008, P.1-13.
36. Alimhan K., Inaba H., Robust practical output tracking by output compensator for a class of uncertain inherently nonlinear systems. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, Vol.4 (2008), No.4, P.304-314.
37. Čelikovský S. and Huang J., Continuous feedback practical output regulation for a class of nonlinear systems having non-stabilizable linearization // *Proc.38th IEEE Conf. Decision and Control*, Phoenix, AZ, pp.4796–4801.
38. Lin W. and Qian C., Adding one power integrator: a tool for global stabilization of high-order triangular systems // *Syst. Contr. Lett.*, Vol. 39, 2000b, pp.339–351.
39. Yang B., Lin W. Robust output feedback stabilization of uncertain non-linear systems with uncontrollable and unobservable linearization // *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 50, 2005. pp.619–630.
40. Polendo J., Qian C., A generalized homogeneous domination approach for global stabilization of inherently non-linear systems via output feedback // *Int. J. Robust Non-linear Control*, Vol.17, 2007. pp. 605–629.
41. Gong Q., Qian C. Global practical output regulation of a class of nonlinear systems by output feedback. *Automatica*, 43(1). 2007. P. 184-189.
42. Andrieu V., Praly L., Astolfi A. Asymptotical tracking of a reference trajectory by output-feedback for a class of nonlinear systems. *Syst. Control Lett.* 58(9). 2009. P0 652-663.