

Обобщая возможность получения эффективной обратной связи, реципиентами будут следующие субъекты:

1. Обучаемый
2. Преподаватель
3. Родитель
4. Администрация школа
5. База данных искусственного интеллекта (Big data)

Если первые четыре пункта особых вопросов не вызывают, то последний нуждается в пояснении. В далекой перспективе (5-10 лет), уверен, появится возможность создание “портрета” обучаемого на основе накопленных и обработанных результатов определенного обучаемого. Данный факт поможет строить собственную траекторию обучения индивидуально каждого ученика.

Если взглянуть шире и представить, что таких задач большое количество. Все эти задачи можно подвергнуть анализу, классификации, сортировке - в общем обработке таким образом, чтобы они вместе формировали, назовем, супердерево, И для того, чтобы скажем освоить весь курс восьмого класса, нужно будет решать “правильно” обойти это супердерево решив определенное количество задач. Понятно, что в данной концепции будет большое количество параметров и ограничений. Однако, считаю, что следует смотреть вперед и пробовать новые технологии.

#### **возможность геймификации:**

Поскольку процесс решения задачи поделен на этапы и может быть оценен каждый этап решения, то этот процесс может быть переведен в плоскость игр. К примеру, для прохождения определенного этапа ученику необходимо набрать определенную сумму баллов в рейтинге. Данное количество баллов позволяет использовать дополнительные фишки к примеру [2].

Подытоживая все вышенаписанное, следует подчеркнуть основные моменты еще раз:

- Дерево решения как новый инструмент саморефлексии ученика
- Новые возможности для всех субъектов образования
- Перспективы и элементы искусственного интеллекта.

#### **Список использованных источников:**

1. [https://www.matburo.ru/ex\\_emm.php?p1=emmdr](https://www.matburo.ru/ex_emm.php?p1=emmdr)
2. [https://function-x.ru/graphs4\\_modeling\\_decision\\_tree\\_game\\_tree.html](https://function-x.ru/graphs4_modeling_decision_tree_game_tree.html)

ӘОЖ 372.851

### **МЕКТЕП МАТЕМАТИКАСЫНДАҒЫ ЫҚТИМАЛДЫҚТАР ТЕОРИЯСЫ ЭЛЕМЕНТТЕРІ МЕН ОНЫ БЕРУ ӘДІСІ**

**Салықова Рабиға Абайқызы**

[r\\_salykova@bk.ru](mailto:r_salykova@bk.ru)

Л. Н. Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық Университеті

Механика-математика факультеті 4-курс студенті,

Нұр-Сұлтан, Қазақстан

Ғылыми жетекшісі – PhD Ғ. Е.Тауғынбаева

Ықтималдықтар теориясын мектепте оқыту бірнеше ерекшеліктерге ие. Бір жағынан ол өте ауқымды да қиын тақырып болса, басқа жағынан ол оқушының дамуына көп көмек беретін

мүмкіндік. Қазіргі таңда оқушыларға ықтималдық көмегімен дұрыс ойлауға, ақпаратты алуды, талдауды және оны жөндеуді, әртүрлі оқиғаларды ескере отырып, олардың жан-жақты ойластырылған іс-әрекеттерді жасауға үйрету біздің міндет. Алайда бұл тақырыпты үйрету барысында біз біршама мәселелерге кездестік. Ықтималдықтар теориясы, комбинаторика сынды тақырыптар бұрын сонды мектеп бағдарламасында мүлдем оқытылмаған, тек соңғы 5 жылда енгізіле бастағанымен, терең мән берілмеген болатын. Мектеп оқулықтарындағы берілген мәліметтер оқушылар үшін өте қиын тілде жазылған. Ал 5-6 сыныптарда теориясыз, тек есептер арқылы ғана берілген. Сондықтан, бұл жұмыстың басты мақсаттарының бірі – математиканың бұл салаларын оқушылардың жас ерекшеліктерін, білім деңгейлерін ескере отырып, оларға оңай түсіндіретін әдіс ұсыну. Ол үшін біз ең алдымен білім беру мекемесінде қолданыста болған және қазір қолданыстағы оқулықтарға шолу жасалып, талдау жүргізілді.

Жұмыс барысында 2003-2019жж қолданыста болған жалпы білім беру мектептеріне арналған 5-11 сыныпқа арналған, ТМД елдерінде қолданыстағы, Кеңес дәуірі кезіндегі, сонымен қатар, шетелдік оқулықтарындағы ықтималдықтар теориясы элементтері талқыланып, оларға салыстырыла отырып талдау жасалды.

Алдымен, жалпы еліміздегі жағдайға тоқталайық. Талдау барысында байқағанымыз 5-6 сыныптарда ықтималдықтар теориясы тақырыптарының ешқандай ториясы кездеспегенімен, олар тапсырмалар арасында қиындатылған, логикалық есептер ретінде берілген.

Ал 7-11 сынып аралығындағы оқулықтарға тоқталатын болсақ, ол жерде бұл ықтималдықтар теориясының элементтері кеңінен қарастырылған. Осыған дейін қолданыста болған оқулықтарда 7-11 сыныптарда «жиілік» ұғымын енгізу арқылы оқиға ықтиалдылығының классикалық анықтамасын жәнеоны табуды үйреткен. Ал қазіргі қолданыстағы оқулықтарда «Ықтималдықтар теориясы және оның элементтері» деп аталатын жеке тарау қарастырылған. Бұл тарауда ықтималдықтың классикалық анықтамасымен қатар, геометриялық анықтамасы, ықтималдылықтық түрлері, Байес формуласы, Бернулли формуласы сынды ықтималдықтар теориясын тереңірек меңгеруге арналған тақырыптар қарастырылған.

Осы талданған барлық оқулықтардан байқаған басты мәселе – ықтималдықтар теориясы элементтерінің оқушыныңжас ерекшелігіне негізделген дұрыс анықтамаларының, тіпті «оқиғаның орындалуы немесе орындалмауы», «оқиға» деген сияқты маңызды ұғымдардың анықтамаларының берілмейтіндігін көреміз. Мысалы, жалпы білім беретін мектептің 7-сыныбына арналған Ә.Н. Шыныбековтің 2003 ж. «Алгебра» оқулығында [2] оқиға ықтималдылығының анықтамасы келесі түрде берілген (1-сурет):

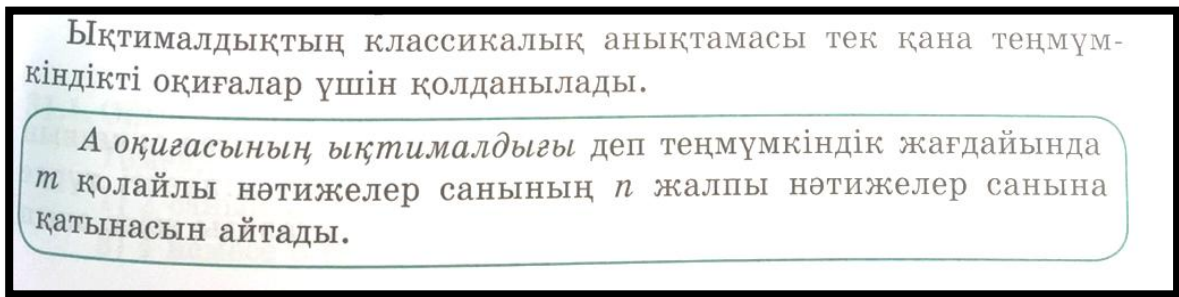
Сонымен, егер қандай да бір сынақ нәтижесінде мүмкіндігі бірдей санаулы элементар оқиғалар орындалатын болса, онда А оқиғасының ықтималдығы

$$P(A) = \frac{m}{n} \quad (1)$$

1-сурет.

Бұл оқулықтағы оқиға ықтималдылығының классикалық анықтамасы математикалық та, тіл тұрғысынан да түсініксіз екендігін көруге болады. Математикалық тұрғыдан қателігіне тоқталатын болсақ, «қандай да бір сынақ нәтижесінде ... » автор айтқандай «санаулы» емес әрқашан тек бір ғана элементар оқиға орындалады, «... мүмкіндігі бірдей оқиға ...» деген термин арқылы қандай шартты қанағаттандыратын оқиғалар туралы сөз қозғалып жатқандығы жайлы ештеңе айтылмаған. Және де, автор көрсетіп отырған ықтималдықты есептеу формуласын беретін (1) формуладағы  $m, n$  нені білдіретіндігі туралы да ештеңе айтылмаған.

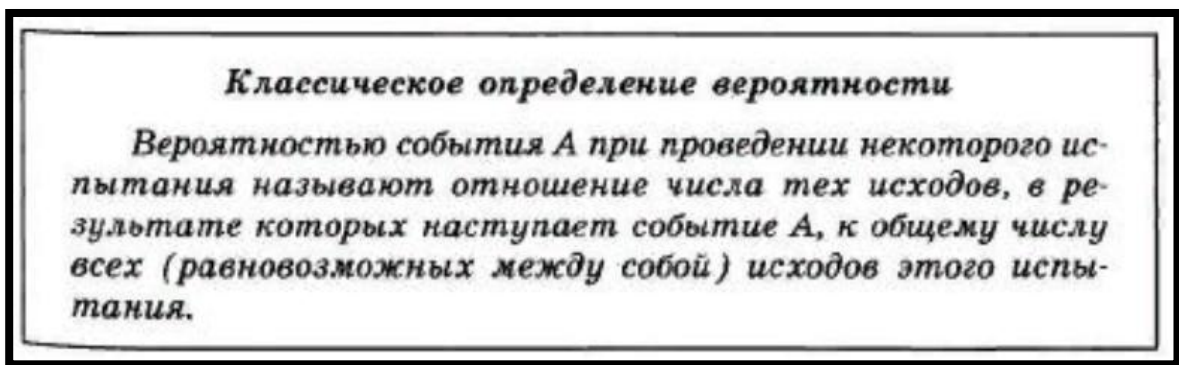
Ал қазіргі қолданыстағы жалпы білім беретін мектептің 9-сыныбына (2-бөлім) арналған А. Е. Абылқасымова, Т. П. Кучер, В. Е. Корчевский, З. А. Жумагулова «Алгебра» 2019 жылғы оқулығында [3] осы анықтама 2-суреттегідей берілген.



2-сурет.

Бұл оқулықта «тең мүмкіндікті оқиға» деген сөз тіркесі қолданылып, классикалық анықтама тек сондай оқиғалар үшін жарамды делінген, бірақ бұл оқулықтан да біз қандай оқиғаларды тең мүмкіндікті оқиға деп атайтындығын көрмедік. Сондай ескертуді «қолайлы нәтиже» ұғымы үшін де айтуға болады.

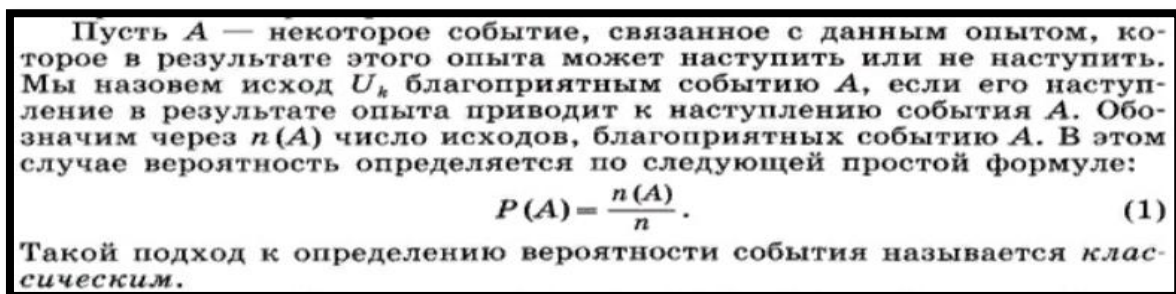
Ресей мемлекетінің бірқатар оқулықтарын қарастырайық. Мысалы, 10-11 сынып оқушыларына арналған А. Г. Мордковичтің «Алгебра және анализ бастамалары» оқулығында [4] анықтама келесідей берілген:



3-сурет.

Берілген анықтаманың (3-сурет) алдында оқиға орындалады дегеніміз не екендігін анықтап алмағандықтан ықтималдылықтың классикалық анықтамасы неліктен «А оқиғасының орындалуына алып келетін нәтижелер санының жалпы нәтижелер санына қатынасы...» түрінде анықталғандығын оқушыға түсіну қиын. Бұл оқулықта есептерді шығару үшін бірнеше топтарға бөлген.

Тағы бір Ресейлік оқулықтан мысал келтірейік. 9-сынып оқушыларына арналған Н.Я.Веленкиннің тереңдетіп оқуға арналған алгебра оқулығында [5] дәл осы анықтамаға келесідей түсініктеме берген:



4-сурет.

4-суреттен байқағанымыздай, бұл оқулықта оқиға үшін жағымды нәтиженің не екендігін айтқанмен де оқиға орындалады немесе оқиға орындалмайды деген нені білдіретіндігі айтылмаған. Оқулық математиканы тереңдетіп оқитын мектептерге арналғандықтан бұндағы анықтамалар да ғылыми тілде жазылған.

Ал АҚШ оқу бағдарламасының ресми сайтынан <https://flexbooks.ck12.org/cbook/ck-12-interactive-middle-school-math-7-for-ccss/section/7.1/primary/lesson/understanding-likelihood-4424745-msm7-ccss> [6]

Оқушыларға ешқандай ережесіз мысал ретінде, анимациялық ойын түрінде жеңіл берілетіндігін көреміз. Және де, ықтималдылықтың кейбір қасиеттері дәлелдеусіз қабылдаңыздар деген тұрғады тақырып соңынан берілген.

Жұмыстың негізгі мақсаты оқушылардың жас ерекшелігін ескере отырып, «Математикалық кемелденуге» жететіндей деңгейде ықтималдықтар теориясының элементтерін беру болып табылады.

Біз әлемдік оқу жүйесін зерттей отырып ықтималдықтар теориясын өте көрнекі күнделікті өмірде қолданыста жүрген модель құрып, сол модельді артынша математикалық тілге аудару арқылы берсек оқушыға әрі түсінікті, әрі ұмытылмайтындай болады. Ондай әдістеменің бірі 10-11 сынып оқушыларына арналған Н.Темиргалиев, Б.Аубакир, Е.Баилов, М.К.Потапов, К.Шерниязов «Алгебра және анализ бастамалары» оқулығында [1] берілген.

Барлық өлшеулердің, оның ішінде ықтималдықты өлшеудің негізіне алынған идея өте қарапайым.

Әрқайсысының өз бағасы бар, жалпы сомасы 1 бірлікке тең (бірлік ретінде кез келген соманы, мысалы, 1317321 теңгені немесе басқаны алуға болады) әр түрлі тауарлары бар сауда киоскісін көзалдымызға елестетейік. Кейбір әр түрлі тауарлардың бағалары бірдей болуы мүмкін. Қандайда бір тауарлардан тұратын пакет құрастырайық (ол бос пакеттен бастап, киоскідегі бүкіл тауарлардан құралған пакетке дейінгі пакеттердің кез келгені бола алады). Сонда пакеттің бағасы пакеттегі тауарлар бағаларының қосындысына тең болады.

Алда, «Киоск» жәрдемші моделі» дегенде, осыны айтатын боламыз.

5-сурет.

Сонымен оқулықта осылайша «Киоск моделі» берілген, ендігі мақсат осы модельдегі әрбір элементті математикалық тілдегі атауын беру:

- 1) тауар –  $\omega$  элементар оқиға,
- 2) тауардың бағасы –  $\omega$  элементар оқиғаның  $P(\omega)$  ықтималдығы,

3) қандайда бір тауарлардан құралған пакет – тауарларға сәйкес элементар оқиғалардан құралған  $A$  оқиғасы,  
 4) пакеттің бағасы – оқиға ықтималдығы  $P(A)$  (ол оқиға құралған элементар оқиғалар ықтималдықтарының қосындысына сан жағынан тең),  
 5) киоск – барлық элементар оқиғалардан құралған  $\Omega$  жиыны (қысқаша айтқанда: элементар оқиғалардың  $\Omega$  кеңістігі), онда ықтималдықтар теориясын түсіну үшін қажетті теориялық негіз болатын ықтималдық модель немесе, басқаша айтқанда, ықтималдық кеңістігі ұғымын аламыз.

6-сурет.

Міне осындай модельдердің көмегімен оқушыларға әлдеқайда түсінікті әрі ұзақ уақыт есте қаларлықтай түсіндіруге болады. Келесі мәселе - «оқиға қай кезде орындалады?» немесе «оқиға қай кезде орындалмайды?» сұрақтарына жауап беру. Бұл сұраққа оқулықта келесідей жауап берілген:

Белгілі бір оқиға белгіленді, эксперимент жүргізіліп, оның нәтижесі белгілі болсын. “Эксперимент нәтижесінде берілген оқиға орындалды” және “эксперимент нәтижесінде берілген оқиға орындалған жоқ” дегендер нені білдіреді?  
 Бұл сұрақтың жауабы келесідей: жүргізілген эксперимент нәтижесі элементар оқиға ретінде берілген оқиғаның элементі болса, онда барлық оқиға орындалды деп айтады және бұл жағдайда берілген оқиғаның басқа элементар оқиғаларының орындалуы мүмкін емес.

7-сурет (а).

Егер эксперимент нәтижесі берілген оқиғаның элементі болмаса, онда барлық оқиға орындалған жоқ деп айтады.

7-сурет (б).

Осыған дейін көрсетілген оқулықтардағы ықтималдықтың классикалық анықтамасын енді осы оқулықта қалай берілген? Оны келесі анықтамадан көре аламыз:

$$P(A) = \frac{A \text{ жиынындағы элементар оқиғалар саны}}{\Omega\text{-ғы элементар оқиғалар саны}}$$

Оқиғаның ықтималдығын есептеуге арналған осы теңдік “ықтималдықтың классикалық анықтамасы” деп аталады.

8-сурет.

Оқулықта беріліп отырған анықтамалар (5-8-суреттер) біріншіден көрнекі модель ретінде оқушылардың көз алдына толық ықтималдық кеңістігін елестете алуына мүмкіндік береді. Одан кейін берілген математикалық анықтамалар оқушылар үшін де, математикалық тұрғыдан да түсінікті.

Оқиға ұғымы математиканың алғашқы ұғымы жиын және жиынша арқылы алынса, оқиғаның орындалу және орындалмауа жиын мен оның элементі арасындағы қатынас арқылы берілген. Мектеп аясында қарастырылатын есептер үшін оқушы бұл екеуін де тексере алады.

Оқушыларға ықтималдықтар теориясының негізгі элементтерін беру барысында осы теориялық материалдарды қолдана отырып, ақпараттық-коммуникативтік технология (АКТ) құралдарының көмегімен тақырыпты тиімді түсіндіруге болатындығына көз жеткіздік.

Ол үшін жоғарыда айтқандай қазіргі және бұрынғы қолданыста болған оқулықтарға ғана шолу жасамай, шетел оқулықтарын қарастырдық. Ізденістегі нәтижеден байқағанымыз, Еуропа елдері комбинаторика, ықтималдықтар элементтері, математикалық статистика салаларын бізден біршама уақыт бұрын мектеп бағдарламасына енгізген екен. Ал олардың сабақ беретін әдісіне келетін болсақ, түрлі анимация, слайд, видеолар арқылы мысалдар көрсетіліп, оқушыларға практикалық тапсырмалар көп беріледі. Сондықтан біз экспериментімізде ХХІ ғасыр технологиясын қолданып, оқушыларға түрлі анимацияларды қолдана отырып, «Киоск» моделі арқылы көз алдарында қалатындай етіп, негізгі ұғымдарды енгіздік.

Эксперимент Қорғалжын мектеп-гимназиясының 9 «А» сынып оқушыларымен жүргізілді. Жалпы сыныпқа келетін болса, жалпы оқушылар саны – 21, сыныпты «үздік» оқушылар саны – 5, «жақсы» оқитындар саны – 9, ал үлгерімі «қанағаттандырарлық» оқушылар саны – 7. Сабағымыздың тақырыбы - «Оқиға және оның ықтималдылығы». Сабақ барысы оқушыларды қызықтыру мақсатында ойын түрінде өткізілді, оқушылардың зейінің арттыру үшін сабақты түсіндіру барысында кезкелген уақытта оқушылардың кезкелгеніне сұрақ қойылып отырды және <https://flexbooks.ck12.org/cbook/ck-12-interactive-algebra-1-for-ccss/> [6] сайтындағы анимациялардың көмегімен тақырыптың мағынасы аша түстік. Сабақ толық түсіндіріліп болғаннан кейін әртүрлі практикалық есептерді қарастырдық.

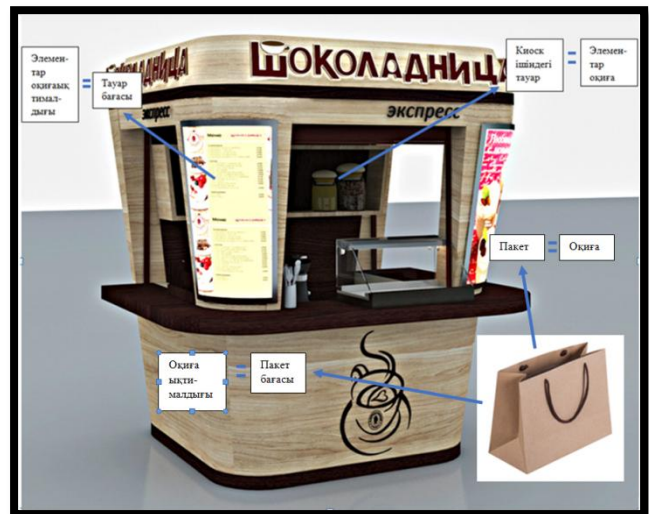
9-сынып оқушылары үшін «ықтималдықтар теориясы элементтері» тарауына 6 сағат арналған, осы алты сағаттың үшеуін «теория+практика» түрінде өткісек, қалған үш сағатты тек практикаға арнадық. Тақырыптар келесідей болып бөлінді:

1. Оқиға және оның түрлері – Көмекші «Киоск» моделі және математикалық модель;
2. Ықтималдықтың классикалық және статистикалық анықтамасы;
3. Ықтималдықтың геометриялық анықтамасы – мектеп қабырғасында өлшем ұғымын енгізу мүмкін емес болғандықтан ауызша түсіндіре отырып, ұзындық, аудан, көлем қолданылды.

Айтып өткендей сабақты түрлі анимациялар (1-бейне), слайд (9-сурет), видеолар қолдандық, соларға мысал ретінде сілтеме бойынша видеоға өтуге болады:



1-бейне.



9-сурет.

Сонымен, эксперименттің соңында оқушылардың қаншалықты сабақты меңгергендігін білу үшін тапсырмалары берілді, одан оқушылар теориялық тұрғыда да тақырыпты толық меңгеріп, оны емін еркін практикада қолдана алатындығын көрсетті.

Қорытындысында, осы жұмыс барысында тек бір ғана анықтаманың маңайында оқулықтардың қаншалықты сын көтермейтіндігін көрсетіп, әлемдік тәжірибенің жақсысын үйрене, жаманынан жирене отырып, «Оқиға және оның ықтималдылығы» тақырыбын берудің тиімді әдістемесін ұсындық.

### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. 10-11 сынып. Алгебра және анализ бастамалары. Н.Темиргалиев, Б.Аубакир, Е.Баилов, М.К.Потапов, К.Шерниязов. Алматы: Жазушы, 2002 ж.
2. Жалпы білім беретін мектептің 7-сыныбына арналған оқулық. Шыныбеков Ә.Н. Алматы: Атамұра, 2003 ж.
3. Жалпы білім беретін мектептің 9-сыныбына арналған оқулық. А. Е. Абылкасымова, Т. П. Кучер, В. Е. Корчевский, З. А. Жумагулова. Алматы: Мектеп, 2019ж.
4. 10-11 сынып оқушыларына арналған А. Г. Мордкович «Алгебра және анализ бастамалары».
5. 9-сынып оқушыларына арналған Н.Я.Веленкин «Тереңдетіп оқуға арналған алгебра».
6. <https://flexbooks.ck12.org/cbook/ck-12-interactive-algebra-1-for-ccss/>

ӘОЖ 514.01

## ГЕОМЕТРИЯЛЫҚ ӘДІСПЕН АЛГЕБРАЛЫҚ ЕСЕПТЕРДІ ШЕШУ

**Тамбетова Жулдыз Курманказыевна**

[zhuldyz.1511@mail.ru](mailto:zhuldyz.1511@mail.ru)

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің  
6М0109000 – математика мамандығының 1 курс магистранты, Нұр-Сұлтан  
Ғылыми жетекшісі - Т.Туканаев

Математика мен геометрия - өзара жақын пәндер. Оларды бір-бірінен ажыратып қарай алмаймыз. Соның ішінде геометрия курсы математиканы оқытуда үлкен орынға ие. Геометрия