ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XVIII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»

PROCEEDINGS
of the XVIII International Scientific Conference
for students and young scholars
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»

2023
Астана

УДК 001+37
ББК 72+74
G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023» студенттер мен жас ғалымдардың XVIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XVIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023» = The XVIII International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023». – Астана: – 6865 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-337-871-8

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001+37
ББК 72+74

ISBN 978-601-337-871-8

УДК 524.832

МИНИМАЛДЫ ЕМЕС СКАЛЯР ӨРІСІ БАР $f(G)$ ГРАВИТАЦИЯ ТЕОРИЯСЫНЫҢ КОСМОЛОГИЯЛЫҚ ШЕШІМДЕРІНІҢ ҚАСИЕТТЕРІ

Амангелді Алина Батыржанқызы
amangeldiab@mail.ru
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ магистранты, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекші – П.Цыба

Бақылаулардың соңғы деректері ғаламның үдемелі жылдамдықпен кеңеюін бастан кешіріп жатқанын көрсетеді, бұл қазіргі космологияның басты тақырыбына айналды. Жалпы салыстырмалылық сценарийінде қатты теріс қысымды сұйықтық ғаламның осы құбылысын түсіндіруге мықты үміткер ретінде қарастырылады. Жасырын қасиеттері бар бұл жұмбақ сұйықтық күңгірт энергия деп аталады.

Жеделдетілген ғарыштық кеңеюді түсіндірудің тағы бір тәсілі әсердің геометриялық бөлігін өзгерту арқылы жүзеге асыру болып табылады. Нәтижесінде $f(R)$ гравитациясы, Гаусс-Бонне гравитациясы, модификацияланған Гаусс-Бонне гравитациясы және т. б. модификацияланған теориялар пайда болады. Гаусс-Бонненің гравитациясының модификацияланған теориясы ($f(G)$ теориясы) Эйнштейн-Гильберт әрекетінеерікті G функциясын қосу арқылы алынады [1].

Гаусс-Бонне инварианты мына формула бойынша есептеледі

$$G = R^2 - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R_{\mu\nu\lambda\sigma}R^{\mu\nu\lambda\sigma} . \tag{1}$$

Бұл модель (−, +, +, +) сигнатурасы бар 4-өлшемді кеңістікте Фридман-Робертсон-Уокер метрикасы шегінде қарастырылады. Табиғи өлшем бірлігі жүйесі қолданылады $8\pi G = \hbar = c = 1$.

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)\left(dx^2 + dy^2 + dz^2\right). \tag{2}$$

4-өлшемді кеңістіктегі Фридман-Робертсон-Уокер (ФРУ) метрикасын қабылдай отырып, нәтижелер үшін Лагранж көбейткіші мына мәнге тең болады [2],

$$G = 24\frac{\dot{a}^2\ddot{a}}{a^3}. \tag{3}$$

Минималды емес әсердегі скаляр өрісі бар $f(G)$ моделі

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{\varphi(t)f(G)}{2} - \lambda\left(G - 24\frac{\dot{a}^2\ddot{a}}{a^3}\right) + \frac{\dot{\varphi}^2}{2} - V(\varphi)\right], \tag{4}$$

мұндағы λ - Лагранж көбейткіші, $\varphi(t)$ - скалярлы өріс, $V(\varphi)$ - скалярлы өрістің потенциалы. Осы әсер теңдеуін G-ға қатысты вариация жасау арқылы $\lambda = \varphi(t)f'(G)$, $\sqrt{-g} = a^3$ табамыз және (4) теңдеу келесі күйге айналады

$$S = \int d^4x\left[a^3\frac{\varphi(t)f(G)}{2} - a^3\varphi(t)f'(G)G + 24\dot{a}^2\ddot{a}\varphi(t)f'(G) + a^3\frac{\dot{\varphi}^2}{2} - a^3V(\varphi)\right]. \tag{5}$$

Бөліктер бойынша интегралдай отырып, біз Лагранжиан теңдеуін аламыз

$$L = -8\dot{a}^3\dot{\varphi}(t) f'(G) - 8\dot{a}^3\varphi(t) f''(G)\dot{G} + a^3 \frac{\varphi(t) f(G)}{2} - a^3\varphi(t) f'(G)G + a^3 \frac{\dot{\varphi}^2}{2} - a^3 V(\varphi). \quad (6)$$

Эйлер-Лагранж теңдеуі

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) = 0, \quad (7)$$

қолданылып, Фридман теңдеулерін табамыз

$$16\frac{\dot{a}\ddot{a}}{a^2}\dot{\varphi}(t) f'(G) + 8\frac{\dot{a}^2}{a^2}\ddot{\varphi}(t) f'(G) + 16\frac{\dot{a}^2}{a^2}\dot{\varphi}(t) f''(G)\dot{G} + 16\frac{\dot{a}\ddot{a}}{a^2}\varphi(t) f''(G)\dot{G} + 8\frac{\dot{a}^2}{a^2}\varphi(t) f'''(G)\dot{G}^2 +$$
$$+8\frac{\dot{a}^2}{a^2}\varphi(t) f''(G)\ddot{G} = -\frac{\varphi(t) f(G)}{2} + \varphi(t) f'(G)G - \frac{\dot{\varphi}^2}{2} + V(\varphi), \quad (8)$$

$$a^3 \frac{f(G)}{2} - a^3 f'(G)G - a^3 V'(\varphi) + 24\dot{a}^2\ddot{a} f'(G) - 3a^2\dot{a}\dot{\varphi} - a^3\ddot{\varphi} = 0, \quad (9)$$

$$-\frac{\varphi(t) f'(G)}{2} - \varphi(t) f''(G)G + 24\frac{\dot{a}^2\ddot{a}}{a^3}\varphi(t) f''(G) = 0. \quad (10)$$

Сәйкесінше табылған энергия функциясы

$$E = -24\frac{\dot{a}^3}{a^3}\dot{\varphi}(t) f'(G) - 24\frac{\dot{a}^3}{a^3}\varphi(t) f''(G)\dot{G} + \frac{\dot{\varphi}^2}{2} - \frac{\varphi(t) f(G)}{2} + \varphi(t) f'(G)G + V(\varphi). \quad (11)$$

Осы жағдай үшін векторлық өріс осы теңдеумен сипатталады

$$X = \alpha\frac{\partial}{\partial a} + \beta\frac{\partial}{\partial \varphi} + \gamma\frac{\partial}{\partial G} + \dot{\alpha}\frac{\partial}{\partial \dot{a}} + \dot{\beta}\frac{\partial}{\partial \dot{\varphi}} + \dot{\gamma}\frac{\partial}{\partial \dot{G}}, \quad (12)$$

конфигурация кеңістігінің $Q = \{a, \varphi, G\}$ тангенс кеңістігінде $TQ = \{a, \varphi, G, \dot{a}, \dot{\varphi}, \dot{G}\}$. Мұндағы $\alpha = \alpha(a, \varphi, G)$, $\beta = \beta(a, \varphi, G)$ және $\gamma = \gamma(a, \varphi, G)$ табу керек симметрия генераторлары болып табылады, және

$$\dot{\alpha} = \dot{a}\frac{\partial \alpha}{\partial a} + \dot{\varphi}\frac{\partial \alpha}{\partial \varphi} + \dot{G}\frac{\partial \alpha}{\partial G},$$

$$\dot{\beta} = \dot{a}\frac{\partial \beta}{\partial a} + \dot{\varphi}\frac{\partial \beta}{\partial \varphi} + \dot{G}\frac{\partial \beta}{\partial G}, \quad (13)$$

$$\dot{\gamma} = \dot{a}\frac{\partial \gamma}{\partial a} + \dot{\varphi}\frac{\partial \gamma}{\partial \varphi} + \dot{G}\frac{\partial \gamma}{\partial G}.$$

Нәтижесінде біз симметрия генераторлары үшін теңдеулер жүйесін табамыз

$$3a^2\varphi(t)\left(\frac{f(G)}{2}-f'(G)G\right)\alpha+a^3\left(\frac{f(G)}{2}-f'(G)G\right)\beta-a^3\varphi(t)\left(\frac{f'(G)}{2}+f''(G)G\right)\gamma=0, \quad (14)$$

$$-3a^2V(\varphi)\alpha-a^3V'(\varphi)\beta=0, \quad (15)$$

$$-8f''(G)\beta-8\varphi(t)f'''(G)\gamma-24\varphi(t)f''(G)\frac{\partial\alpha}{\partial a}-8f'(G)\frac{\partial\beta}{\partial G}-8\varphi(t)f''(G)\frac{\partial\gamma}{\partial\varphi}=0, \quad (16)$$

$$-8f''(G)\gamma-24f'(G)\frac{\partial\alpha}{\partial a}-8f'(G)\frac{\partial\beta}{\partial\varphi}+8\varphi(t)f''(G)\frac{\partial\gamma}{\partial\varphi}=0, \quad (17)$$

$$-24f''(G)\frac{\partial\alpha}{\partial\varphi}=0, \quad (18)$$

$$-24f'(G)\frac{\partial\alpha}{\partial G}-24\varphi(t)f''(G)\frac{\partial\alpha}{\partial\varphi}=0, \quad (19)$$

$$-24\varphi(t)f''(G)\frac{\partial\alpha}{\partial G}=0, \quad (20)$$

$$\frac{3a^2}{2}\alpha+a^3\frac{\partial\beta}{\partial\varphi}=0, \quad (21)$$

$$-8f'(G)\frac{\partial\beta}{\partial a}-8\varphi(t)f''(G)\frac{\partial\gamma}{\partial a}=0, \quad (22)$$

$$a^3\frac{\partial\beta}{\partial a}=0, \quad (23)$$

$$a^3\frac{\partial\beta}{\partial G}=0, \quad (24)$$

мұндағы $\alpha,\beta,\gamma, f(G)$ табу керек белгісіздер. Біз бұл теңдеулер жиынтығын айнымалыларды бөлу әдісі мен қуат заңының формасын қолдана отырып шешеміз [3].

Айнымалыларды бөлу әдісі

Алдымен (14) - (24) теңдеулер жиынтығын айнымалылары бөлу әдісі бойынша табамыз. Ол үшін осы мәндерді орнатамыз

$$\alpha=A_1(a)A_2(\varphi)A_3(G), \quad \beta=B_1(a)B_2(\varphi)B_3(G), \quad \gamma=C_1(a)C_2(\varphi)C_3(G), \quad (25)$$

мұндағы A_i, B_i және C_i табу керек белгісіз мүшелер. (16), (18), (22) теңдеулерін (25) теңдеуге қолдана отырып, осы мәндері аламыз

$$\alpha=-24a_0A_1(a)A_3(G), \quad \beta=-8b_0B_1(a)B_2(\varphi), \quad \gamma=-8c_0C_2(\varphi)C_3(G), \quad (26)$$

мұндағы a_0, b_0 және c_0 еркті тұрақтылар болып табылады. (26) теңдеуін (17) теңдеуге қолдансақ, мына мәндерді табамыз

$$\alpha = -\frac{\lambda}{72}a(t) + a_0 a_1, \qquad \beta = -\frac{\lambda}{8}\varphi(t) + b_0 b_1, \qquad \gamma = \frac{\lambda}{8}, \tag{27}$$

мұндағы a_1, b_1, c_1 еркті тұрақтылар, λ бөлу тұрақтысы. (27) теңдеуде тапқан мәндерді (14) теңдеуге пайдаланып, $f(G)$ функциясының мәнін аламыз

$$f(G) = \frac{k}{2}\left(-\frac{\lambda}{6}a^3(t)\varphi(t)G + 3a^2 a_0 a_1 \varphi(t)G + a^3 b_0 b_1 G + \frac{\lambda}{16}a^3(t)\varphi(t)\right)^{\left(1-\frac{\lambda}{8}a(t)\varphi(t)\right) \Big/ \left(-\frac{\lambda}{6}a(t)\varphi(t)+3a_0a_1\varphi(t)+a(t)b_0b_1\right)}, \tag{28}$$

мұндағы k интегралдау тұрақтысы деп аталады [4]. Осылайша, симметрия генераторы келесідей болады

$$X_1 = \left(-\frac{\lambda}{72}a(t) + a_0 a_1\right)\frac{\partial}{\partial a} + \left(-\frac{\lambda}{8}\varphi(t) + b_0 b_1\right)\frac{\partial}{\partial \varphi} + \left(\frac{\lambda}{8}\right)\frac{\partial}{\partial G}. \tag{29}$$

Сәйкес тұрақты шама осы түрде беріледі

$$\begin{aligned} I_1 = \alpha\frac{\partial L}{\partial \dot{a}} + \beta\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} + \gamma\frac{\partial L}{\partial \dot{G}} &= \frac{1}{3}\dot{a}^2\left(\dot{\varphi}(t)f'(G) + \varphi(t)f''(G)\dot{G}\right)(\lambda a - 72a_0 a_1) + \\ &+ \left(\dot{a}f'(G) - \frac{1}{8}a^3\dot{\varphi}\right)(\lambda\varphi - 8b_0 b_1) - \lambda a^3\varphi(t)f''(G). \end{aligned} \tag{30}$$

Қуат заңдарының әдісі

Енді біз (14) - (24) теңдеулер жиынтығын қуат заңдарының әдісі бойынша табамыз

$$\alpha = \alpha_0 a^{\mu_0}\varphi^{\mu_1}G^{\mu_2}, \qquad \beta = \beta_0 a^{\nu_0}\varphi^{\nu_1}G^{\nu_2}, \qquad \gamma = \gamma_0 a^{\delta_0}\varphi^{\delta_1}G^{\delta_2}, \tag{31}$$

мұндағы μ_i, ν_i және δ_i белгісіз қуаттар. (16), (18), (22) теңдеулерін (31) теңдеуге қолданып, $\mu_1 = \nu_2 = \delta_0 = 0$ деп алсақ, келесі түрге өзгереді

$$\alpha = -24\alpha_0 a^{\mu_0}G^{\mu_2}, \qquad \beta = -8\beta_0 a^{\nu_0}\varphi^{\nu_1}, \qquad \gamma = -8\gamma_0\varphi^{\delta_1}G^{\delta_2}. \tag{32}$$

Осы мәндерді (17) теңдеуге қолданып, $\mu_0 = -1/3$, $\nu_1 = 1$ және $\delta_2 = 1$ екенін табамыз, сәйкесінше

$$\alpha = -24\alpha_0 a^{-1/3}G^{\mu_2}, \qquad \beta = -8\alpha_0 a^{\nu_0}\varphi, \qquad \gamma = -8\alpha_0\varphi^{\delta_1}G. \tag{33}$$

$f(G)$ функциясын (33) теңдеуді (14) теңдеуге қою арқылы табамыз

$$f(G) = k_1 G^{\left(\frac{9a^{5/9}G^{\mu_2}+1}{18a^{5/9}G^{\mu_2}+2+\varphi^{\delta_1}}\right)}. \tag{34}$$

Симметрия генераторы осылайша сипатталады

$$X_2 = -24\alpha_0 a^{-1/3} G^{\mu_2} \frac{\partial}{\partial a} - 8\alpha_0 a^{\nu_0} \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} - 8\alpha_0 \varphi^{\delta_1} G \frac{\partial}{\partial G}, \quad (35)$$

және сәйкес тұрақты шама [5],

$$I_2 = 64\alpha_0 \left(a^{-1/3} \dot{a}^2 \dot{\varphi} G^{\mu_2} + \dot{a} a^{\nu_0} \varphi\right) f'(G) + 64\alpha_0 \dot{a}^2 \left(a^{-1/3} \varphi G^{\mu_2} \dot{G} + \dot{a} \varphi^{\delta_1} \varphi G\right) f''(G) - 8\alpha_0 a^3 a^{\nu_0} \varphi \dot{\varphi}. \quad (36)$$

Ғаламды зерттеу әрқашан қызықты болды, өйткені оның генезисі және компоненттері әлі толық түсінілмеген. Оны сипаттайтын модельдерді зерттеудің әдісіне эволюция кванттық өріс теориясының теориялық әдістерін жатқызуға болады. Олардың бірі – Нетер теоремасы болып табылады, ол модельдің тұрақты токтарын анықтауға және олар арқылы зерттелетін модельге енгізілген космологиялық ерекшеліктерді зерттеуге мүмкіндік береді.

Бұл мақалада минималды емес скаляр өрісі бар $f(G)$ гравитация теориясының космологиялық шешімдерінің қасиеттері қарастырылып, Фридман теңдеулері табылды. Сонымен қатар, Нетер теоремасы қолданылып, Нетер теңдеулер жүйесіндегі айнымалыларды бөлу және қуат заңдарының әдісі үшін $f(G)$ функциясы мен тұрақты тоқ шамасы анықталды.

Бұл зерттеуді Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігінің Ғылым комитеті қаржыландырады (Грант №. AP14869238).

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. García N.M., Francisco S. N., Lobo, Jose P. Mimoso. f(G) modified gravity and the energy conditions // Journal of Physics: Conference Series. – 2011. – Vol. 47. - № 9. – P. 3.
2. Shamir M.F., Naz T. Stellar Structures in f (G) Gravity Admitting Noether Symmetries // Physics Letters B. – Vol. 806, № 13. – P. 6.
3. Bhatti M.Z., Yousaf Z., Khadim A. Dynamical Analysis of Self-gravitating Stars in Modified Gauss-Bonnet Gravity // Chinese Journal of Physics. – 2021. – Vol. 13, № 20. – P. 7
4. Venikoudis S.A., Fasoulakos K.V., Fronimos F.P. Late-time Cosmology of scalar field assisted f(G) gravity // International Journal of Modern Physics D. – 2022. – Vol. 62, № 6. – P. 74.
5. Sharif M., Fatima I.H. Noether Symmetries in f(G) Gravity // Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 2016. – Vol. 122, № 1. – P. 4.

УДК 834

КЕЙІНГІ ҒАЛАМНЫҢ КОСМОЛОГИЯЛЫҚ МОДЕЛДЕРІҢ ҚАЙТА ҚҰРУ ӘДІСІ

Анас Аңсар Рахметоллаұлы
Ansar.anas@bk.ru
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ-ің 4 курс студенті «Физика» мамандығы бойынша
Астана, Казахстан
Ғылыми жетекші: Цыба П.Ю.

Бұл мақалада біз Риччи скалярының, R және Гаусс–Боннет топологиялық мүшесінің, G. тіркесімін қамтитын гравитациялық әрекетті қарастырамыз. Атап айтқанда, біз симметрия мақсатында таңдалған өзгертілген гравитациялық теорияларының белгілі бір классының космологиялық ерекшеліктерін зерттейміз,атап айтқанда $f(G) = AG^n$ моделі. Кеңістіктік жазықтық контекстінде, біртекті және изотропты фонда біз қазіргі уақытта байқалған ғаламның үдеуін геометрия арқылы қарастыруға болатындығын көрсетеміз, осылайша космологиялық тұрақтының кемшіліктерін болдырмаймыз. Осылайша, біз қысымсыз заттың