ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ ҒЫЛЫМ ЖӘНЕ ЖОҒАРЫ БІЛІМ МИНИСТРЛІГІ

«Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

Студенттер мен жас ғалымдардың
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»
XVIII Халықаралық ғылыми конференциясының
БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ
XVIII Международной научной конференции
студентов и молодых ученых
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»

PROCEEDINGS
of the XVIII International Scientific Conference
for students and young scholars
«ǴYLYM JÁNE BILIM - 2023»

2023
Астана

УДК 001+37
ББК 72+74
G99

«ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023» студенттер мен жас ғалымдардың XVIII Халықаралық ғылыми конференциясы = XVIII Международная научная конференция студентов и молодых ученых «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023» = The XVIII International Scientific Conference for students and young scholars «ǴYLYM JÁNE BILIM – 2023». – Астана: – 6865 б. - қазақша, орысша, ағылшынша.

ISBN 978-601-337-871-8

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докоранттардың және жас ғалымдардың жаратылыстану-техникалық және гуманитарлық ғылымдардың өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

The proceedings are the papers of students, undergraduates, doctoral students and young researchers on topical issues of natural and technical sciences and humanities.

В сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и молодых ученых по актуальным вопросам естественно-технических и гуманитарных наук.

УДК 001+37
ББК 72+74

ISBN 978-601-337-871-8

7. Беляев А.Г., Пятницкий А.Л., Чечкин Г.А. Усреднение в перфорированной области с осциллирующим третьим краевым условием // Матем. сборник. – 2001. – Т. 192, № 7. – С. 18 – 20.
8. Chechkin G.A., Piatnitski A.L. Homogenization of Boundary-Value Problem in a Locally Periodic Perforated Domain // Applicable Analysis. – 1999. – Vol. 71, No. 1 – 4. – P. 215 – 235.

УДК. 517.51

ЖАЛПЫЛАНҒАН МОНОТОНДЫ КОЭФФИЦИЕНТІ ЕКІ ЕСЕЛІ СИНУС ҚАТАРЛАРЫ ҚОСЫНДЫЛАРЫНЫҢ САЛМАҚПЕН ИНТЕГРАЛДАНУЫ

Тулеуов Дастан Умирбекович
dastan.tuleuov@bk.ru
Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық Университеті
Жетекшісі: ф.-м.ғ.к., профессоры Бокаев Н.А.

Бұл мақалада екі еселенген синус қатарлар қосындыларының салмақты интегралдануы зерттеледі

$$g(x,y)=\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\lambda_{jk}\sin jx\sin ky \tag{1}$$

Келесі мәселе қарастырылады: $\gamma(x,y)$ салмақты функциясы арқылы берілген p-ші дәрежедегі екі еселенген синус қатарлар қосындысының интегралдануын қанағаттандыратын қажетті және жеткілікті коэффициентті шарттарын табу. Бұл жерде $\gamma(x,y)$ салмақты функциясының өзгеруіне қарай қажетті немесе жеткілікті болатын $\{\lambda_{jk}\}$ коэффициенттеріне шарттар іздестіріледі. Алдымен коэффициенттері жалпыланған монотонды (1) қатары $[0,\pi)^2$ аралығында жинақты екені дәлелденеді, содан соң қарастырылып жатқан қатардың қажетті және жеткілікті интегралдану шарттарын қанағаттандыратын теоремалар дәлелденеді. Тригонометриялық қатарлардың салмақпен интегнралдануы туралы ұқсас сұрақтар [1]-[4] жұмыстарда қарастырылған.

Анықтама. $\gamma:=\{\gamma_{mn}\}$ оң сандар тізбегі өседі дерлік деп атаймыз (кемиді дерлік), егер кейбір $C>0$ константасы үшін және барлық $m_2\ge m_1,\ n_2\ge n_1$ натурал сандар үшін келесі теңсіздік орындалса:

$$C\gamma_{m_2n_2}\ge\gamma_{m_1n_1}\ \left(\gamma_{m_2n_2}\le C\gamma_{m_1n_1}\right).$$

$\gamma(x,y)$ функцияны $\{\gamma_{mn}\}$ тізбегі арқылы келесідей анықтаймыз:

$$\gamma\left(\frac{\pi}{m},\frac{\pi}{n}\right)=\gamma_{mn}\quad\forall\ m,n\in N,$$

және келесі теңсіздік орын алатындай A мен B оң константалары табылатын болсын:

$$A\gamma_{mn}\le\gamma(x,y)\le B\gamma_{m+1,n+1}\quad\forall x\in\left(\frac{\pi}{m+1},\frac{\pi}{m}\right),\ y\in\left(\frac{\pi}{n+1},\frac{\pi}{n}\right).$$

Келесі теоремада коэффициенттері жалпыланған монотонды екі еселенген синус қатарларының қосындысының салмақпен интегралдануының жеткілікті шарты беріледі.

Теорема 1. Айталық $g(x,y)$ - (1) қатарының қосындысы болсын, $1 \le p < \infty$, және $\{\gamma_{jk}\}$ оң сандарының тізбегі үшін $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$ табылып келесі шартты қанағаттандырсын: $\{\gamma_{jk} \cdot j^{-1+\varepsilon_1}\}$ тізбегі кез-келген бекітілген **к** кезінде кемитін дерлік, және $\{\gamma_{jk} \cdot k^{-1+\varepsilon_2}\}$ тізбегі кез-келген бекітілген j кезінде кемитін дерлік
болсын. Онда,

$$\sum_{j=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\gamma_{jk} \cdot (jk)^{p-2} \cdot \lambda_{jk}^{p} < \infty \tag{2}$$

шартынан келесі тұжырым шығады

$$\gamma(x,y) \cdot |\, g(x,y)|^{p} \in L(0,\pi)^2 . \tag{3}$$

Енді коэффициенттері жалпыланған монотонды екі еселенген синус қатарларының қосындысының салмақпен интегралдануының қажетті шартын қарастырайық.

Теорема 2. Айталық, $g(x,y)$ - (1) қатарының қосындысы болсын, $1 \le p < \infty$. Егер $\{\gamma_{mn}\}$ тізбегі үшін $\varepsilon_3, \varepsilon_4 > 0$ табылып келесі келесі шартты қанағаттандырсын: $\{\gamma_{mn} m^{p-1-\varepsilon_3}\}$ тізбегі кез-келген бекітілген n кезінде өспелі дерлік, және $\{\gamma_{mn} n^{p-1-\varepsilon_4}\}$ тізбегі кез-келген бекітілген m кезінде өспелі дерлік болсын. Онда (2) шарт (3)-тің орындалуы үшін қажетті.

Бұл теоремаларды дәлелдеу үшін келесі леммаларды қолданамыз.

Лемма 1. $\{\lambda_{jk}\} \in R_0^+ BVS^2$ болсын және $g(x,y)$ - (1) қатарының қосындысы. Онда, кез келген $x \in \left[\frac{\pi}{m+1}, \frac{\pi}{m}\right)$, $y \in \left[\frac{\pi}{n+1}, \frac{\pi}{n}\right)$ келесі теңсіздік

$$|g(x,y)| \le C \cdot \sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{n}\lambda_{jk} \tag{4}$$

орындалады.

Лемма 2. Айталық $\{a_n \ge 0\}, \{\lambda_n \ge 0\}, p \ge 1$ болсын. Онда келесі теңсіздіктер орындалады:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\lambda_n\left(\sum_{\nu=1}^{n}a_\nu\right)^p \le p^p \sum_{n=1}^{\infty}\lambda_n^{1-p}a_n^p\left(\sum_{\nu=n}^{\infty}\lambda_\nu\right)^p \tag{5}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\lambda_n\left(\sum_{\nu=n}^{\infty}a_\nu\right)^p \le p^p \sum_{n=1}^{\infty}\lambda_n^{1-p}a_n^p\left(\sum_{\nu=1}^{n}\lambda_\nu\right)^p \tag{6}$$

<u>Теорема 1. Дәлелдеуі</u>. $\gamma(x)$ теоремасы мен лемма 1 бойынша келесі теңсіздікті аламыз:

$$\int_0^\pi\int_0^\pi \gamma(x,y)|g(x,y)|^p dxdy = \sum_{m=1}^\infty\sum_{n=1}^\infty \int_{\frac{\pi}{m+1}}^{\frac{\pi}{m}}\int_{\frac{\pi}{n+1}}^{\frac{\pi}{n}} \gamma(x,y)|g(x,y)|^p dxdy \le$$

$$\le C\sum_{m=1}^\infty\sum_{n=1}^\infty \gamma_{m+1,n+1}\left(\sum_{j=1}^m\sum_{k=1}^n \lambda_{jk}\right)^p \int_{\frac{\pi}{m+1}}^{\frac{\pi}{m}}\int_{\frac{\pi}{n+1}}^{\frac{\pi}{n}} dxdy \le C\sum_{m=1}^\infty\sum_{n=1}^\infty \frac{\gamma_{mn}}{(mn)^2}\left(\sum_{j=1}^m\sum_{k=1}^n \lambda_{jk}\right)^p$$

Содан соң (5) теңсіздігін екі рет қолданамыз (Лемма 2). Алдымен бұл теңсіздікті ішкі қосындыға қолданамыз. Ол үшін $A_{mk} = \sum_{j=1}^m \lambda_{jk}$ деген белгілеу енгіземіз. Сонда

$$\sum_{m=1}^\infty\sum_{n=1}^\infty \frac{\gamma_{mn}}{m^2n^2}\left(\sum_{j=1}^m\sum_{k=1}^n \lambda_{jk}\right)^p = \sum_{m=1}^\infty \frac{1}{m^2}\sum_{n=1}^\infty \frac{\gamma_{mn}}{n^2}\left(\sum_{k=1}^n A_{mk}\right)^p \le$$

$$\le C\sum_{m=1}^\infty \frac{1}{m^2}\sum_{n=1}^\infty \left(\frac{\gamma_{mn}}{n^2}\right)^{1-p} A_{mn}^p\left(\sum_{k=n}^\infty \frac{\gamma_{mk}}{k^2}\right)^p =$$

$$= C\sum_{m=1}^\infty \frac{1}{m^2}\sum_{n=1}^\infty \left(\frac{\gamma_{mn}}{n^2}\right)^{1-p} \left(\sum_{j=1}^m \lambda_{jn}\right)^p\left(\sum_{k=n}^\infty \frac{\gamma_{mk}}{k^2}\right)^p$$

$\left\{\gamma_{mn}n^{-1+\varepsilon_2}\right\}$ тізбегі кез-келген бекітілген m кезінде кемімелі дерлік шартын еске ала отырып, келесіні аламыз:

$$\sum_{k=n}^\infty \frac{\gamma_{mk}}{k^2} = \sum_{k=n}^\infty \frac{\gamma_{mk}k^{-1+\varepsilon_2}}{k^{-1+\varepsilon_2}}\cdot\frac{1}{k^2} \le C\gamma_{mn}n^{-1+\varepsilon_2}\sum_{k=n}^\infty \frac{1}{k^{1+\varepsilon_2}} \le C\gamma_{mn}n^{-1+\varepsilon_2}n^{-\varepsilon_2} = \frac{C\gamma_{mn}}{n}.$$

Содан соң (5) теңсіздігін қайта қолданамыз.

$$\sum_{m=1}^\infty \frac{1}{m^2}\sum_{n=1}^\infty \left(\frac{\gamma_{mn}}{n^2}\right)^{1-p} \left(\sum_{j=1}^m \lambda_{jn}\right)^p\sum_{k=n}^\infty\left(\frac{\gamma_{mk}}{k^2}\right)^p \le$$

$$\le C\sum_{m=1}^\infty \frac{1}{m^2}\sum_{n=1}^\infty \left(\frac{\gamma_{mn}}{n^2}\right)^{1-p} \left(\sum_{j=1}^m \lambda_{jn}\right)^p\frac{\gamma_{mn}^p}{n^p} = C\sum_{m=1}^\infty \frac{1}{m^2}\sum_{n=1}^\infty \frac{\gamma_{mn}}{n^{2-p}}\left(\sum_{j=1}^m \lambda_{jn}\right)^p =$$

$$= C\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{2-p}}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\gamma_{mn}}{m^2}\left(\sum_{j=1}^{m}\lambda_{jn}\right)^{p} \le C\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{2-p}}\sum_{m=1}^{\infty}\left(\frac{\gamma_{mn}}{m^2}\right)^{1-p}\lambda_{mn}^{p}\left(\sum_{j=m}^{\infty}\frac{\gamma_{jn}}{j^2}\right)^{p} \le$$

$$\le C\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{2-p}}\sum_{m=1}^{\infty}\left(\frac{\gamma_{mn}}{m^2}\right)^{1-p}\lambda_{mn}^{p}\frac{\gamma_{mn}^{p}}{m^{p}} = C\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\gamma_{mn}}{n^{2-p}m^{2-p}}\cdot\lambda_{mn}^{p} =$$

$$= C\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\gamma_{mn}\cdot(mn)^{p-2}\lambda_{mn}^{p}.$$

Осыдан, $\gamma(x,y)|g(x,y)|^{p} \in L(0,\pi)^2$.
Теорема дәлелденді.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1 Дьяченко М.И. Некоторые проблемы теории кратных тригонометрических рядов. // Успехи мат. наук. – 1992. – Т.47, №5. – С. 97–162.

2 Дьяченко М.И. О сходимости двойных тригонометрических рядов и рядов Фурье с монотонными коэффициентами. // Мат. сб. – 1986. – Т. 129(171), №1. – С.55-72.

3 Leindler L. On the uniform convergence and boundedness of a certain class of sine series // Analysis Math. – 2001. – V.27. – P.279-285.

4 Tikhonov S.Yu. Trigonometric series with general monotone coefficients. // J. Math. Anal. Appl. – 2007. –V. 326, № 1. –P. 721-735.

УДК 519.622

ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРДІ ШЕШУДІҢ САНДЫҚ ӘДІСТЕРІ

Хабибулла Нұрсұлу Талғатқызы
nursuluh@gmail.com
Астана халықаралық университетінің 3 курс студенті, Астана, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – ф.-м.ғ.к., А. Анияров

Ғылыми және инженерлік есептерді шешуде кез-келген динамикалық жүйені математикалық сипаттау қажет. Мұны дифференциалдық теңдеулер немесе дифференциалдық теңдеулер жүйесі түрінде жасаған дұрыс. Көбінесе олар химиялық реакциялардың кинетикасын және әртүрлі тасымалдау құбылыстарын (жылу, масса, импульс) – жылу алмасу, араластыру, кептіру, макро және микробөлшектердің қозғалысын сипаттау кезінде модельдеуге байланысты мәселелерді шешуде туындайды.

Сондай дифференциалдық теңдеулерді аналитикалық, графиктік, жуықтау немесе сандық әдістер арқылы шешуге болады [1].

Аналитикалық әдісте белгілі бір формулаларды қолданып шығара алсақ, сандық әдіс белгілі бір алгоритм бойынша жұмыс істеуді талап етеді. Аналитикалық шешу жолы арқылы жауабы шықпайтын дифференциалдық теңдеулерді шешу жолдарының бірі бұл сандық әдістерді қолдану[2].

Теңдеулерді шешудің сандық әдістерін кез-келген күрделі теңдеулерді, соның ішінде сызықтық емес дифференциалдық және интегралдық теңдеулерді шешу үшін қолдануға болады. Олар ғылымның, техниканың және инженерияның көптеген салаларында кеңінен қолданылады, мұнда теңдеулерді әдетте аналитикалық жолмен шешу мүмкін емес болады. Осы зерттеу жұмысымда сандық әдістердің бірі Эйлер әдісін