

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ



**Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 20 жылдығы
және механика-математика факультеті
«Механика» кафедрасының құрылғанына 10 жыл толуы аясында өтетін
«МЕХАНИКА ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАНЫҢ ӨЗЕКТІ МӘСЕЛЕЛЕРІ» атты
Республикалық ғылыми-әдістемелік конференциясы**

БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

**Республиканской научно-методической конференции
«АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МЕХАНИКИ И МАТЕМАТИКИ»,
посвященной 20-летию Евразийского национального университета
им. Л.Н. Гумилева и 10-летию основания кафедры «Механика»
механико-математического факультета
Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева**

2016 жыл 14-15 қазан

Астана

ӘОЖ 531:510 (063)

КБЖ 22

М 49

В подготовке Сборника к печати принимали участие:

Джайчибеков Н.Ж., Ибраев А.Г., Бургумбаева С.К., Бостанов Б.О.

«Механика және математиканың өзекті мәселелері» атты Республикалық ғылыми-әдістемелік конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ. Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 20 жылдығы және механика-математика факультеті «Механика» кафедрасының құрылғанына 10 жыл толуына арналған = «Актуальные вопросы механики и математики», посвященной 20-летию Евразийского национального университета им.Л.Н. Гумилева и 10-летию основания кафедры «Механика» механико-математического факультета Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилев. СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ Республиканской научно-методической конференции. Қазақша, орысша. – Астана, 2016, 292 б.

ISBN 998-601-301-808-9

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және ғалымдардың механика, математика, математикалық және компьютерлік модельдеу, механика және математиканы оқыту әдістемесінің өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

В Сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и ученых по актуальным вопросам механики, математики, математического и компьютерного моделирования и методика преподавания механики и математики.

Тексты докладов печатаются в авторской редакции

ISBN 998-601-301-808-9

ӘОЖ 531:510 (063)

КБЖ 22

Мектеп оқушысына математикалық жаңалық ашу талабын қою орынсыз. Бұл жерде математика мұғалімі жобадан қайтсек те орын алу керек деген мақсат қоюы тиісті емес. Оның мақсаты математикаға ынтасы бар балалардың жұмысын әдістемелік дұрыс ұйымдастырып, зерттеу жұмысына бағыт беріп, математиктер қауымына белгілі, бірақ оқушы үшін белгісіз математикалық «жаңалықтарға» оқушының өз күшімен келуіне жадай жасау. Жобадан жүлде ала алмаған жағдайда баланың шығармашылық жұмысының үзілмеуі үшін мектеп әкімшілігі тарапынан, не болмаса ата-аналар кеңесі тарапынан мотивациялық іс-әрекеттер ұйымдастырылғаны абзал.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Алдамұратова Т. А., Математика: Жалпы білім беретін мектептің 5-сыныбына арналған оқулық. Алматы, «Атамұра», 2005ж.
2. Буентинова Н.Ч., Сандар теориясы : Өскемен С.Аманжолов атындағы ШҚМУ, 2007ж
3. Галицкий М. Л., Сборник задач по алгебре для 8-9 классов. Москва, «Просвещение», 1992г.
4. Сикорский К.П Математика 7-8 Дополнительные главы по курсу математики 7-8 классов для факультативных занятия.Пособие для учащихся. Сост.К.П.Сикорский. -Москва, "Просвещение", 1969г.
5. Джонн Болл «Бәрі де сандар туралы». Алматы, Атамұра, 1988 ж
6. Виноградов И. «Основы теории чисел». Москва,Наука,1976 г.
7. Бухштаб А.А., «Теория чисел». Москва, Просвещение,1966 г.

УДК 372.851

ИСТОРИЧЕСКИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ В ШКОЛЕ ТЕОРИИ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

Сарсембаева Ж.М.

zhuzya.m@mail.ru

ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Астана, Казахстан

Современное общество предъявляет выпускнику школы достаточно высокие требования. Эти требования касаются и общей культуры выпускника и научной культуры. В нашем случае мы будем говорить о математической культуре, а еще точнее – об алгебраической культуре.

С первого класса и до окончания школы главным понятием алгебры является понятие числа. Изучение чисел идет последовательно – натуральные числа, дроби, целые числа, иррациональные, действительные. На этом общеобразовательная программа ставит точку, оставляя существенный пробел в знаниях ученика, так как естественным и логически правильным является формирование более общего понятия – понятия комплексного числа. И на это есть несколько причин:

во-первых, тема «Комплексные числа» традиционно входила в программы по математике средней школы с углубленным изучением математики;

во-вторых, комплексные числа важны как область математики, в которой в полную силу работают знания и умения, полученные учащимися при обучении алгебре и тригонометрии;

в-третьих, переход от действительных чисел к комплексным числам является завершающим шагом во всем изучении понятия числа в школьном курсе математики. К старшим классам ученики обладают уже достаточно зрелым математическим развитием: они в состоянии понимать и уважать нужды самой математической науки.

Введение комплексных чисел представляет собой едва ли не самую яркую на протяжении школьного курса иллюстрацию диалектического развития математических

понятий, логической простоты и завершенности. Понятие о числе выстраивается в единое стройное целое. Кратко говоря, множество комплексных чисел получается из множества действительных чисел «добавлением» только одного нового числа i . И далее, рассматриваются все линейные комбинации вида $a + bi$ с действительными коэффициентами a и b . При «добавлении» единственного корня специального квадратного уравнения $x^2 + 1 = 0$ переходим к числам, в которых и любое квадратное, и любое кубическое, и любое уравнение n -ой степени имеет корни. Вполне естественно также, что только в старших классах уместен полный, систематизирующий взгляд на развитие понятия числа.

Актуальность исследования определяется тем, что учащиеся должны иметь представление о множестве комплексных чисел, операций над ними, их различных приложений. В тоже время методических разработок по изучению комплексных чисел в школе в настоящее время сравнительно мало.

Целью данной статьи являются вопросы изучения исторических и методических основ изучения в школе теории комплексных чисел, а именно:

- 1) проследить процесс становления темы «Комплексные числа» в общеобразовательной школе;
- 2) обзор учебников по алгебре и началам математического анализа для классов, содержащих тему «Комплексные числа».

Проанализируем программы общеобразовательной школы по математике, учитывая объем и содержание темы «Комплексные числа» в различные периоды.

Понятие о числе развивалось долгие века. Находя способы решения ранее неразрешимых задач, человечество открывало новые законы и выдвигало новые теории. Таким образом, возникновение и развитие теории комплексных чисел было вполне естественным и закономерным.

Проанализируем программы общеобразовательной школы по математике, учитывая объем и содержание темы «Комплексные числа» в различные периоды.

I этап (1917-1932г.г.) В эти годы понятия о комплексных числах входили в обязательную программу по математике. В программы, по которым работали школы до 1932 года, изучались лишь мнимые числа. Комплексные числа и идея расширения понятия числа в программу этих лет не входили. Мнимые числа использовались лишь в двух темах: «простейшие преобразования и действия со степенями и корнями» и «решение квадратных уравнений». Перед школьниками ставилась задача о необходимости извлечения квадратного корня из отрицательного числа и потребность установления числа корней квадратного уравнения. Этим объяснялось введение мнимых чисел. Впервые в школу было введено рассмотрение комплексных чисел в 1932 году. По программе этого года следует вводить комплексные числа в 8-м классе при исследовании квадратных уравнений. Программой предусмотрено изучение следующих вопросов: запись мнимого числа через i ; степени i ; комплексное число; сопряжённые комплексные числа; сумма и произведение комплексных чисел; разложение суммы квадратов двух чисел на произведение двух сопряжённых комплексных чисел.

II этап (1932 - 1965 г.г.) С 1933 и до 1935 года, комплексные числа в школе изучаются уже в значительно большем объёме. Школьников знакомят с ними в 8 классе, а более подробно изучают в 9 классе, где кроме действий над комплексными числами дается их геометрическое представление. В 1935-1937 года впервые в программу 10 класса включаются комплексные числа (действия над ними, их тригонометрическая форма). Их изучение дается в темах «Расширение понятия о числе» и «Обобщение понятия о числе».

В Объяснительной записке к программе 1938 года составители прямо указывают, что «в курсе алгебры 10-го класса перед введением комплексных чисел желательно привлечь внимание учащихся к идее эволюции понятия числа и сообщить краткие исторические сведения. Необходимо сообщить учащимся, что комплексные числа играют очень значительную роль в современной технике, в частности в авиации и электротехнике». В 1938 году общее название темы «Обобщение понятия о числе» было заменено названием «Комплексные числа». Но, несмотря на такие рекомендации в Объяснительной записке, самостоятельно вопросы расширения понятия числа не включались в программы вплоть до 1964 года. В программу 1964 года была включена тема «Обобщение понятия числа», «Комплексные числа». В 1965 году из программы исключён вопрос «Основная теорема алгебры» (без доказательства).

Характеризуя постановку преподавания комплексных чисел в общеобразовательных школах нашей страны на этом этапе, В.М. Кухарь пишет, «... за последнее время наметились три различных взгляда в постановке вопроса об изучении комплексных чисел. Первый взгляд сводился к необходимости внести изменения в изучение этой темы в средней школе с тем, чтобы учащиеся получили понятие о реальном содержании мнимых чисел. Второе мнение сводится к полному исключению этой темы из школьной программы по математике. Третье мнение сводится к тому, чтобы в средней школе ограничиться одним только понятием о комплексных числах, без рассмотрения их свойств и действий над ними. Изъятие из программы средней школы комплексных чисел, имеющих исключительно важное значение в современной механике и технике, противоречит целям политехнического обучения. По нашему мнению, количество часов, отведённых программой на изучение темы, надо сохранить, но в основу введения мнимых и комплексных чисел надо положить идею дальнейшего расширения и обобщения понятия о числе, показав реальную сущность и практическое применение. Мириться дальше с таким положением, когда учащиеся оперируют с мнимыми числами, реального смысла которых они не понимают, ни в коем случае нельзя. Выход из такого положения надо искать прежде всего в постановке вопроса об изучении комплексных чисел в средней школе».

III этап (1965–1967г.г.) К середине 20 века выявилось отставание математической подготовки учащихся средней школы в теории комплексных чисел. Действующая программа средней школы по математике мало способствовала формированию у учащихся правильного научного представления о понятии комплексного числа и его роли в общей идее расширения понятия числа. Учащиеся допускали логические ошибки, не понимали реального значения комплексных чисел, полностью отсутствовали представления о приложениях комплексных чисел. В сознании учащихся этот раздел представлялся как формально-логическая игра, не имеющая никакого отношения к реальному миру. Эти недочеты отмечали многие ведущие математики и методисты страны. Например, С.И. Новоселов, писал: «У учащихся возникают вопросы: какой реальный смысл числа и какие отношения окружающего мира оно отражает? Не находя ответа на эти вопросы, учащиеся невольно приходят к выводу, что вся теория комплексных чисел является фикцией. К сожалению, и в настоящее время среди школьников можно встретить недоверчивое отношение к комплексному числу, как к чему-то несуществующему».

Н.Я. Виленкин в статье прямо пишет: «Даже и теперь те, кто сталкивается с математикой лишь в средней школе, убеждены: никаких практических применений комплексные числа не имеют и иметь не могут, они придуманы лишь для того, чтобы портить жизнь школьникам».

Невозможно же, в самом деле, взвесить $2i$ кг хлеба или отмерить $2i + 5$ метров сукна! Ведь даже само обозначение i для $\sqrt{-1}$ напоминает, что это число воображаемое, придуманное – оно происходит от латинского слова «*imaginarium*» – «воображаемый, мнимый». Учитывая это, можно сделать вывод, что учащиеся лишь формально усваивают понятие комплексного числа и недостаточно глубоко вникают в его суть. В 1965 году был

предложен проект программы средней школы по математике, где изучение комплексных чисел предлагалось начинать в 10 классе в курсе алгебры.

В 1966 году был предложен проект программы, где тема «Комплексные числа» была включена второй темой в курс алгебры 10 класса, и на ее изучение отводилось 20 часов.

И, наконец, в 1967 году в журнале «Математика в школе» был опубликован «Проект программы средней школы по математике», в котором впервые в истории советской школы было предложено в дополнение к урокам математики ввести факультативные занятия с изучением на них специального курса «Дополнительные главы и вопросы математики». Согласно этому проекту тема «Комплексные числа» из обязательной программы была исключена и введена в курс «Дополнительные главы и вопросы математики». В Объяснительной записке к проекту программы сказано: «Составители с большим сожалением отказались в общеобразовательной программе от темы «Комплексные числа». Но они считают, что сохранение ее в том сокращенном объеме, в каком она представлена в действующей программе, мало целесообразно. Зато в курсе «Дополнительные главы и вопросы математики» удалось поместить эту тему достаточно рано и использовать эти числа в ряде приложений».

Действительно, тема «Комплексные числа» в программе курса «Дополнительные главы и вопросы математики» на факультативных занятиях была представлена в более широком объеме, чем это было раньше во всех ранее существовавших программах. И в 1967 году, после обсуждения проекта, была утверждена программа по математике для средней школы. Согласно этой программе изучение комплексных чисел предусматривалось только на факультативных занятиях по математике в 9-х и 10-х классах.

Исключение темы «Комплексные числа» из программы общеобразовательной средней школы вызвало многочисленные возражения со стороны учителей, методистов и преподавателей ВУЗов: «Изучение комплексных чисел только на факультативных занятиях лишит большую часть учеников школы получить какое-либо представление о них. Для этой части будущих специалистов (если они не будут продолжать своего математического образования) комплексные числа останутся неизвестными. Изъятие этой темы обеднит уровень не только математического, но и общего развития учащихся, нанесет ущерб воспитанию у них диалектического мировоззрения. По не вполне ясным обоснованным причинам из «последнего» варианта проекта программы исключена тема «Комплексные числа». Мы за изучение этого вопроса в курсе элементарной математики, а не в курсе «высшей». «Разделяем сожаление составителей проекта программы об исключении из программы средней школы комплексных чисел. Без понятия комплексного числа изложение теории квадратных уравнений остается очень неполным».

IV этап (1968г. – по настоящее время) Прошедшая в 1968 году модернизация общеобразовательного курса математики привела к тому, что до настоящего времени раздел «Комплексные числа» в обычных школах не изучается. В школах с углубленным изучением математики на самостоятельное изучение раздела отводится 10 часов в следующем объеме:

1. Понятие комплексного числа, действия над комплексными числами.
2. Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом. Понятие о неприводимых многочленах.
3. Рациональные выражения и их простейший вид.
4. Геометрическое изображение комплексного числа. Полярная система координат.

Как можно заметить, и здесь изучение темы «Комплексные числа» ведется очень абстрактно. О широком применении комплексных чисел учащиеся школ, как правило, не знают.

При изучении темы «Комплексные числа» в силу особенностей старшего школьного возраста у учителя и учеников существуют как проблемы, так и положительные моменты. Самые большие сложности вызывает «мнимая единица» - к старшим классам у многих школьников плохо развито абстрактное мышление. Ученикам очень сложно представить себе «мнимую, воображаемую» единицу, понять различия между координатной и

комплексной плоскостью. Но с методической точки зрения тема “Комплексные числа” развивает и углубляет заложенные в основном курсе математики представления о многочленах и числах, в известном смысле завершая путь развития понятия числа в средней школе.

Обзор учебников по алгебре и началам математического анализа, содержащих тему «Комплексные числа» показал, что авторы стремились и стремятся дать в достаточном объеме представление о расширении понятия числа, о комплексных числах, действиях над ними, их геометрическое истолкование и практическое применение. В настоящее время существует небольшое количество авторов, включающих тему «Комплексные числа» в свои учебники для средних общеобразовательных учреждений.

В учебниках многих российских авторов тема «Комплексные числа» вводится в 11 классе. Изучение темы предлагается во втором полугодии 11 класса после того, как в 10 классе был изучен раздел тригонометрии, а в 11 - интеграл и дифференциальные уравнения, показательная, логарифмическая и степенная функции, многочлены. Объем предлагаемого для изучения материала охватывает программу – минимум и для каждого понятия приводятся задания разной сложности. В целом учащиеся имеют достаточное полное представление о комплексных числах, их применении и значении в математике ([1]-[3]).

В учебнике А.Г. Мордковича, П.В. Семенова «Алгебра и начала математического анализа», профильный уровень, 10 класс тема «Комплексные числа» вводится во втором полугодии 10 класса сразу после изучения тем «Действительные числа» и «Тригонометрия». Такое размещение не случайно: и числовая окружность, и формулы тригонометрии находят активное применение при изучении тригонометрической формы комплексного числа, формулы Муавра, при извлечении из комплексного числа квадратного и кубического корней. В учебнике тема «Комплексные числа» указана как обязательная для изучения и излагается доступно, раскрывая все необходимые для выпускника факты и правила [4].

В Казахстане в учебнике А. Шыныбекова «Алгебра» для 9 класса общеобразовательной школы теме «Комплексные числа» посвящена последняя VI глава. Глава отмечена звездочкой. Это означает, что материал не вошел в программу общеобразовательной школы и предназначен только для классов с углубленным изучением математики. Тема разделена на четыре параграфа: «Понятие комплексного числа, действия над комплексными числами»; «Решение квадратных уравнений с отрицательным дискриминантом», «Понятие о неприводимых многочленах»; «Рациональные выражения и их простейший вид»; «Геометрическое изображение комплексного числа», «Полярная система координат» [5].

В учебниках других казахстанских авторов эта тема не рассматривается. Однако в ряде школ с естественно-математическим направлением учителя включают в программу тему «Комплексные числа», при этом казахстанские учителя на уроках используют не только учебник А. Шыныбекова «Алгебра», 9 класс, но и учебники российских авторов.

Список использованных источников

1. Андронов И.К. Математика действительных и комплексных чисел. - М.: Просвещение, 1975. - 155 с.
2. Виленкин Н.Я. Алгебра и начала математического анализа, 11кл.: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень). - 14-е изд., стер. - М.: Мнемозина, 2008. - 288 с.
3. Киселев А.П. Алгебра: ч. II. - М.: Физматлит, 2005. - 248 с.
4. Мордкович А.Г. Алгебра и начала математического анализа, 10 кл.: учебник для общеобразовательных учреждений (профильный уровень). - М.: Мнемозина, 2007. - 411 с.
5. А.Шыныбеков Алгебра, 9кл.- Алматы «Атамұра», 2014.-145с.