ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

**Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 20 жылдығы
және механика-математика факультеті
«Механика» кафедрасының құрылғанына 10 жыл толуы аясында өтетін
«МЕХАНИКА ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАНЫҢ ӨЗЕКТІ МӘСЕЛЕЛЕРІ» атты
Республикалық ғылыми-әдістемелік конференциясы**

БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

**Республиканской научно-методической конференции
«АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МЕХАНИКИ И МАТЕМАТИКИ»,
посвященной 20-летию Евразийского национального университета
им. Л.Н. Гумилева и 10-летию основания кафедры «Механика»
механико-математического факультета
Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева**

2016 жыл 14-15 қазан

Астана

ӘОЖ 531:510 (063)
КБЖ 22
М 49

В подготовке Сборника к печати принимали участие:
Джайчибеков Н.Ж., Ибраев А.Г., Бургумбаева С.К., Бостанов Б.О.

«Механика және математиканың өзекті мәселелері» атты Республикалық ғылыми-әдістемелік конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ. Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 20 жылдығы және механика-математика факультеті «Механика» кафедрасының құрылғанына 10 жыл толуына арналған = «Актуальные вопросы механики и математики», посвященной 20-летию Евразийского национального университета им.Л.Н. Гумилева и 10-летию основания кафедры «Механика» механико-математического факультета Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилев. СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ Республиканской научно-методической конференции. Қазақша, орысша. – Астана, 2016, 292 б.

ISBN 998-601-301-808-9

Жинаққа студентердің, магистранттардың, докоранттардың және ғалымдардың механика, математика, математикалық және компьютерлік модельдеу, механика және математиканы оқыту әдістемесінің өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

В Сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докорантов и ученых по актуальным вопросам механики, математики, математического и компьютерного моделирования и методика преподавания механики и математики.

Тексты докладов печатаются в авторской редакции

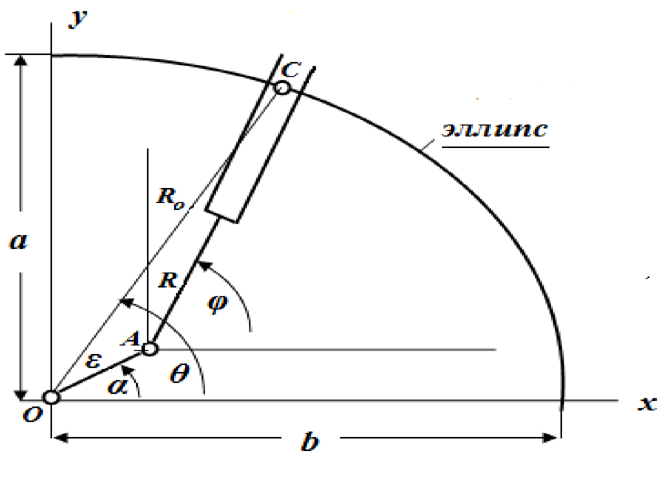
ISBN 998-601-301-808-9 ӘОЖ 531:510 (063)
КБЖ 22

ӘОЖ 621.1

ДІРІЛҚОЗДЫРҒЫШТЫҢ ЖАЛПЫ ҚОЗҒАЛЫС ТЕҢДЕУІ

Бостанов Б.О., Төкешова Г.А., Қыстаубаева Ж.
bostanov bayandy@mail.ru
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, Астана, Қазақстан

Асимметриялы планетарлы дірілқоздырғыштың (АПД) инерциялық элементінің эллипстік жүгірткі жолы бойымен қозғалысын қарастырамыз. Жетектегіштің айналу өсі бекітілген нүкте эллипстің центріне эксцентритетті түрде орналасқан. Басы эллипстің O центрімен байланысқан қозғалмайтын Oxy координаттар жүйесін аламыз (1-сурет).



1-сурет – Асимметриялы планетарлы дірілқоздырғыш

Эллипстің жарты өстерін a және b деп, ал жетектегіштің айналу өсі бектілген A нүктесінің жүгірткі жолының O центрінен ауытқуын (эксцентритетін) $\varepsilon = OA$ деп және A бекіту нүктесінен инерциялық элементтің центріне дейінгі аралықты $R_0 = OC$ деп белгілейміз. Инерциялық элемент – радиусы r болатын жүгіргіш ролик. Жетектегіш бекітілген A нүктесінің орны Ox өсі бағытынан есептелетін α бұрышы және ε эксцентритеті арқылы анықталады. $R = AC$ шамасы инерциялық элементтің C центрінен жетектегіштің A бекітілу нүктесіне дейінгі арақашықтықтың өзгеруін білдіреді. C нүктесінің орнын Ox өсіне параллель болатын горизонталь бағыттан бастап есептейтін φ бұрышы және бекітілген A нүктесінен бастап саналатын R шамасы арқылы анықтаймыз.

AC жетектегіші тұрақты ω бұрыштық жылдамдығымен A нүктесі арқылы өтетін қозғалмайтын өсті айнала отырып инерциялық элементті қозғалысқа келтіреді. Инерциялық элементтің C центрі жарты өстері a және b болатын эллипстік жолмен жүреді.

Ox өсінің бағытын полярлық өс бағыты, ал ε, R шамаларын полярлық координаталар ретінде қабылдаймыз. Сонда A мен C нүктелердің орны $A = A(\varepsilon, \alpha)$, $C = C(R, \varphi)$ полярлық координаталар жүйесі арқылы сипатталады.

Суреттегі φ және θ бұрыштарының арасындағы байланыс

$$\begin{cases} x = R_0 \cos\theta = R\cos\varphi + \varepsilon\cos\alpha \\ y = R_0 \sin\theta = R\sin\varphi + \varepsilon\sin\alpha \end{cases} \quad (1)$$

қатынастармен өрнектеледі. Осы (1) өрнекті эллипстің $x^2 + \frac{a^2}{b^2} y^2 = a^2$ канондық теңдеуіне қоя отырып инерциялық элементтің полярлық координатадағы қозғалыс теңдеуін аламыз. Қажетті математикалық есептеулер жүргізіп қозғалыс теңдеуін R айнымалысына қатысты квадраттық теңдеу түрінде аламыз:

$$E_\varphi^2 R^2 + 2\varepsilon E_p \cos(\varphi-\beta) R + E_\alpha^2 \varepsilon^2 = b^2, \qquad (2)$$

мұндағы

$$E_\varphi^2 = \left(1 - e^2\cos^2\varphi\right),\ E_p = \sqrt{\left(1-e^2\cos^2\alpha\right) - \frac{e^2 p}{a}\cos\alpha}\ ,\ E_\alpha^2 = \left(1-e^2\cos^2\alpha\right),\ e = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a},$$

$\dfrac{b^2}{a} = p$, ал α және β бұрыштары

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{\frac{b^4}{a^4}\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}},\quad \cos\beta = \frac{b^2\cos\alpha}{a^2\sqrt{\frac{b^4}{a^4}\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}},\quad tg\beta = \frac{a^2}{b^2} tg\alpha$$

тригонометрикалық формулалармен байланысқан.

Алынған (2) теңдеу - АПД инерциялық элементінің жалпы түрдегі қозғалыс теңдеуі. Теңдеудегі e, ε параметрлерін және α бұрышын өзгерте отырып жетектеуіштің қай жерге, қалай бекітілгенін және жүгірткі жолының қандай коника түрінде болатынын көрсете аламыз. Әртүлі эксцентритетті бектілуге орай әртүрлі коникалық жолмен жүретін элементтің қозғалыс теңдеуі де әртүрлі болады.

Жалпы түрде жазылған (2) теңдеудің шешімін

$$E_\varphi^2 R = -\varepsilon E_p \cos(\varphi-\beta) + E_\varphi b \sqrt{1 - \frac{\varepsilon^2}{E_\alpha^2 b^2}\left[1 - \left(1 - \frac{e^2 b^2}{E_\alpha^2 a^2}\right)\frac{1}{E_\varphi^2}\cos^2(\varphi-\beta)\right]}$$

түрінде аламыз немесе

$$E_\varphi^2 R = -\varepsilon E_\alpha^2\left(1-\mu^2\right)\cos(\varphi-\beta) + E_\varphi b \sqrt{1 - \lambda^2\left[1 - \left(1-\mu^2\right)\frac{1}{E_\varphi^2}\cos^2(\varphi-\beta)\right]}, \qquad (3)$$

мұндағы $\lambda^2 = \dfrac{\varepsilon^2}{E_\alpha^2 b^2} < 1$, ал $\mu^2 = \dfrac{e^2 b^2}{E_\alpha^2 a^2} < 1$, $E_p^2 = E_\alpha^2\left(1-\mu^2\right)$ орналасу және эллипс эксцентритетіне байланысты параметрлер.

Түбір астындағы өрнекке Ньютон биномын қолданамыз да қатарға жіктейміз, сосын λ және μ шамаларының мәндерін бағалаймыз.

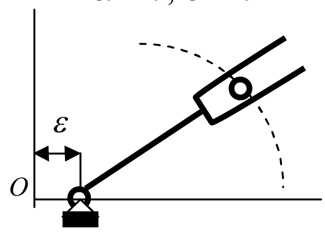
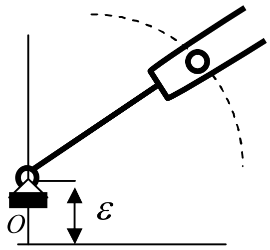
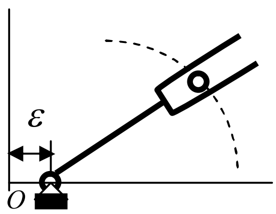
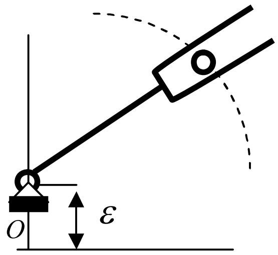
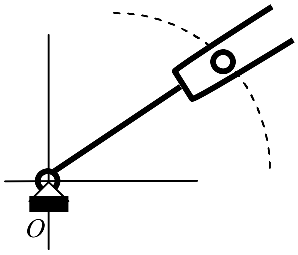
Мысалы, егер тәжірибелік деректердегі мәндерді алсақ, яғни $\varepsilon = 20\ мм$, $R_0 = 50\ мм$, $r = 15\ мм$, $a = R_0 - r = 35\ мм$, $b = 30\ мм$ болса, онда $E_\alpha^2 = 1$, $\lambda^2 = \dfrac{\varepsilon^2}{b^2} = 0.44$, $\mu^2 = \dfrac{\left(a^2-b^2\right)b^2}{a^4} = 0.19$, $e^2 = \dfrac{a^2-b^2}{a^2} = 0.26$, $\lambda^2\mu^2 = 0.08$, $e^2\mu^2 = 0.05$, $\lambda^2 e^2 = 0.11$.

Өрнектегі λ^4, μ^2, $\left(\lambda^2\mu^2\right)$, $\left(e^2\mu^2\right)$ сандары өте аз шамалар, осы қатардағы келесі λ^6, $\lambda^8, \cdots, e^4, \cdots,$ және т.с.с. мүшелері одан да аз болады. Қатардағы шамалары аз болатын мүшелерді алып тастап және қажетті түрлендірулер жасап жуық түрдегі теңдеуді аламыз:

$$\begin{aligned} R = b\left(1 + \frac{1}{2}e^2\cos^2\varphi - \frac{\lambda^2 b}{4}\right) + \frac{\lambda^2 b}{4}\cos 2(\varphi-\beta) - \\ -\left(1 + \frac{1}{2}e^2\cos^2\varphi\right)\varepsilon E_\alpha^2 \cos(\varphi-\beta) + \frac{e^2 b^2}{a^2}\cos(\varphi-\beta) \end{aligned} \qquad (4)$$

1-кесте

Жетектегіш тіреуінің орналасуына байланысты жүгіргіш ролигінің центрінің қозғалыс теңдеулері

№	**Щеңберлік жол** $e=0,\ E_\varphi^2=1,\ \alpha=\beta$	**Жетектегіш тіреуінің орналасуы**	**Эллипстік жол** $e\prec 1,\ E_\varphi^2=1-e^2\cos^2\varphi$
1	$R^2+(2\varepsilon\cos\varphi)R+\varepsilon^2=a^2$	$\alpha=0,\ \varepsilon\succ 0$ 	$(1-e^2\cos^2\varphi)R^2+$ $+\left(\dfrac{2\varepsilon b^2}{a^2}\cos\varphi\right)R+$ $+(1-e^2)\varepsilon^2=b^2$
2	$R^2+(2\varepsilon\sin\varphi)R+\varepsilon^2=a^2$	$\alpha=90^0,\varepsilon\succ 0$ 	$(1-e^2\cos^2\varphi)R^2+$ $+(2\varepsilon\sin\varphi)R+$ $+\varepsilon^2=b^2$
3	$R^2-(2\varepsilon\cos\varphi)R+\varepsilon^2=a^2$	$\alpha=180^0,\ \varepsilon\succ 0$ 	$(1-e^2\cos^2\varphi)\ R^2-$ $-\left(\dfrac{2\varepsilon b^2}{a^2}\cos\varphi\right)R+$ $+(1-e^2)\varepsilon^2=b^2$
4	$R^2-(2\varepsilon\sin\varphi)R+\varepsilon^2=a^2$	$\alpha=270^0,\ \varepsilon\succ 0$ 	$(1-e^2\cos^2\varphi)R^2-$ $-(2\varepsilon\sin\varphi)R+$ $+\varepsilon^2=b^2$
5	$R^2=a^2$	$\alpha=0^0,\ \varepsilon=0$ 	$R^2=\dfrac{b^2}{1-e^2\cos^2\varphi}$

Алынған (4) жуық теңдеу практикалық тұрғыдан алғанда (3) дәл теңдеуге қарағанда ыңғайлы әрі және қолайлы.

1-кестеде жетектегіш тіреуінің орналасуына байланысты, яғни α бұрышы 0^0, 90^0, 180^0, 270^0 мәндерін қабылдағанда және жетектегіштің бекіту нүктесі мен канондық қиманың (кониканың) центрі сәйкес келген кездегі инерциялық элементтің қозғалыс теңдеуі көрсетілген.

Кейбір дербес жағдайларды қарастырайық.

1. Инерциялық элемент шеңберлік жол бойымен қозғалады, жетектегіштің тіреуі горизонталь өстің сол жағында орналасқан: $e=0$, $E_\varphi^2=1$, $E_\alpha^2=1$, $\alpha=\beta$, $\alpha=180^0$, $\lambda=\dfrac{\varepsilon}{a}$, $\mu=0$ **(**1-кестедегі 3-сурет**).**

Инерциялық элементтің қозғалысы

$$R=\varepsilon\cos\varphi+a\left[1-\frac{\lambda^2}{2}\left(1-\cos^2\varphi\right)\right]=a-\frac{\lambda\varepsilon}{4}+\varepsilon\left(\cos\varphi+\frac{\lambda}{4}\cos 2\varphi\right)$$

теңдеуімен өрнектеледі.

2. Инерциялық элемент эллипстік жол бойымен қозғалады, жетектегіштің тіреуі эллипстің центрінде орналасқан: $\alpha=0$, $\varepsilon=0$, $\lambda=0$, $e\prec 1$ **(**1-кестедегі 5-сурет**)**.

Инерциялық элементтің қозғалысы

$$R=\frac{b}{E_\varphi}=\frac{b}{\sqrt{1-e^2\cos^2\varphi}},$$

түрінде жазылып, жуық теңдеуі

$$R=b+\frac{b^2}{a^2}e^2\cos\varphi+\frac{b}{2}e^2\cos^2\varphi=(b+\frac{be^2}{4})+\frac{be^2}{4}\cos 2\varphi\,.$$

Іс жүзінде жиі кездесетін осы екі жағдайлардағы алынған өрнектер бұрынғы жүргізілген зерттеулердегі теңдеулермен сәйкес келеді.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Бостанов Б.О. Нүктенің динамикалық тегістелген құрамалы қозғалыс жолын қалыптастыру. Материалы IV международной научной конференции «Актуальные проблемы механики и машиностроения» 19-20 июня 2014 года, I том,- Алматы 2014, с.80-86

УДК 621.01

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЦИКЛОВЫХ МЕХАНИЗМОВ НА ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ SIMULATIONX

Джомартов А.А.
legsert@mail.ru
Институт механики и машиноведения, Алматы, Казахстан

В современных машинах широко применяются кулачковые, рычажные, мальтийские, храповые механизмы, а также различные их комбинации. Для этих и ряда других механизмов, осуществляющих периодические движения рабочих органов, в последние годы установился термин «цикловые механизмы», который принят и в работе И.И. Вульфсона [1].