ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

**Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 20 жылдығы
және механика-математика факультеті
«Механика» кафедрасының құрылғанына 10 жыл толуы аясында өтетін
«МЕХАНИКА ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАНЫҢ ӨЗЕКТІ МӘСЕЛЕЛЕРІ» атты
Республикалық ғылыми-әдістемелік конференциясы**

БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

**Республиканской научно-методической конференции
«АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МЕХАНИКИ И МАТЕМАТИКИ»,
посвященной 20-летию Евразийского национального университета
им. Л.Н. Гумилева и 10-летию основания кафедры «Механика»
механико-математического факультета
Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева**

2016 жыл 14-15 қазан

Астана

ӘОЖ 531:510 (063)
КБЖ 22
М 49

В подготовке Сборника к печати принимали участие:
Джайчибеков Н.Ж., Ибраев А.Г., Бургумбаева С.К., Бостанов Б.О.

«Механика және математиканың өзекті мәселелері» атты Республикалық ғылыми-әдістемелік конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ. Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 20 жылдығы және механика-математика факультеті «Механика» кафедрасының құрылғанына 10 жыл толуына арналған = «Актуальные вопросы механики и математики», посвященной 20-летию Евразийского национального университета им.Л.Н. Гумилева и 10-летию основания кафедры «Механика» механико-математического факультета Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилев. СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ Республиканской научно-методической конференции. Қазақша, орысша. – Астана, 2016, 292 б.

ISBN 998-601-301-808-9

Жинаққа студентердің, магистранттардың, докоранттардың және ғалымдардың механика, математика, математикалық және компьютерлік модельдеу, механика және математиканы оқыту әдістемесінің өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

В Сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и ученых по актуальным вопросам механики, математики, математического и компьютерного моделирования и методика преподавания механики и математики.

Тексты докладов печатаются в авторской редакции

ISBN 998-601-301-808-9 ӘОЖ 531:510 (063)
КБЖ 22

Диаграмма запаса прочности показана на рисунке 5.

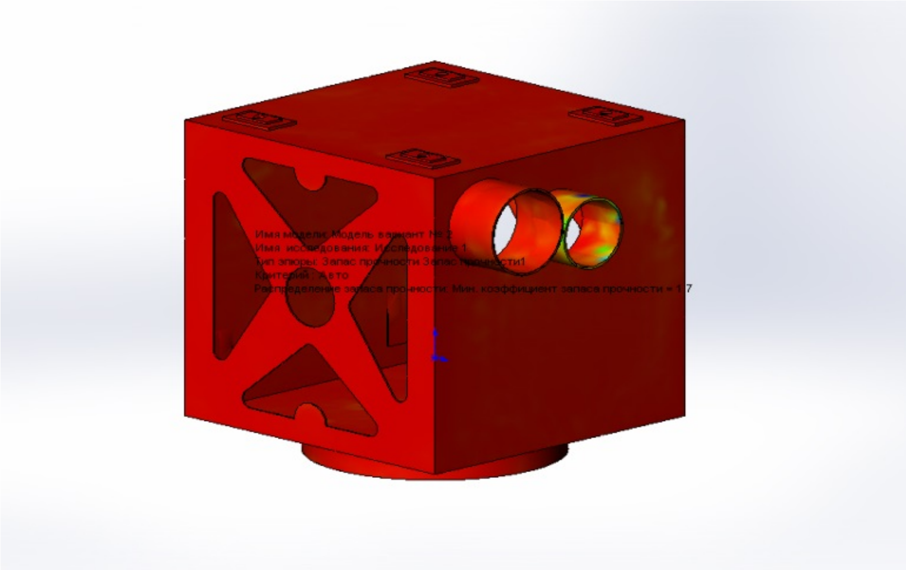

Рисунок 5 – Диаграмма запаса прочности

Согласно полученным в результате расчета данным, минимальный запас прочности конструкции составляет 1,65.

Анализ результатов моделирования показал, что элементы несущей конструкции проектируемого корпуса космического аппарата обладают достаточной прочностью, чтобы выдержать нагрузки, действующие на корпус во время вывода его на орбиту, следовательно, заложенные параметры конструкции отвечают требованиям прочности.

Список использованных источников

1. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы: Пер. с англ. — М.: Мир, 1984.
2. Дударева Н.Ю., Загайко С.А. Solidworks 2011 на примерах. – СПб: БХВ-Петербург, 2011.
3. Байков Д.И. и др. Сваривающиеся алюминиевые сплавы. — Л.: Судпромгиз, 1959.
4. В.И.Куренхов. Конструкция и проектирование изделий ракетно-космической техники. – Самара, 2012.

ВЛИЯНИЕ ПОДВИЖНОСТИ КОРПУСА НА КИНЕТИЧЕСКУЮ ЭНЕРГИЮ БОЙКА

Туякбаев Ш.Т., Кульмагамбетова Д.Т.
sherizat@mail.ru, kulmadi@mail.ru.
ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Устройство ударного действия относится к области горного дела, строительства, машиностроение и предназначено для разрушения горных пород, формообразования материалов, выполнения различных работ в строительстве и штамповка детали для различных механизмов, причем все выполняемые работы производится за счет кинетической энергии бойка.

Боек ударного устройства совершает возвратно-поступательное движение в корпусе, а корпус закреплен с помощью манипулятора к базовой машине или к стационарной устройстве. Возвратно-поступательное движение бойка делятся на две фазы:

- *Взвод* – движение бойка от обрабатываемой среды, где происходит накопления энергии (потенциальной) в аккумуляторе ударного устройства полученный из внешнего источника. По достижению максимальной (расчетной) величины потенциальной энергии фаза взвода завершается.

- *Разгон* – движение бойка на сторону обрабатываемой среды, где потенциальная энергия преобразуется в кинетическую энергию бойка и корпуса, если корпус стационарно не закреплен. В конце фазы разгона кинетическая энергия бойка переходит в энергию для обработки среды.

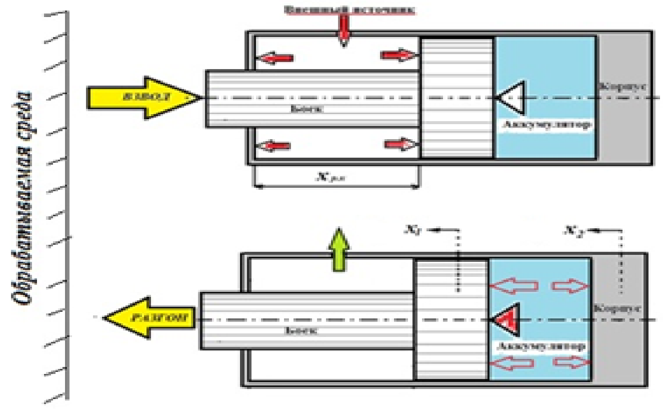

Рисунок 1 – Возвратно-поступательные движения бойка. Фаза взвода и фаза разгона.

Таким образом, устройство ударного действия является преобразователем энергии внешнего источника накапливаемое в аккумуляторе в энергию для обработки среды.

Объектом настоящего исследования является установление зависимости преобразование потенциальной энергии аккумулятора в кинетическую энергию бойка. Для этого рассматривается следующее:

1. корпус неподвижен (стационарное ударное устройство);
2. корпус подвижен за счет упругости навесного оборудования (мобильное ударное устройство).

При составлении уравнении движения механической системы считаем, что аккумулятор и другие его деформируемые элементы подчиняются закону Гука и безынерционные. Связи, наложенные на изучаемой системе, считаем стационарными, идеальными и голономными. Механическая система – консервативная.

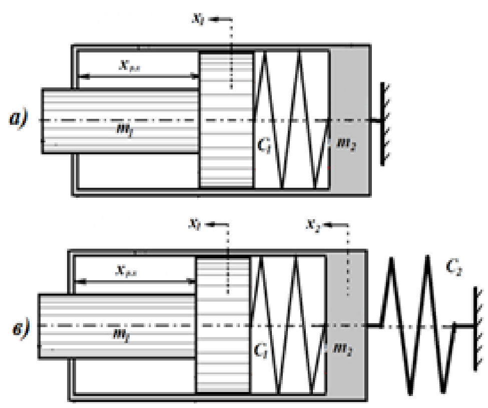

Рисунок 2 – а) корпус неподвижен; b) корпус подвижен за счет упругости навесного оборудования.

Уравнения движения составим с использованием уравнения Лагранжа II рода.

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_1} = -\frac{\partial П}{\partial x_1}; \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2}\right) - \frac{\partial T}{\partial x_2} = -\frac{\partial П}{\partial x_2}, \end{cases}$$

где T и $П$- кинетические и потенциальные энергии рассматриваемой механической системы.

Приняты следующие обозначение: m_1–масса бойка; m_2– приведенная масса навесного оборудования к корпусу ударного устройства; c_2– эквивалентный коэффициент жесткости навесного оборудования; c_1– коэффициент жесткости аккумулятора; x_{px}– рабочий ход бойка (максимальное расстояние пройденный бойком относительно корпуса); x_1 – обобщенная координата бойка; x_2 – обобщенная координата корпуса. Отчет обобщенных координат производится из положения устойчивого равновесия.

Кинетическая энергия системы состоит из суммы: бойка - T_1, корпуса - T_2.

$$T = T_1 + T_2 = \frac{m_1}{2}(\dot{x}_1)^2 + \frac{m_2}{2}(\dot{x}_2)^2.$$

Потенциальная энергия системы состоит из суммы: аккумулятора - $П_1$, навесного оборудования - $П_2$.

$$П = П_1 + П_2 = \frac{c_1}{2}(x_2 - x_1)^2 + \frac{c_2}{2}(x_2)^2.$$

$$\begin{cases} m_1\ddot{x}_1 - c_1(x_2 - x_1) = 0; \\ m_2\ddot{x}_2 + c_1(x_2 - x_1) + c_2x_2 = 0. \end{cases}$$

Введем обозначение:

$a_{11} = m_1 > 0;\ a_{12} = a_{21} = 0;\ a_{22} = m_2 > 0;$

$c_{11} = c_1 > 0;\ c_{12} = c_{21} = -c_1;\ c_2 > 0;\ c_{22} = c_1 + c_2 > 0.$

Уравнения движения механической системы для случая, когда корпуса ударного устройства является подвижным (рис - *в*) имеет вид:

$$\begin{cases} a_{11}\ddot{x}_1 + c_{11}x_1 + a_{12}\ddot{x}_2 + c_{12}x_2 = 0; \\ a_{21}\ddot{x}_1 + c_{21}x_1 + a_{22}\ddot{x}_2 + c_{22}x_2 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Установим, происходит ли движение описанной системой уравнения (1) вокруг положение устойчивого равновесия. Для этого воспользуемся критерием Сильвестра, согласно которого главные диагональные миноры матрицы коэффициентов квадратичной формы должны быть строго больше нуля. Значить условия устойчивого равновесия.

$$\begin{cases} c_{11} > 0; \\ \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{vmatrix} > 0 \end{cases} \quad (2)$$

На основания (2) имеем

$$\begin{cases} c_{11} = c_1 > 0; \\ c_1(c_1 + c_2) - c_1^2 = c_1c_2 > 0. \end{cases} \quad (3)$$

Из выражения (3) видно критерий Сильвестра выполняется, движение происходит устойчивого равновесия /1/. Предположив, что координаты x_1 и x_2 изменяются по простому гармоническому закону, частные решения системы уравнений (1) представим в следующем виде:

$$x_1 = A_1\sin(kt + \alpha)\ ;\ x_2 = A_2\sin(kt + \alpha), \quad (4)$$

Обозначив отношение обобщенных координат, равное отношению амплитуд колебаний μ, имеем

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{A_2}{A_1} = \mu$$

откуда

$$x_1 = A_1 \sin(kt+\alpha)\ ;\ x_2 = x_1\mu = A_1\mu \sin(kt+\alpha).$$

$$\ddot{x}_1 = -A_1 k^2 \sin(kt+\alpha)\ ;\ \ddot{x}_2 = \ddot{x}_1\mu = -A_1\mu k^2 \sin(kt+\alpha).$$

Подставляя эти значения $x_1, \ddot{x}_1$ и $x_2, \ddot{x}_2$ в систему дифференциальных уравнений (1), после деления этих уравнений на $A_1 \sin(kt+\alpha)$ получаем

$$\begin{cases}(c_{11} - a_{11}k^2 + c_{12}\mu - a_{12}\mu k^2)A_1 \sin(kt+\alpha) = 0;\\ (c_{21} - a_{21}k^2 + c_{22}\mu - a_{22}\mu k^2)A_1 \sin(kt+\alpha) = 0,\end{cases}$$

Здесь

$$A_1 \sin(kt+\alpha) \neq 0,$$

поэтому

$$\begin{cases}(c_{11} - a_{11}k^2) + \mu(c_{12} - a_{12}k^2) = 0,\\ (c_{12} - a_{12}k^2) + \mu(c_{22} - a_{22}k^2) = 0.\end{cases}$$

Исключив μ, имеем определим частоту k

$$(c_{11} - a_{11}k^2)(c_{22} - a_{22}k^2) - (c_{12} - a_{12}k^2)^2 = 0.$$

В результате уравнение частот примет вид:

$$k^4 - \frac{c_1}{m_1}\left(\delta_m + 1 + \frac{\delta_m}{\delta_c}\right)k^2 + \left(\frac{c_1}{m_1}\right)^2 \frac{\delta_m}{\delta_c} = 0, \tag{5}$$

где

$$\frac{c_1}{c_2} = \delta_c;\quad \frac{m_1}{m_2} = \delta_m.$$

$$k_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{c_1}{2m_1}\left\{\left(1 + \delta_m + \frac{\delta_m}{\delta_c}\right) \pm \sqrt{\left[\left(1 + \delta_m + \frac{\delta_m}{\delta_c}\right)\right]^2 - 4\frac{\delta_m}{\delta_c}}\right\}} \tag{6}$$

Из выражения (6) за частоты свободных колебаний механической системы принимаем положительные корни, так как в противном случае принятое частное решение (4) дифференциальных уравнений (1) выраженное через тригонометрические функции мнимого аргумента, т.е. содержащее гиперболические функции времени t, покажет неограниченное возрастание обобщенных координат, что исключено колебаниях около устойчивого положения равновесия. Таким образом, частоты главных колебаний механической системы:

$$\begin{cases}k_1 = \sqrt{\frac{c_1}{2m_1}\left\{\left(1 + \delta_m + \frac{\delta_m}{\delta_c}\right) + \sqrt{\left[\left(1 + \delta_m + \frac{\delta_m}{\delta_c}\right)\right]^2 - 4\frac{\delta_m}{\delta_c}}\right\}},\\ k_2 = \sqrt{\frac{c_1}{2m_1}\left\{\left(1 + \delta_m + \frac{\delta_m}{\delta_c}\right) - \sqrt{\left[\left(1 + \delta_m + \frac{\delta_m}{\delta_c}\right)\right]^2 - 4\frac{\delta_m}{\delta_c}}\right\}}.\end{cases} \tag{7}$$

Постоянные безразмерные величины обозначим

$$\begin{cases}\eta_1^2 = \frac{1}{2}\left\{\left(1 + \delta_m + \frac{\delta_m}{\delta_c}\right) + \sqrt{\left[\left(1 + \delta_m + \frac{\delta_m}{\delta_c}\right)\right]^2 - 4\frac{\delta_m}{\delta_c}}\right\},\\ \eta_2^2 = \frac{1}{2}\left\{\left(1 + \delta_m + \frac{\delta_m}{\delta_c}\right) - \sqrt{\left[\left(1 + \delta_m + \frac{\delta_m}{\delta_c}\right)\right]^2 - 4\frac{\delta_m}{\delta_c}}\right\}.\end{cases} \tag{8}$$

С учетом приятых обозначений получим:

$$\begin{cases}k_1 = \eta_1\sqrt{\frac{c_1}{m_1}},\\ k_2 = \eta_2\sqrt{\frac{c_1}{m_1}}.\end{cases} \tag{9}$$

Теперь находим значении коэффициента распредения μ, соответствующий каждому из главных колебаний k_1 и k_2:

$$\begin{cases} \mu_1 = \frac{c_1 - m_1 k_1^2}{c_1} = 1 - \eta_1^2; \\ \mu_2 = \frac{c_1 - m_1 k_2^2}{c_1} = 1 - \eta_2^2. \end{cases} \tag{10}$$

Общее решение системы дифференциальных уравнений (1) получим путем суммирования частных решений:

$$\begin{cases} x_1 = A_{11}^{(1)} \cos k_1 t + A_{12}^{(1)} \sin k_1 t + A_{11}^{(2)} \cos k_2 t + A_{12}^{(2)} \sin k_2 t; \\ x_2 = \mu_1 \left(A_{11}^{(1)} \cos k_1 t + A_{12}^{(1)} \sin k_1 t\right) + \mu_2 \left(A_{11}^{(2)} \cos k_2 t + A_{12}^{(2)} \sin k_2 t\right). \end{cases} \tag{11}$$

Из выражения (11) определим обобщенные скорости:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = k_1 \left(A_{12}^{(1)} \cos k_1 t - A_{11}^{(1)} \sin k_1 t\right) + k_2 \left(A_{12}^{(2)} \cos k_2 t - A_{11}^{(2)} \sin k_2 t\right); \\ \dot{x}_2 = \mu_1 k_1 \left(A_{12}^{(1)} \cos k_1 t - A_{11}^{(1)} \sin k_1 t\right) + \mu_2 k_2 \left(A_{12}^{(2)} \cos k_2 t - A_{11}^{(2)} \sin k_2 t\right). \end{cases} \tag{12}$$

Постоянные коэффициенты интегрирования $A_{11}^{(1)}$, $A_{11}^{(2)}$, $A_{12}^{(1)}$, $A_{12}^{(2)}$ определяем с учетом следующих начальных условий $t = 0$, $x_1 = x_{10}$, $x_2 = 0$, $\dot{x}_1 = 0$, $\dot{x}_2 = 0$ находим:

$$A_{11}^{(1)} = -\frac{x_{10}\mu_2}{(\mu_1 - \mu_2)};\ A_{11}^{(2)} = \frac{x_{10}\mu_1}{(\mu_1 - \mu_2)};\ A_{12}^{(1)} = 0;\ A_{22}^{(2)} = 0.$$

Подставляя значений $A_{11}^{(1)}$, $A_{11}^{(2)}$, $A_{12}^{(1)}$, $A_{12}^{(2)}$ в уравнение (11) получим

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{x_{10}\mu_2}{(\mu_1 - \mu_2)} \cos k_1 t + \frac{x_{10}\mu_1}{(\mu_1 - \mu_2)} \cos k_2 t; \\ x_2 = -\frac{x_{10}\mu_2\mu_1}{(\mu_1 - \mu_2)} \cos k_1 t + \frac{x_{10}\mu_1\mu_2}{(\mu_1 - \mu_2)} \cos k_2 t. \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} x_1 = \frac{x_{10}}{\eta_1^2 - \eta_2^2} \left[(1 - \eta_2^2)\cos(\eta_1 k_б t) - (1 - \eta_1^2)\cos(\eta_2 k_б t)\right]; \\ x_2 = \frac{x_{10}(1 - \eta_1^2)(1 - \eta_2^2)}{\eta_1^2 - \eta_2^2} \left[\cos(\eta_1 k_б t) - \cos(\eta_2 k_б t)\right]. \end{cases} \tag{13}$$

Из уравнения (13) определим скорость

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{x_{10} k_б}{\eta_1^2 - \eta_2^2} \left[(1 - \eta_1^2)\eta_2 \sin(\eta_2 k_б t) - (1 - \eta_2^2)\eta_1 \sin(\eta_1 k_б t)\right]; \\ \dot{x}_2 = \frac{x_{10}(1 - \eta_1^2)(1 - \eta_2^2) k_б}{\eta_1^2 - \eta_2^2} \left[\eta_2 \sin(\eta_2 k_б t) - \eta_1 \sin(\eta_1 k_б t)\right]. \end{cases} \tag{14}$$

Рассмотрим случай, когда корпус является неподвижным. В данном случае кинетическая энергия системы состоит только из кинетической энергии бойка

$$T = T_1 = \frac{m_1}{2} (\dot{x}_1)^2.$$

Потенциальная энергия системы состоит только из энергии аккумулятора

$$П = П_1 = \frac{c_1}{2} (x_1)^2.$$

Уравнения движения механической системы для случая имеет вид:

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 x_1 = 0,$$

или

$$\ddot{x}_1 + k_б^2 x_1 = 0, \tag{15}$$

где $k_б = \sqrt{\frac{c_1}{m_1}}$.

Решение уравнений (15) запишется в следующем виде:

$$x_б = x_{10} \cos k_б t. \qquad (16)$$

Здесь x_{10} определяется из расчетной энергии ударного устройства $П_{max}$

$$x_{10} = \sqrt{\frac{2П_{max}}{c_1}}.$$

Скорость бойка

$$\dot{x}_б = -\sqrt{\frac{2П_{max}}{c_1}} k_б \sin k_б t. \qquad (17)$$

Энергия бойка при неподвижном корпусе:

$$T_1{}^* = П_{max} (\sin k_б t)^2. \qquad (18)$$

Энергия бойка при подвижном корпусе:

$$T_1 = П_{max} \left[\frac{(1-\eta_1^2)\eta_2 \sin(\eta_2 k_б t) - (1-\eta_2^2)\eta_1 \sin(\eta_1 k_б t)}{\eta_1^2 - \eta_2^2}\right]^2. \qquad (19)$$

Введем коэффициент ε, характеризующий влияния подвижности корпуса на кинетическую энергию бойка

$$\varepsilon = \frac{T_1}{T_1{}^*} = \left[\frac{(1-\eta_1^2)\eta_2 \sin(\eta_2 k_б t) - (1-\eta_2^2)\eta_1 \sin(\eta_1 k_б t)}{(\eta_1^2 - \eta_2^2) \sin k_б t}\right]^2. \qquad (20)$$

Максимальная величина коэффициента $\varepsilon = 1$ и это возможно в случае отсутствие движение корпуса. Поэтому нетрудно заметить, что

$$\frac{(1-\eta_1^2)\eta_2 \sin(\eta_2 k_б t) - (1-\eta_2^2)\eta_1 \sin(\eta_1 k_б t)}{(\eta_1^2 - \eta_2^2) \sin k_б t} \leq 1$$

Подвижность корпуса непосредственно связано податливостью манипулятора, на котором навешано ударное устройство, поэтому ε является показателем оценки фактической кинетической энергии к расчетной. В связи с этим коэффициент ε рекомендуется принимать как одной из критериев для оценки параметров манипулятора (навески).

Список использованных источников

1. А. А. Яблонский, С.С. Норейко Курс теории колебаний. Издательство «Высшая школа», 1966.

УДК 621.01

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ В ЗВЕНЬЯХ МЕХАНИЗМОВ ВЫСОКОГО КЛАССА СО СТАТИЧЕСКОЙ ОПРЕДЕЛИМОЙ СТРУКТУРОЙ

Утенова К.М. Утенов М.У., Жилкибаева С.К.,

umu53@mail.ru

КазНУ им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

Рост производительности общественного труда непосредственно связан с развитием науки и техники, с созданием новых конструкций, многофункциональных машин, манипуляторов, промышленных роботов, машин и механизмов, обеспечивающих необходимые и надежные условия их работы. Современные высокоточные и