

$$u_t - u_{xx} + q(x)u = p(t)h(x), \quad E \times (0, T) - \text{да} \quad (6)$$

$$\begin{cases} v \in V \setminus \partial\Omega \text{ әрбір төбесінде } \sum_{e_j \sim v} \partial u_j(v, t) = 0, \quad t \in [0, T] \\ \text{барлық } t \in [0, T] \text{ үшін әр төбесінде } u(\cdot, t) \text{ үзіліссіз} \end{cases} \quad (7)$$

$$\partial u = f \quad \partial\Omega \times [0, T] - \text{ға}, \quad u|_{t=0} = 0 \quad \Omega - \text{ға} \quad (8)$$

Шекаралық басқару әдісі (Boundary Control Method) [3] 2-ретті Вольтеррдің интегралды теңдеуін алуға мүмкіндік береді. Бұл теңдеуді сандық түрде шешу үшін тізбекті жуықтау әдісін қолданамыз.

### Қолданылған әдебиеттер тізімі

43. Rall W. Theory of physiological properties of dendrites // [Mathematical Theories of Biological Phenomena](#), 1962, № 96 (4) – P. 1071-1092.
44. Атантаева С.А., Бейсенова Д.Д. Математическая модель активности клетки через рецепторы кожи // Сборник материалов XIV Международной научной конференции студентов и молодых ученых «Наука и образование – 2019». – Нур-Султан, 2019. – С. 1372-1375.
45. Avdonin S. and Kurasov P. Inverse problems for quantum trees // *Inverse Problems and Imaging*, 2008, № 1. – P. 1-21.

### ПРОГНОЗИРОВАНИЕ УРОВНЯ МИГРАЦИИ НАСЕЛЕНИЯ МЕТОДАМИ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА.

Куйкенова Дамегуль Бауыржановна  
[db.kuikenova@gmail.com](mailto:db.kuikenova@gmail.com)

Магистрант 2 курса по специальности  
математическое и компьютерное моделирование  
Механико-математического факультета  
ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан  
Научный руководитель – К.М. Аканова

Большинство прикладных экономических и технологических задач решаются с помощью методов построения математических моделей. Среди которых следует отметить математические модели, построенные на основе гармонического анализа, так как многие процессы являются периодическими, т.е. воспроизводятся повторно с течением времени. Основой прикладного гармонического анализа являются методы приближенного разложения функции, заданной графически или таблично в ряд или интеграл Фурье.

**Ключевые слова:** прикладные методы анализа, анализ-Фурье, математическое моделирование социально-экономических процессов.

Целью работы стало применение Фурье-анализа для описания циклов колебаний пассажиров мигрирующих по стране и за ее пределы, путем использования воздушного вида транспорта и прогнозирование динамики будущих перелетов на ближайший период, анализ и оценка ожидаемых доходов о продажи авиабилетов.

Гармоническая модель перелетов пассажиров позволяет отследить периоды большей активности передвижения населения и в зависимости от этого оценить необходимый объем предоставления авиатранспорта для граждан и будущую прибыль авиаперевозчиков, а так же выявить периоды, когда необходимо усилить меры безопасности в связи со скоплением людей в общественных местах.

Для изучения данной темы были проанализированы данные статистического агентства Канады, а именно операционная и финансовая статистика крупных Канадских авиаперевозчиков в период с 2015 по 2019 года. По исходным данным построен график временного ряда (60 отчетов) по месяцам. (Рис. 1)

Барьером к получению данных, пригодных для исследования, может служить тренд, т.е. общее направление развития процесса, определяющее основную тенденцию динамического ряда. Чтобы исключить воздействие на график случайных колебаний необходимо удалить тренд.

Уравнение тренда в рассмотренном примере имеет вид:  $y = 0,9942x - 36141$

После проведения анализа Фурье для получения достоверного графика необходимо прибавить тренд к гармонической модели, описывающей исходную функцию.

Сам анализ Фурье заключается в том, что любую сложную форму волны можно представить в виде конечной и бесконечной суммы простых волн.



Рис. 1. Исходные данные

Полное гармоническое колебание описывается периодическими функциями  $\sin kt$  и  $\cos kt$ . Сложное гармоническое колебание возникает в результате суммирования при наложении простых гармоник друг на друга.

Для исследования исходных данных мы использовали следующее уравнение:

$$\hat{y}_t = a_0 + \sum_{k=1}^n (a_k \cos kt + b_k \sin kt),$$

которое позволяет выравнивать процессы с периодичной составляющей  $k$  (определяет гармонику ряда). Коэффициенты, необходимые для метода Фурье находят по формулам:

$$a_0 = \frac{\sum y}{n}, \quad a_k = \frac{2 \sum y \cos kt}{n}, \quad b_k = \frac{2 \sum y \sin kt}{n}$$

Отметим, что результаты по ряду Фурье дают наибольший эффект в тех случаях, когда временной ряд насчитывает большое число уровней.

В нашем случае коэффициенты получились следующие:

Таблица 1. Коэффициенты для анализа Фурье

ao	k	ak	bk
6511,283	1	657,703	1027,932
	2	430,260	2055,863
	3	808,663	-854,695
	4	791,123	-108,497
	5	-151,486	-107,015
	6	95,108	458,713

	7	4615,373	-7580,738
	8	879,525	-245,866

Значения синусов и косинусов для дальнейших расчетов представляют в виде таблицы со следующими параметрами:

Таблица 2. Таблица для расчетов

Период времени	t	y	y cos t	y sin t	y cos2t	y sin 2t	...

Для изучения процессов с использованием ряда Фурье необходимо рассчитать несколько гармоник (чаще всего четыре), а затем установить, какая из них лучше отражает периодичность изменений. Формулы для гармоник выглядят так:

$$U_1 = a_0 + a_1 \cos t + b_1 \sin t$$

$$U_2 = a_0 + a_2 \cos 2t + b_2 \sin 2t$$

$$U_k = a_0 + a_k \cos kt + b_k \sin kt$$

Таким образом аппроксимирующий многочлен Фурье с учетом только первой гармоники имеет следующий вид:

$$\hat{y}_{t1} = 6511,283 + 657,703 \cos t + 1027,932 \sin t$$

с учетом четвертой гармоники, соответственно:

$$\hat{y}_{t4} = 6511,283 + 657,703 \cos t + 1027,932 \sin t + 430,260 \cos 2t + 2055,863 \sin 2t + 808,663 \cos 3t - 854,695 \sin 3t + 791,123 \cos 4t - 108,497 \sin 4t$$

Построив графики сумм первой гармоники и четвертой гармоник ряда Фурье (Рис. 2) мы можем заметить что, они повторяют цикличность графика исходных данных (Рис. 1).

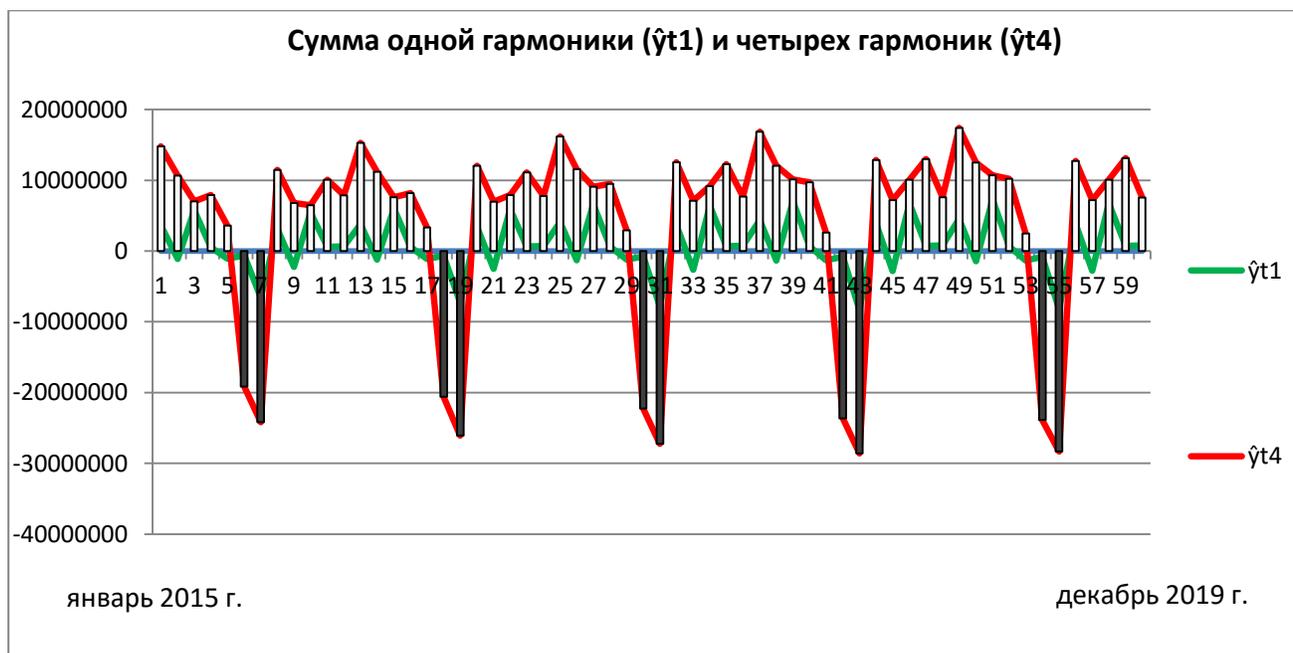


Рис. 2. Сравнение сумм одной гармоники и четырех гармоник ряда Фурье.

Изучая данные дальше и, строя вторую и третью гармоники, получаем, аномальные значения в цикличности второй гармоники и более сглаженные значения в графике суммы третьей гармоники ряда Фурье.



Рис. 3. Сравнение сумм гармоник ряда Фурье.

Используя методы предварительной обработки данных и анализ Фурье, мы получили математическую гармоническую модель, описывающую исходные данные, на основе которой мы можем делать дальнейший анализ, включая прогнозирование. Из которой следуют выводы:

- миграция граждан Канады имеет циклический характер, увеличивается и уменьшается в определенные временные периоды. Увеличивается в летний период, уменьшается – в осенний и весенний периоды;
- анализ данных позволяет сделать вывод о том, что пик показателя миграции граждан приходится на июль-август, а спад – на октябрь и ноябрь. Это обусловлено различными факторами, такими как график рабочих и праздничных дней, дни трудового отпуска, сезонные виды заработка и т.д.;
- прогноз авиа-передвижений на последующие периоды приближен к реальности. В связи с ежегодным увеличением потребности экономии времени, что означает использование наиболее быстрого из видов транспорта. Безусловно, на точность прогноза влияют множество факторов, например, такие, как: экономическая обстановка, климатическая обстановка и другие;
- несмотря на то, что расчетное значение коэффициента детерминации  $R^2$  равно, 42,51%, он значим по критерию Фишера, а значит, модель значима в целом. Так как применяемый способ анализа изучает зависимость данных только от одного фактора- фактора времени, то существует другие регрессоры, оказывающие влияние на количество перелетов граждан по стране и за ее пределы, а значит, и на выручку от продаж авиабилетов;
- данный способ обработки данных имеет важное практическое значение, так как с помощью теоретических сведений, полученных в результате изучения, можно решать довольно широкий круг практических задач, в том числе и многие социально- экономические явления.

#### Список использованных источников

1. <https://www150.statcan.gc.ca/t1/tbl1/en/tv.action?pid=2310007901>
2. К. Ланшоц. Практические методы прикладного анализа. Справочное руководство // Под ред. А.М. Лопшица. –М.:Госфизматлит, 1961. –521 с.
3. Гасанов А.С. Адаптивные методы построения математических моделей объектов с помощью гармонического анализа // Международная научная конференция «Интеллектуальные системы принятия решений и прикладные аспекты информационных технологий» (IDMIT'2005). – Евпатория: Херсонский морской институт, 2005. –Том 1. – С.56-60

УДК 517.927.25

### ГРАФ-БАЙЛАМДА БЕРІЛГЕН ШТУРМ-ЛИУВИЛЛЬ ЕСЕБІ ҮШІН ӨЗІНДІК ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ ҚАСИЕТТЕРІ

Мархан Айнұр Артықбайқызы

[markhan.aynur@mail.ru](mailto:markhan.aynur@mail.ru)

Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ, Математикалық және компьютерлік модельдеу  
кафедрасының магистранты, Нұр-Сұлтан, Қазақстан  
Ғылыми жетекшісі – К. Сулейменов

Бұл жұмыста  $\Gamma$  графта берілген Штурм-Лиувилль есебінің графтағы өзіндік функциялары бойынша жіктелуін қарастырамыз.

$\Gamma$  –  $\gamma_k$ ,  $k = \overline{1, m}$  қабырғасы және  $\xi$  түйіндерінен тұратын геометриялық граф-байлам болсын;  $\gamma_k$ ,  $k = \overline{1, m-1}$  қабырғасы  $[0, \pi/2]$  кесіндісімен, ал  $\gamma_m$  қабырғасы  $[\pi/2, \pi]$  кесіндісімен