

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ**

**«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ**

**Студенттер мен жас ғалымдардың  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»  
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясының  
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ**

**СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ  
XVIII Международной научной конференции  
студентов и молодых ученых  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»**

**PROCEEDINGS  
of the XVIII International Scientific Conference  
for students and young scholars  
«GYLYM JÁNE BILIM - 2023»**

**2023  
Астана**

**УДК 001+37**  
**ББК 72+74**  
**G99**

**«GYLYM JÁNE BILIM – 2023» студенттер мен жас ғалымдардың XVIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XVIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «GYLYM JÁNE BILIM – 2023» = The XVIII International Scientific Conference for students and young scholars «GYLYM JÁNE BILIM – 2023». – Астана: – 6865 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.**

**ISBN 978-601-337-871-8**

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

**УДК 001+37**  
**ББК 72+74**

**ISBN 978-601-337-871-8**

**©Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия  
ұлттық университеті, 2023**

- 4 J. Salvatier, T. Wiecki, C. Fonnesbeck, “Probabilistic programming in Python using PyMC3” PeerJ Computer Science. 2016 Apr 6;2:e55, arXiv: 1507.08050 [stat.CO]
- 5 E. Elizalde and M. Khurshudyan, “Constraints on Cosmic Opacity from Bayesian Machine Learning: The hidden side of the H0 tension problem,” arXiv:2006.12913 [astro-ph.CO]
- 6 R. C. Nunes, “Structure formation in f(T) gravity and a solution for H0 tension,” JCAP 05, 052 (2018), arXiv:1802.02281 [gr-qc].
- 7 Aljaf M., Elizalde E., Khurshudyan M., Myrzakulov K., Zhadyranova A. Solving the H0 tension in f(T) gravity through Bayesian machine learning // The European Physical Journal C. - 2022 Vol. 82. - № 12 – P. 1130
- 8 Brevik I., Myrzakulov K., Timoshkin A., Zhadyranova A. Viscous coupled fluids in terms of a log-corrected equation-of-state // International Journal of Geometric Methods in Modern Physics - 2021 Vol. 18- № 12 – P. 2150198

УДК 538

## СКАЛЯРНО-ФЕРМИОННЫЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ

Ратбай Айсара

[aisaraenu02@gmail.com](mailto:aisaraenu02@gmail.com)

Студентка 4-го курса ЕНУ им. Л.Н. Гумилева по специальности «Физика».

Нур-Султан, Казахстан

Научный руководитель: Цыба П.Ю.

С давних времен термин «темная энергия» все еще не окончательно изучена, как и многие физические процессы. Изучение реальной природы темной энергии оказались одними из более впечатляющих в последнее годы в космологии. В настоящей работы мы рассматриваем несколько модель для темной энергии, такие как скалярное и фермионные. И соответственно мы должны связать их с g-эссенцией. Следуя этому подходу, рассматриваем g-эссенцию с взаимодействиями типа Юкавы между скалярными полями  $\phi$  и классическое полями Дирака  $\psi$ . Поиск составляющих, объясняющих периоды ускоренного расширения Вселенной, является фундаментальной темой космологии. Для однородной, изотропной и плоской Вселенной Фридмана-Робертсона-Уокера, наполненной такой g-эссенцией, некоторые точные решения этих моделей найдены. Также, мы восстанавливаем соответствующие скалярные и фермионные потенциалы.

Рассмотрим действие с g-эссенцией :

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} [R + 2K(X, Y, \phi, \psi, \bar{\psi})] \quad (1)$$

где  $K$  – некоторая функция своих аргументов,  $\phi$ -скалярная функция,  $\psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4)^T$  – фермионная функция,  $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ -сопряженная к ней функция. Здесь

$$X = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2, \quad (2)$$

$$Y = 0.5i(\bar{\psi}\gamma^0\dot{\psi} - \dot{\bar{\psi}}\gamma^0\psi), \quad (3)$$

$$\rho = 2XK_X + YK_Y - K, \quad (4)$$

$$p = K. \quad (5)$$

являются каноническими кинетическими членами скалярных и фермионных полей соответственно;

Рассмотрим однородную, изотропную и плоскую Вселенную Фридмана-Робертсона-Уокера (ФРУ), заполненную g-эссенцией. В этом случае метрика имеет вид:

$$ds^2 = -dt^2 - a^2(dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (6)$$

Затем зная значение R, находим лагранжиан:

$$L = -6\dot{a}^2 + 6a^2 K(X, Y, \phi, \psi, \bar{\psi}). \quad (7)$$

В случае метрики (6) Фридмана-Робертсона-Уокера уравнение, соответствующие действию (1)

$$3H^2 - \rho = 0, \quad (8)$$

$$2\dot{H} + 3H^2 + p = 0, \quad (9)$$

$$K_X \ddot{\phi} + (\dot{K}_X + 3HK_X) \dot{\phi} - K_\phi = 0, \quad (10)$$

$$K_Y \dot{\psi} + 0.5(3HK_Y + \dot{K}_Y) \psi - i\gamma^0 K_\psi = 0, \quad (11)$$

$$K_Y \dot{\bar{\psi}} + 0.5(3HK_Y + \dot{K}_Y) \bar{\psi} + iK_\psi \gamma^0 = 0, \quad (12)$$

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0. \quad (13)$$

Рассмотрим случай когда лагранжиан g-эссенции имеет вид

$$K = X + Y - V_1(\phi) - V_2(\bar{\psi}, \psi), \quad (14)$$

где  $\eta = const, u = \bar{\psi}\psi$ . Затем системы (1.7)- (1.12) примут вид:

$$3H^2 - \rho = 0, \quad (15)$$

$$2\dot{H} + 3H^2 + p = 0, \quad (16)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \eta u - V_{1\phi} = 0, \quad (17)$$

$$\dot{\psi} + \frac{3}{2}H\psi + iV_2'\gamma^0\psi + i\eta\gamma^0\psi\phi = 0, \quad (18)$$

$$\dot{\bar{\psi}} + \frac{3}{2}H\bar{\psi} - iV_2'\bar{\psi}\gamma^0 - i\eta\phi\bar{\psi}\gamma^0 = 0, \quad (19)$$

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0, \quad (20)$$

где

$$\rho = X + V_1 + V_2, \quad (21)$$

$$p = X + Y - V_1 - V_2 . \quad (22)$$

Покажем теперь, что системы (1.14)-(1.19) допускают точные аналитические решения. Рассмотрим частный случай

$$a = a_0 e^{\eta t^\eta} , \quad (23)$$

$$\phi = \phi_0 t^{2-3\lambda} , \quad (24)$$

$$\eta > 1 \quad 2 - 3\lambda < 0 .$$

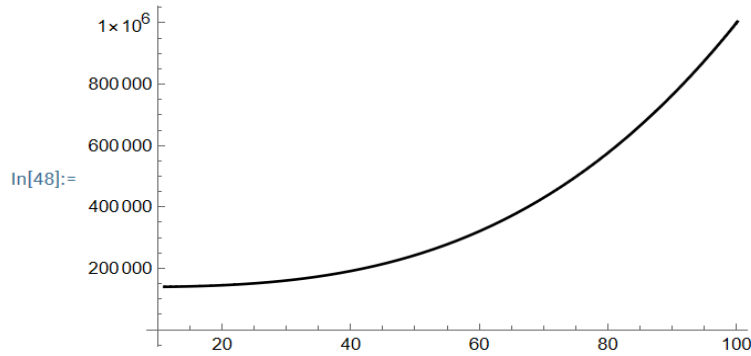


Рисунок 1. Зависимость масштабного фактора  $a$  от времени  $t$ .

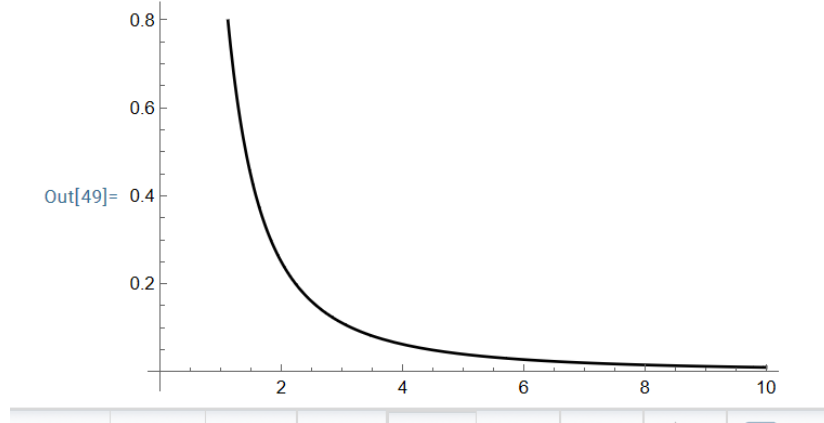


Рисунок 2. Зависимость скалярного фактора  $\phi$  от времени  $t$ .

Соблюдая следующее условие

$$c = |c_1|^2 + |c_2|^2 - |c_3|^2 - |c_4|^2, \phi_0 = -\frac{\eta c}{a_0^3 (2 - 3\lambda)} ,$$

находим

$$D_0 = -\frac{2\eta a_0^3 e^{3\eta t}}{c} \frac{t^{3\eta-1}}{3\eta-1} + \frac{3\phi_0^2 \lambda^2 a_0^3 e^{3\eta t}}{c} \frac{t^{3\eta-6\lambda+1}}{3\eta-6\lambda+1} + D_{00} . \quad (25)$$

Для потенциалов получаем следующие выражения, используя формулы (15)-(20):

$$\phi = \phi_0 t^{2-3\lambda} \quad \dot{\phi} = -3\phi_0 \lambda t^{1-3\lambda} \quad \ddot{\phi} = 9\phi_0 \lambda^2 t^{-2-3\lambda} , \quad (26)$$

$$V_1 = \frac{-27\phi_0^2 \lambda^2 (1-\nu + \eta) t^{3+27\lambda}}{3+27\lambda} + V_{10} , \quad (27)$$

$$V_2 = -\frac{6\eta}{t^3} - 9\phi_0^2 \eta \lambda^2 t^{1-6\lambda} , \quad (28)$$

где

$$V_{10} = const, u = \frac{c}{a_0^3 e^{3\nu t} t^{3\eta}} . \quad (29)$$

Для более полного описания кинематики космологического расширения полезно рассмотреть расширенный набор параметров:

$$H(t) = \frac{\eta}{t} + \nu , \quad (30)$$

$$q(t) = -\frac{\eta}{t^2} , \quad (31)$$

$$j(t) = \frac{t^2 - 2t\eta}{t^4} , \quad (32)$$

$$s(t) = \frac{2t^5 + 6\eta t^4}{t^8} , \quad (33)$$

$$l(t) = \frac{6t^{12} - 24\eta t^{11}}{t^{16}} . \quad (34)$$

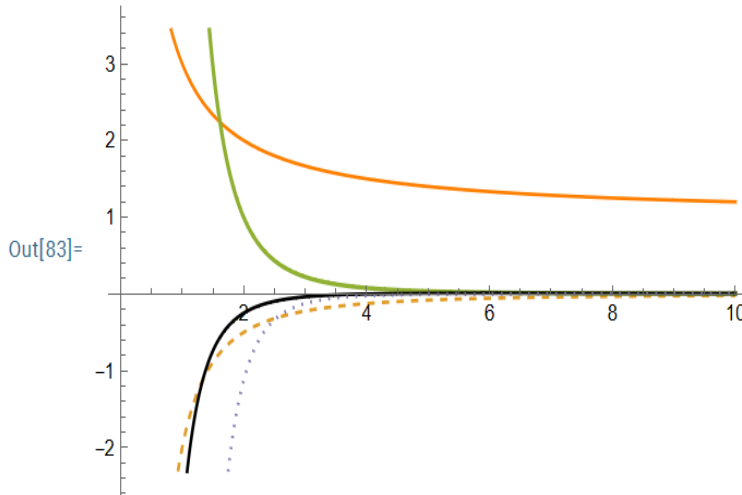


Рисунок 3. Зависимость расширенных параметров от времени  $t$ .

В данной работе мы рассмотрели два частных случая  $g$ -эссенции с взаимодействиями типа Юкавы между скалярными и фермионными полями. Построили несколько примеров точных аналитических решений этих моделей. Эти исследования показывают, что природное явление темная энергия может описывать ускоренное расширение Вселенной.

Данное исследование финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан AP1486923.

### Список использованных источников

1. [Tengpeng Xu](#), [Yun Chen](#), [Lixin Xu](#), [Shuo Cao](#). //Comparing the scalar-field dark energy models with recent observations.
2. [Oem Trivedi](#), [Maxim Khlopov](#).// On finite time singularities in scalar field dark energy models based in the RS-II Braneworld.
3. Jamil M, Momeni D, Serikbayev N. S, Myrzakulov R. // Astrophysics and Space Science. – 2012. – DOI: 10.1007/s10509-011-0964-7 Jamil M, Myrzakulov Y, Razina O, Myrzakulov R. // Astrophysics and Space Science. – 2011. – V.336. – P.315-326.
4. Komatsu E., Dunkley J., Nolte M.R., Bennett C.L., Gold B., Hinshaw G., Jarosik N., Larson D., Limon M., Page L., Spergel D.N., Halpern M., Hill R.S., Kogut A., Meyer S.S., Tucker G.S., Weiland J.L., Wollack E., Wright E.L. Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Cosmological Interpretation // Astrophysical Journal Supplement Series. – 2009. – Vol. 180, №2. – P.330.

УДК 524.834

### ДӘРЕЖЕЛІК КЕҢЕЙТУ ЗАҢЫМЕН МИНИМАЛДЫ ЕМЕС БАЙЛАНЫСҚАН ФЕРМИОНДЫҚ КОСМОЛОГИЯЛЫҚ МОДЕЛЬ

Рүстемова Ботакөз Ерденқызы<sup>1</sup>,  
Суйкимбаева Нургуль Торекуловна<sup>2</sup>  
[rustemova-b@bk.ru](mailto:rustemova-b@bk.ru)

<sup>1</sup>Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық Университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан

<sup>2</sup>М.Х.Дулата атындағы Тараз өңірлік университеті, Тараз, Қазақстан  
Ғылыми жетекші-Разина О.В.

Біз келесі әсерді минималды емес тәуелділікпен зерттейміз [1-5]

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x \left[ \frac{1}{2} (1 - \xi \bar{\psi} \psi) R + L_f + L_m + L_r \right], \quad (1)$$

мұндағы  $L_m$  және  $L_r$  сәйкесінше зат пен сәулеленудің Лагранж тығыздығын береді.  $\psi$  және  $\bar{\psi}$  спинорлық өріс және оның түйіндесі.  $\xi$ -  $R$  скалярлық қисық пен спинорлық өріс арасындағы байланыс тұрақтысы.  $L_f$ - фермиондық өрістің Лагранж тығыздығы, ол массасыз фермиондар үшін мынаған тең

$$L_f = \frac{i}{2} [\psi \Gamma^\mu D_\mu \psi - (D_\mu \bar{\psi}) \Gamma^\mu \psi] - V, \quad (2)$$

(2) теңдеудегі  $V$ - фермиондар арасындағы өзара әрекеттесудің потенциалды тығыздығын сипаттайтын,  $\psi$  және  $\bar{\psi}$  үшін жай функция болып табылады.

Енді біз Фридман Робертсон-Уокер метрикасымен сипатталған біртекті, изотропты және кеңістіктік жазық ғаламға қатысты жоғарыда ұсынылған модельден алуға болатын космологиялық шешімдерді зерттейтін боламыз. Бұл жағдайда метрикамыз келесідей болады

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 \delta_{ij} dx^i dx^j, \quad (3)$$

мұндағы  $a(t)$  ғарыштық масштабтың коэффициентін білдіреді.

$g$ - эссенция Лагранжианы мынаған тең