ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XVIII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»

PROCEEDINGS
of the XVIII International Scientific Conference
for students and young scholars
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»

2023
Астана

УДК 001+37
ББК 72+74
G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023» студенттер мен жас ғалымдардың XVIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XVIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023» = The XVIII International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023». – Астана: – 6865 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-337-871-8

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001+37
ББК 72+74

ISBN 978-601-337-871-8

6. A. A. Калыбай, Р. Ойнаров, Оценки одного класса квазилинейных интегральных операторов на множестве неотрицательных и неотрицательно-монотонных функций, Изв. РАН. Сер. матем., 2019, том 83, выпуск 2, 61–82.
7. R. Oinarov, A. Kalybay, “Three-parameter weighted Hardy type inequalities”, Banach J. Math. Anal., 2:2 (2008), 85–93.
8. 2. R. Oinarov, A. Kalybay. “Weighted inequalities for a class of semiadditive operators”, Ann. Funct. Anal., 6:4 (2015), 155–171.
9. R. Oinarov, A. Kalybay. “Weighted estimates of a class of integral operators with three parameters”, J. Funct. Spaces, 2016 (2016), 1045459, 11 pp.
10. A. Kufner, L.-E. Persson. Weighted inequalities of Hardy type, World Scientific Publishing Co., Inc., River Edge, NJ, 2003, xviii+357 pp.
11. A. Kufner, L. Maligranda, L.-E. Persson. The Hardy inequality. About its history and some related results, Vydavatelsk´y Servis, Plseˇn, 2007, 162 pp.

УДК: 517.946

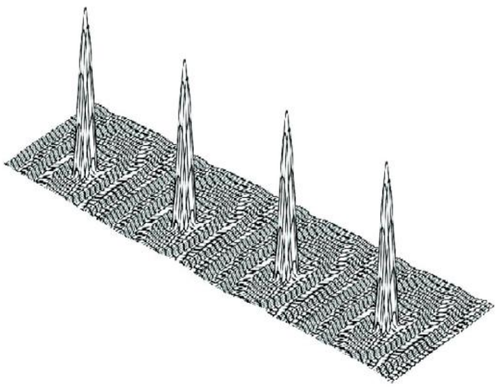
ПЕРФОРАЦИЯЛАНҒАН ОБЛЫСТА ГИНЗБУРГ-ЛАНДАУ КОМПЛЕКСТІ ТЕҢДЕУІНІҢ ТРАЕКТОРИЯЛЫҚ АТТРАКТОРЛАРЫН ОРТАШАЛАУ

Төлеміс А.Ә.
abylaikhan9407@gmail.com
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ-нің 3 курс докторанты, Астана қ., Қазақстан
Ғылыми жетекші-ф-м. ғ.д., қауымдастырылған профессор, К. А. Бекмаганбетов

Дербес туындылы диссипативті теңдеулер үшін траекториялық аттракторлар теориясы В.В. Чепыжов және М.И. Вишик әзірлеген [1]. Бұл тәсілге сәйкес Коши есептері үшін шешімдерінің жалғыздығы әлі дәлелденбеген (мысалы, 3D Навье-Стокс жүйесі) немесе орындалмайтын (мысалы, осы баяндамада қарастырылған Гинзбург-Ландау комплексті теңдеуі) эволюциялық теңдеулердің шешімдерінің ұзақ мерзімді әрекетін зерттеуде маңызды. Соңғы уақыттарда пайда болған перфорацияланған облыстарда анықталған сызықты емес эволюциялық теңдеулерінің аттракторларының орташалануына байланысты жұмыстарды атап өтейік ([2], [3]).

Аттракторлар диссипативті сызықты емес эволюция теңдеулерінің шешімдерінің уақыт шексіздікке ұмтылғандағы әрекетін сипаттайды. Олар динамикалық жүйелердің ең маңызды шектік объектілерін, яғни эволюциялық теңдеулермен басқарылатын модельдің барлық динамикасын сипаттайтын траекториялардың жиындарын көрсетеді.

Бұл жұмыс перфорацияланған материалдар мен кеуекті ортадағы процестерді модельдеумен байланысты. Кеуекті орталардағы есептердің асимптотикалық талдауы, әсіресе олардың шекараларында тривиальды емес Робин (Фурье) шарттары бар қуыстар саны мен өлшемдерінің шекті мәні жағдайында, яғни есептердің сингулярлық бұзылуы жағдайында жеткілікті күрделі. Бұл жағдайда модельдің тиімді әрекетін сипаттайтын Гинзбург-Ландау теңдеуінің аттракторларынының орташалануы, егер оны берілгенмен салыстыратын болса, басқа құрылымға ие болады. Гинзбург-Ландау теңдеуінің аттракторларынының орташалануы қосымша потенциал пайда болған жағдайды зерттейміз және аттракторлардың Хаусдорф жинақтылығын дәлелдейміз, өйткені кіші параметр нөлге ұмтылады. Осылайша, атрракторлардың орташалауын тұрғызамыз және қосымша потенциалы бар шекті (орташалау) теңдеудің аттракторына бастапқы аттракторлардың жинақталуын дәлелдейміз. Әлсіз топологиясы бар сәйкес аксилярлық функционалдық кеңістіктерді анықтай отырып, біз шекті (орташалау) теңдеулер жүйесін шығарамыз және осы жүйе үшін траекториялық аттракторлардың бар екенін дәлелдейміз. Содан кейін негізгі теореманы тұжырымдап, оны қосымша леммалардың көмегімен дәлелдейміз.



1-сурет. Гинзбург-Ландау теңдеуінің аттракторлары.

Периодтық кедергілермен шектелген облыста орнатылған теңдеуде және шекаралық шартта жылдам тербелетін мүшелері бар күрделі Гинзбург-Ландау теңдеуін қарастырамыз.

Кедергілер шекарасында біз Робин шартын, ал сыртқы шекарада Дирихле шартын белгілейміз. Бұл есептің траекториялық аттракторлары (1-суретті қараңыз) қосымша потенциалы бар Гинзбург-Ландау теңдеуінің аттракторларынының орташалануы әлсіз топологияда жақындайтынын дәлелдейміз. Сонымен қатар, біз сәйкес траекториялық аттракторлардың бар екенін дәлелдейміз. Ұқсас жағдайдағы теңдеуді келесі жұмыстан қарай аламыз [3].

Ω – $\mathbb{R}^n$-гі шектелген облыс $(n \geq 3)$, $\partial\Omega$ – тегіс бөлікті шекара болсын. $G_0 \subset Y = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)^n$ – облыс болсын, тиесілі $\bar{G}_0$ шарға диффеоморфты компакт болып табылатындай.

$\delta > 0$және U – бүтін сандар жиыны болсын, біз келесі белгілеулерді енгізейік: $\delta\mathbb{Z} = \{x: \delta^{-1}x \in \mathbb{Z}\}$. $\varepsilon > 0$ үшін, $\varepsilon^{n/n-2}G_0 \subset \varepsilon Y$ жеткілікті аз деп болжаймыз. $j \in \mathbb{Z}^n$ үшін келесі жиындарды анықтаймыз

$$P_\varepsilon^j = \varepsilon j, \qquad Y_\varepsilon^j = P_\varepsilon^j + \varepsilon Y, \qquad G_\varepsilon^j = P_\varepsilon^j + \varepsilon^{n/(n-2)}G_0.$$

Әрі қарай, $\widetilde{\Omega}_\varepsilon = \left\{x \in \Omega: \rho(x, \partial\Omega) > \sqrt{n}\varepsilon\right\}$ облысын және $\Upsilon_\varepsilon = \left\{j \in \mathbb{Z}^n: G_\varepsilon^j \cap \bar{\widetilde{\Omega}}_\varepsilon \neq \emptyset\right\}$ рұқсат етілген индекстер жинағын анықтаймыз.

Назар аударыңыз, $|\Upsilon_\varepsilon| \cong d\varepsilon^{-n}$ мұнда, $d > 0$ – тұрақты. Келесі облысты қарастырайық, $\Omega_\varepsilon = \Omega \backslash \bar{G}_\varepsilon$, $G_\varepsilon = \bigcup_{j \in \Upsilon_\varepsilon} {G_\varepsilon}^j$.

Гинзбург-Ландау комплексті теңдеулері үшін бастапқы–шектік есептің траекториялық аттракторларының асимптотикалық әрекетін зерттейміз

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_\varepsilon}{\partial t} = (1 + \alpha \mathrm{i})\Delta u_\varepsilon + R\left(x, \dfrac{x}{\varepsilon}\right)u_\varepsilon - \left(1 + \beta\left(x, \dfrac{x}{\varepsilon}\right)\mathrm{i}\right)|u_\varepsilon|^2 u_\varepsilon + g\left(x, \dfrac{x}{\varepsilon}\right), & x \in \Omega_\varepsilon, \\ (1 + \alpha \mathrm{i})\dfrac{\partial u_\varepsilon}{\partial \nu} + \varepsilon^{n/(n-2)} b(x, \dfrac{x - P_\varepsilon^j}{\varepsilon^{n/(n-2)}})u_\varepsilon = 0, & x \in \partial G_\varepsilon^j, \mathrm{j} \in \Upsilon_\varepsilon \\ u_\varepsilon = 0, & x \in \partial\Omega \\ u_\varepsilon(0) = U(x), & x \in \Omega_\varepsilon. \end{cases} \quad (1)$$

мұнда $\mathrm{u} = u_1 + \mathrm{i}u_2 \in \mathbb{C}$, ν – шекараның сыртқы нормаль векторы, α – кез келген тұрақты, $\mathrm{g}(x, y) \in \mathbf{L}_2^{\mathrm{loc}}(\Omega \times \mathbb{R}^n; \mathbb{C})$, $R(x, y)$, $\beta(x, y) \in C_b(\Omega \times \mathbb{R}^n)$ және $b(x, y) \in C(\Omega \times \mathbb{R}^n)$, $\mathbf{b}(x, y)$ $- y$ айнымалы үшін 1–периодты. Барлық $x \in \Omega$ және $y \in \mathbb{R}^n$ үшін төмендегідей шарттар орындалсын

$$0 < R_1 \leqslant R(x, y) \leqslant R_2, \qquad 0 < \beta_1 \leqslant \beta(x, y) \leqslant \beta_2, \qquad 0 < b_0 \leqslant b(x, y) \leqslant B_0.$$

Әрі қарай, $\mathbf{L}_{\infty,*w}(\Omega \times \mathbb{R}^n)$ – де $R\left(x,\frac{x}{\varepsilon}\right)$ және $\beta\left(x,\frac{x}{\varepsilon}\right)$ функцияларының сәйкесінше орташа мәні $\bar{R}(x)$ және $\bar{\beta}(x)$, ал, $g\left(x,\frac{x}{\varepsilon}\right)$ функциясының $\mathbf{L}_2^{\mathrm{loc}}(\mathbf{\Omega};\mathbb{C})$ – де орташа мәні $\bar{g}(x)$ болады.

Біз карастырылынған (1) бастапқы–шектік есептің траекториялық аттракторлары $\mathfrak{A}_{\varepsilon}$ кіші параметр $\varepsilon \to 0+$ әлсіз мағынада Θ_+^{loc} топологиядасында келесі бастапқы–шектік есептің траекториялық аттракторына $\overline{\mathfrak{A}}$ жинақталатынын дәлелдедік:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathrm{u}}{\partial t} = (1+\alpha \mathrm{i})\Delta \mathrm{u} + \bar{R}(x)\mathrm{u} - \left(1+\bar{\beta}(x)\mathrm{i}\right)|\mathrm{u}|^2 \mathrm{u} - V(x)\mathrm{u} + \bar{g}(x), & x \in \Omega, \\ \mathrm{u} = 0, & x \in \partial\Omega, \\ \mathrm{u}(0) = U(x), & x \in \Omega, \end{cases} \qquad (2)$$

мұндағы $V(x)$ – функциясы, «өзгеше мүше» деп аталатын (қосымша потенциал), төмендегі формула бойынша анықталады:

$$V(x) = \int_{\partial G_0} \frac{\partial}{\partial \nu_y} \upsilon(x,y) d\sigma_y.$$

мұнда $\upsilon(x)$ келесі шектік есептің шешімі болады:

$$\begin{cases} -\Delta_y \upsilon = 0, & \mathrm{y} \in \mathbb{R}^n \backslash G_0, \\ \frac{\partial \upsilon}{\partial \nu_y} + b(x,y)\upsilon = b(x,y), & y \in \partial G_0, \\ \upsilon \to 0, & |y| \to \infty. \end{cases}$$

Гинзбург-Ландау комплексті теңдеуінің аттракторларының орташалануы туралы негізгі теореманы тұжырымдаймыз:

Теорема 1. $\Theta_+^{\mathrm{loc}} = L_2^{\mathrm{loc}}\left(\mathbb{R}_+; \mathbf{L}_2^{\mathrm{loc}}(\Omega;\mathbb{C})\right)$ топологиялық кеңістігінде $\varepsilon \to 0+$ келесі шектік қатынастар орындалады $\mathfrak{A}_{\varepsilon} \to \overline{\mathfrak{A}}$.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Chepyzhov V.V., Vishik M.I. Attractors for equations of mathematical physics. Providence (RI): Am. Math. Soc, 2002. – 363 p.
2. Bekmaganbetov K.A., Chechkin G.A., Chepyzhov V.V. Attractors and a “strange term” in homogenized equation. CR Me’canique. – 2020. – V. 348, № 5. – P. 351–359.
3. Bekmaganbetov K.A., Chechkin G.A., Chepyzhov V.V. “Strange Term” in Homogenization of Attractors of Reaction–Diffusion Equation in Perforated Domain. Chaos, Solutions & Fractals. – 2020. – V. 140, Art. № 110208.

УДК: 517.946

ЛОКАЛЬДЫ ПЕРИОДТЫ ПЕРФОРАЦИЯЛАНҒАН ОРТАДАҒЫ НАВЬЕ-СТОКС ТЕҢДЕУЛЕР ЖҮЙЕСІНІҢ ТРАЕКТОРИЯЛЫҚ АТТРАКТОРЛАРЫНЫҢ ОРТАШАЛАНУЫ

Төлеубай Алтын Мұқанқызы

Altyn.15.94@mail.ru

Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ-нің 3 курс докторанты, Астана қ., Қазақстан

Ғылыми жетекші - ф-м. ғ.д., қауымдастырылған профессор, К. А. Бекмаганбетов

Бұл жұмыста шағын параметрге тәуелді локальды–периодты ұсақ түйіршікті кедергілері бар анизотропты ортада екі өлшемді Навье–Стокс теңдеулер жүйесі үшін