ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XVIII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»

PROCEEDINGS
of the XVIII International Scientific Conference
for students and young scholars
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»

2023
Астана

УДК 001+37
ББК 72+74
G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023» студенттер мен жас ғалымдардың XVIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XVIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023» = The XVIII International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023». – Астана: – 6865 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-337-871-8

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001+37
ББК 72+74

ISBN 978-601-337-871-8

Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. R. Oinarov, B.K. Omarbayeva, A.M. Temirkhanova Discrete iterated Hardy-type inequalities with three weights // Journal of Mathematics, Mechanics, Computer Science 2020 №105(1) P.19-29.
2. B.K.Omarbayeva, L.-E. Persson, A.M. Temirkhanova Weighted iterated discrete Hardy-type inequalities // Math. Ineq. Appl. 2020 №23(3) P. 943-959.
3. А.М. Темирханова, Б.К. Омарбаева Весовая оценка одного класса квазилинейных дискретных операторов: случай $0<q<\theta<p<\infty, p>1$ // Вестник КазНПУ, серия Физ.-Мат. 2019 №67 С. 109-116.
4. А.М. Темирханова, Б.К. Омарбаева Weighted estimate of a class of quasilinear discrete operators: the case $0<q<p\leq\theta<\infty, p>1$ // Вестник КазНРТУ, серия Физ.-Мат. 2020 №4(140) С.588—595.
5. А Калыбай Весовые оценки одного класса квазилинейных интегральных операторов // Сибирский математический журнал 2019 №60(2) P. 291- 303.
6. А Калыбай Весовые оценки одного класса квазилинейных интегральных операторов // Сибирский математический журнал 2019 №60(2) P. 376–390.
7. A. Kalybay, A. Temirkhanov, N. Zhangabergenova On iterated discrete Hardy type inequalities for a class of matrix operators // Anal. Math. 2022 https://doi.org/10.1007/s10476-022-0182-2
8. P. Jain, S. Kanjilal, G.E. Shambilova, V.D. Stepanov Bilinear weighted Hardy-type inequalities in discrete and q-calculus // Math. Ineq. Appl. 2020 №23(4) P.1279--1310. https://doi.org/10.7153 /mia-2020-23-9
9. V.D. Stepanov, G.E. Shambilova On iterated and bilinear integral Hardytype operators // Math. Ineq. Appl. 2019 № 22(4) P.1505–1533.

УДК 518:517.392

ҚАТТЫ ТЕРБЕЛМЕЛІ ФУНКЦИЯЛАРДАН АЛЫНҒАН ИНТЕГРАЛДАРДЫ ЖУЫҚТАП ЕСЕПТЕУ

Жанайхан Назым Еркінқызы
nazym_19.99@mail.ru
Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық Университеті
Ғылыми жетекшісі: PhD-доктор, доцент Наурызбаев Н.Ж.

Көптеген есептерді шешу үшін (мысалы, толқындық физика есептері)

$$I(f,g,\omega)=\int_0^1 e^{i\omega g(x)} f(x)\,dx \qquad (1)$$

түріндегі жылдам тербелмелі функциялардың интегралдарын шамамен есептеу қажет, мұнда ω – абсолюттік шамасы үлкен нақты параметр. Интегралдарды жуықтап есептеу үшін (1) оңтайлы квадратура формулаларын құру мәселесі туындайды. [1]-де бұл мәселені шешудің екі тәсілі ұсынылды. Бірінші тәсіл бойынша $g(x)$ бекітілген функция деп қабылданады, ал $f(x)$ белгілі бір функциялар класында жататын функция. Сонымен қатар квадратуралық формуланың оңтайлылығы функциялар класы бойынша оңтайлылық мағынасында түсініледі. Бұл мәселеге деген қызығушылық тууының себебі, көптеген қолданбалы есептерді белгілі бір мағынада қарапайым бекітілген $g(x)$ функциясы үшін

(1) түріндегі интегралдарды келтіріледі. $f(x)$-функциясы бекітілмегендіктен көптеген ин интегралдарды есептеуге мүмкіндік береді. [3]-де бұл тәсіл $g(x)=x$ жағдайы үшін қарастырылды және функциялар жиыны ретінде $[0,1]$ аралығында анықталған $\left|f^{(\alpha)}(x)\right|\le M$ болатындай α реттік бөлікті-үзіліссіз туындысы бар $f(x)$ функцияларынан құрылған $H_1^{\alpha}(M)$ (α – натурал сан) класы алынады.

Екінші мәселеде $f(x)$ пен $g(x)$ екеуі де кейбір белгілі функциялар кластарына жатады деп болжанады және квадратуралық формуланың оңтайлылығы осы кластардағы оңтайлылық мағынасында түсініледі. $H_1^{\alpha}(M)$ және $H_1^{\beta}(M_2)$ кластары үшін екінші түрдегі мәселе [1, 4] еңбектерінде қарастырылған.

Бұл жұмыста біз бірінші түрдегі есепті қарастырамыз: $g(x)$ берілген тұрақты функцияда, ал $f(x)$-W_p^r класында қарастырылады. Негізгі есептің ұсынылып отырған шешіміне қажетті $g(x)$ функциясының барлық ақпараты бар екені белгілі. Сонымен,

$$\int_p^q e^{i\omega g(x)}x^l dx \quad l=0,1,...,\alpha-1.$$

интегралдары бар болады деп есептейміз. $f(x)$ функциясының ең көп N нүктедегі мәндері туралы мәліметтерде пайдалана отырып, l_N квадратуралық формулалар жиынын L_N арқылы белгілейміз. l_N квадратуралық формуласы бойынша интегралды (1) есептеу қателігі

$$R_N(f,g,\omega,l_N)=\left|I(f,g,\omega)-l_N\right|$$

шамасымен анықталады.

W_p^r жиынындағы сандық интегралдаудың оңтайлы қатесі

$$R_N\left(W_1^{\alpha}(M),g,\omega\right)=\inf_{l_N\in L_N}\sup_{f(x)\in H_1^{\alpha}(M)}R_N(f,g,\omega,l_N)$$

шамасы деп аталады.

C_i арқылы N мен ω -ға тәуелді емес тұрақтыларды белгілейміз.

Соболев класы $W_q^r(0,1)\left(r=1,2,...,1\le q\le+\infty\right)$ барлық функциялардың жиынтығы бар $f^{(r-1)}\in AC[0,1],\ f^{(r)}\in L^q(0,1)\left(L^{\infty}(0,1)\equiv C[0,1]\right)$ және

$$\|f\|_{W_q^r}\equiv\|f\|_{L^P}+\left\|f^{(r)}\right\|_{L^P}\le 1,$$

теңсіздігі орындалатын барлық f функциялардың жиыны $r=0$ жағдайында $W_p^r(0,1)^s=L^p(0,1)^s$.

Теорема 1. $g \in C^1([0,1])$ функциясы беріліп, барлық $(0 \le x \le 1)$ үшін $g'(x) \ne 0$ болсын. Онда белгілі бір $N_0 > 0$ санынан бастап барлық $N \ge N_0$ және барлық $\omega : |\omega| \ge \pi |g(1) - g(0)|$ үшін

$$R_N\left(W_p^r, g, \omega\right) >> \min\left\{\frac{1}{N^r}, \frac{1}{|\omega|^r}\right\}$$

бағалауларын қанағаттандырады.

Бұл жерде, және барлық жерде төменде кез-келген оң мүшесі A_N, B_N тізбектері үшін $A_N \underset{\alpha,\beta}{<<} B_N$ жазуы $A_N \equiv OB_N$ қатынасын білдіреді, яғни әр жағдайда әртүрлі болатын $c(\alpha, \beta, ...)$ параметрі үшін $A_N \le c(\alpha, \beta, ...) B_N$ теңсіздігі орындалады. Ал $A_N \underset{\alpha,\beta}{><} B_N$ қатынасы $A_N \underset{\alpha,\beta}{<<} B_N \underset{\alpha,\beta}{<<} A_N$ дегенді білдіреді.

Дәлелдеуі: Дәлелдеу ықшам болу үшін $g(0) = 0,\ \ g(1) = 1,\ \ g(x) > 0\ \ (0 \le x \le 1)$ деп есептейік. Төменнен бағалау үшін

$$R_N(\varphi, g, \omega) >> \min\left\{N^{-r}, |\omega|^{-r}\right\}$$

қатынасы орындалатындай $\varphi \in W_p^r$ функциясының бар болатынын көрсетеміз.

Дәлелдеуді

$$\int_0^1 \sin(\omega \cdot g(x)) \cdot f(x) dx$$

интеграл үшін жүргіземіз.

$g' \in C([0,1])$ болғандықтан $0 < C_1 \le g'(x) \le C_2$

$$g(x) = g(x) - g(0) = g'(c)(x - 0) \ge c_1 \cdot x.$$

$g(x) = t$ деп алып бастапқы интегралда айнымалыны алмастырамыз,

$$\int_0^1 \sin[\omega g(x)] f(x) dx = \int_0^1 \sin(\omega t) f(\psi(t)) \psi'(t) dt,$$

мұндағы $\psi(t) = g^{-1}(t)$.

$\sin \omega t$ функциясының графигі [0,1] сегментінде $n = [|\omega| / \pi]$ жарты толқын болып келеді. $|\omega| \ge \pi$ деп есептейміз, онда $n \ge 1$. Егер

$$t'_k \le t \le t''_k, \quad t'_k = \left(\frac{1}{|\omega|}\left(\frac{\pi}{6} + \pi k\right)\right),$$

$$t''_k = \left(\frac{1}{|\omega|}\left(\frac{5}{6}\pi + \pi k\right)\right), \quad k = 0, 1, ..., n-1,$$

онда $|\sin \omega t| \ge \frac{1}{2}$.

Біз $x'_k = \psi\left(t'_k\right),\ x''_k = \psi\left(t''_k\right), k = 0,1,...,n-1$ деп аламыз. Ақырлы өсімше формуласын және теңсіздікті

$$x''_k - x'_k = \psi'\left(\xi_k\right)\left(t''_k - t'_k\right) = \frac{2\pi}{3|\omega|}\psi'\left(\xi_k\right),$$

теңсіздігіне келеміз, мұндағы $t'_k < \xi_k < t''_k$.

$$\frac{1}{c_2} \le \psi'(t) = \frac{1}{g'(x)} \le \frac{1}{c_1}$$

демек, $x''_k - x'_k >< |\omega|^{-1}$ (2) теңсіздігі ақиқат.

$[a,b]$ кесіндісінде $\varphi_0(x,a,b) = (x-a)^r (b-x)^r$ функциясын анықтаймыз. Бұл функция шексіз дифференциалданады және

$$\int_a^b \left|\varphi_0^{(r)}(x,a,b)\right| >< (b-a)^{pr+1}, \qquad \int_a^b \left|\varphi_0(x,a,b)\right|^p dx >< (b-a)^{2pr+1},$$

$$\int_a^b \left|\varphi_0(x,a,b)\right| dx >< (b-a)^{2r+1}$$

қатынастарын қанағаттандырады.

$N \ge |\omega|$ болсын. Біз n сегменттерінің әрқайсысын $\left[x'_k, x''_k\right], k = 0,1...,n-1$, $m = \left[8\pi N / |\omega|\right]$ тең сегменттерге $\left[x'_k, x_k^{l+1}\right], l = 0,1...,m-1$ бөлеміз, мұндағы $x_k^0 = x'_k, x_k^m = x''_k$. $mn \ge \left(4\pi N / |\omega|\right)\left(|\omega| / 2\pi\right) = 2N$ болғандықтан, l_N квадратуралық формуласының бірде-бір түйіні кірмейтін $\left[x'_k, x_k^{l+1}\right], k = 0,1,...,n-1, l = 0,1...,m-1,$ сегменттерінің саны N -нен кем болмайды.

Біз $\varphi_1(x)$ функциясын l_N квадратуралық формуласының $\left\{\xi_\nu\right\}_{\nu=1}^N$ түйіндері жоқ $\left[x'_k, x_k^{l+1}\right]$, сегменттерде

$$\varphi_1(x) = M \frac{\varphi_0\left(x, x_k^l, x_k^{l+1}\right)}{\frac{1}{m^{2r+\frac{1}{p}}}\left(\sum_{k=0}^{n-1} \sum_{l=0}^{m-1} \left(x''_k - x'_k\right)^{2pr+1} \delta_{k,l}\right)^{\frac{1}{p}}} sign\left[\sin \omega g(x)\right]$$

және $[0,1]$ сегментінің қалған бөлігінде $\varphi_1(x) = 0$ деп анықтайық, мұндағы

$$\delta_{k,l}=\begin{cases}1, & \left[x_k^l, x_k^{l+1}\right]\cap\left\{\xi_\nu : \nu=1,2,\ldots,N\right\}=\varnothing\\ 0, & \end{cases}$$

онда $\varphi\in W_p^r$ және

$$\left|\int_0^1 \sin\left[\omega g(x)\right]\varphi_1(x)\,dx\right|\geq\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{n-1}\sum_{l=0}^{m-1}\int_{x_k^l}^{x_k^{l+1}}\left|\varphi_1(x)\right|dx >>$$

$$>>\frac{m^{2r+\frac{1}{p}}}{\left(\sum_{k=0}^{n-1}\sum_{l=0}^{m-1}\left(x''_k-x'_k\right)^{2pr+1}\delta_{k,l}\right)^{\frac{1}{p}}}\sum_{k=0}^{n-1}\sum_{l=0}^{m-1}\left(x''_k-x'_k\right)^{2r+1}\delta_{k,l}><$$

$$><\frac{m^{2r+\frac{1}{p}}}{\left|\omega\right|^{1-\frac{1}{p}}}\left(\sum_{k=0}^{n-1}\sum_{l=0}^{m-1}\delta_{k,l}\right)^{1-\frac{1}{p}}\geq\frac{m^{2r+\frac{1}{p}}}{\left|\omega\right|^{1-\frac{1}{p}}}N^{1-\frac{1}{p}}><\frac{N^{2r+1}}{\left|\omega\right|^{2r+1}}$$

$$><\frac{m}{\left(\sum_{k=0}^{n-1}\left(x''_k-x'_k\right)^{2pr+1}\right)^{\frac{1}{p}}}\sum_{k=0}^{n-1}\left(\frac{x''_k-x'_k}{m}\right)^{2r+1}=$$

$$=\frac{m^{-2r}}{\left(\sum_{k=0}^{n-1}\left(x''_k-x'_k\right)^{2pr+1}\right)^{\frac{1}{p}}}\sum_{k=0}^{n-1}x''_k-x'_k{}^{2r+1}><$$

$$><\frac{nm^{-2r}\left|\omega\right|^{2r+1}}{\left(n\left|\omega\right|^{2pr+1}\right)^{\frac{1}{p}}}=\frac{n\left|\omega\right|^{1-\frac{1}{p}}}{m^{2r}}.$$

Осы жерден біз (2) теңсіздікті пайдаланып

$$\left|\int_0^1 \sin\left[\omega g(x)\right]\varphi_1(x)\,dx\right|\geq$$

аламыз

$$\geq\frac{1}{2}N\frac{M}{mn}\left(\left|\omega\right|^{-1}m^{-1}\right)^{\frac{1}{p}}=$$

$$= \frac{1}{2} N \frac{M}{mn} \left\{ |\omega|^{-1} \left[\frac{8\pi N}{|\omega|} \right]^{-1} \right\}^{\frac{1}{p}} >> N^{-r}.$$

Біз $\varphi_2(x)$ функциясын $\varphi_2(x) = -\varphi_1(x)$ қою арқылы анықтаймыз. $W_1^{\alpha}(M)$ жиынына жататын $\varphi_1(x)$ және $\varphi_2(x)$ функциялары

$$\int_0^1 \sin[\omega g(x)]\varphi_1(x)dx \text{ және } \int_0^1 \sin[\omega g(x)]\varphi_2(x)dx$$

интегралдары абсолютті шамада сәйкес келеді және белгіге қарама-қарсы, ал l_N квадратуралық формуласымен есептелген осы интегралдардың жуықталған мәндері сәйкес келеді. Сондықтан, біз $\varphi(x)$ деп белгілейтін осы функциялардың кем дегенде біреуі үшін

$$R_N(\varphi, g, \omega, l_N) \geq C_3 N^{-r} \quad (3)$$

қате теңдік орындалады.

$N < |\omega|$ болсын. Біз $n_0 = [N/\pi]$ қоямыз. $N \geq 4$ содан кейін $n_0 \geq 1$ деп есептейік. Біз n_0 сегменттерінің әрқайсысын бөлеміз $[x'_k, x''_k], k = 0,1,...,n_0 - 1,$ 14 тең сегменттерге $\left[x'_k, x_k^{l+1}\right], l = 0,1...,13,$ мұндағы $x_k^0 = x'_k, x_k^{14} = x''_k$. $14n_0 \geq 14(N/2\pi) > 2N$ болғандықтан, l_N квадратуралық формуласының бірде-бір түйіні түспейтін $\left[x'_k, x_k^{l+1}\right], k = 0,1,...,n_0 - 1, l = 0,1...,13,$ сегменттерінің саны N-нен кем болмайды.

Әрі қарай, алдыңғы жағдайдағыдай, біз $\varphi(x)$ функциясын аламыз, ол үшін

$$R_N(\varphi, g, \omega, l_N) \geq C_3 N |\omega|^{-(r+1)} \quad (4)$$

қатынасы дұрыс. Теңсіздіктерден (3), (4) қажетті төменгі бағаны білдіреді.

Тиімді квадратуралық формула $\left(n = \left[\frac{N}{r}\right]\right)$

$$l_N(f) = \sum_{k=0}^{n-1} \int_{k=0}^{x_{k+1}} e^{i\omega g(x)} L_{r,k}(x, f)dx = \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{l=0}^{r} c_{k,l} f(\xi_{k,l}),$$

$L_{r,k}(x, f) - x \in [x'_k, x''_k]$ аралығындағы Лагранж көпмүшелігі:

$$L_{r,k}(x, f) = \left(\frac{r}{x''_k - x'_k} \right)^{r-1} \sum_{l=0}^{r} f\left(x'_k + \frac{x''_k - x'_k}{r} l \right) \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq l}}^{r} \frac{x - \left(x'_k + \frac{x''_k - x'_k}{r} j \right)}{l - j}$$

$$\xi_{k,l} = x'_k + \frac{x''_k - x'_k}{r} l, k = 0,1,...,n, \; l = 0,1...,r \; .$$

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Жилейкин Я. М., Кукаркин А. Б. О вычислении интегралов от быстроосциллирующих функций // Вычисл. методы и программирование, № 26, 1977, С. 57-67.
2. Бахвалов Н. С. Численные методы. – М.: Наука, 1975, 632 с.
3. Жилейкин Я. М. О погрешности приближенного вычисления интегралов от быстроосциллирующих функций // Ж. вычисл. матем. и матем. физ, № 1, 1971, С. 263-266.
4. Жилейкин Я. М., Кукаркин А. Б., Федосеева Ю. И. О двух задачах численного интегрирования // Вопр. вычисл. и- прикл. матем, № 32, 1975, С. 38-59.
5. Федорюк М. В. Метод стационарной фазы и псевдодифференциальные операторы // Успехи матем. Наук, № 1 (157), 1971, С. 67-112.

УДК 519.2

ӘРТҮРЛІ ОРТАДА $q = 1$ ТЕТА-ПОЗИТИВТІ ТАРМАҚТАЛУ

Жұмаев Ерахмет Жұмалиұлы
yerakhmet@gmail.com
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ Механика-математика факультетінің докторанты, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – ф.-м.ғ.д., профессор Қ. Оспанов

Бұл мақаладағы есептің қойылымы - заңдылықтары белгілі бір параметрлік топқа жататын $\{Z_t\}_{t\geq 0}$ уақытты біртекті емес Марков тармақталу процестерін зерттеу. Жұмыстың мақсаты – осы тармақталу процестерінде θ параметрін енгізіп, процесінің өшу ықтималдығы арқылы төменде келтірілген үш класты енгізу болып табылады. Әр кластың қажетті және жеткілікті жағдайдары 1-3 теоремалары арқылы көрсетілген.

Бұл бір-бірінен тәуелсіз өмір сүретін және көбейетін бөлшектерден тұратын популяцияның өзгермелі мөлшерінің стохастикалық моделі. Бірге өмір сүретін бөлшектерге ортақ әртүрлі орта келесі жолмен әсер етеді:

- t уақытындағы бар бөлшек $(t, \quad t+\delta)$ уақыт аралығында, $\delta \to 0$ кезде, $\lambda_t\delta + o(\delta)$ ықтималдығымен жойылады,

- t уақытында жойылатын бөлшек сол мезетте $p_t(k)$ ықтималдығымен k ұрпаққа ауыстырылады, мұнда $k = 0$ немесе $k \geq 2$.

Бұл модельдің уақытқа тәуелді көбею заңы мынадай екі функциямен анықталады

$$\Lambda_t = \int_0^t \lambda_u du, \; h_t(s) = p_t(0) + p_t(2)s^2 + p_t(3)s^3 + ...,$$

мұндағы $h_t(s)$ – ұрпақтар санын құрастыратын ықтималдық функция және барлық $t \geq 0$ үшін ақырлы деп есептелетін Λ_t – бастапқы жеке тұлғаның өмір сүру ұзақтығының жиынтық қауіптілік функциясы [1]. Сондай-ақ барлық $t \geq 0$ үшін ақырлы деп қабылданатын орташа ұрпақ саны $a_t = \frac{\partial h_t(s)}{\partial s}|_{s=1}$ тұрғысынан алғанда, популяцияның $\mu_t = E(Z_t)$ орташа мөлшерін келесі өрнекпен көрсетуге болады [1]:

$$\mu_t = \exp\left\{\int_0^t (a_u - 1) d\Lambda_u\right\} \tag{1}$$