ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ

Л.Н. ГУМИЛЕВ АТЫНДАҒЫ ЕУРАЗИЯ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 20 жылдығы және механика-математика факультеті «Механика» кафедрасының құрылғанына 10 жыл толуы аясында өтетін «МЕХАНИКА ЖӘНЕ МАТЕМАТИКАНЫҢ ӨЗЕКТІ МӘСЕЛЕЛЕРІ» атты Республикалық ғылыми-әдістемелік конференциясы

БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

Республиканской научно-методической конференции «АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ МЕХАНИКИ И МАТЕМАТИКИ», посвященной 20-летию Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева и 10-летию основания кафедры «Механика» механико-математического факультета Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева

2016 жыл 14-15 қазан

Астана

ӘОЖ 531:510 (063)
КБЖ 22
М 49

В подготовке Сборника к печати принимали участие:
Джайчибеков Н.Ж., Ибраев А.Г., Бургумбаева С.К., Бостанов Б.О.

«Механика және математиканың өзекті мәселелері» атты Республикалық ғылыми-әдістемелік конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ. Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің 20 жылдығы және механика-математика факультеті «Механика» кафедрасының құрылғанына 10 жыл толуына арналған = «Актуальные вопросы механики и математики», посвященной 20-летию Евразийского национального университета им.Л.Н. Гумилева и 10-летию основания кафедры «Механика» механико-математического факультета Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилев. СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ Республиканской научно-методической конференции. Қазақша, орысша. – Астана, 2016, 292 б.

ISBN 998-601-301-808-9

Жинаққа студентердің, магистранттардың, докоранттардың және ғалымдардың механика, математика, математикалық және компьютерлік модельдеу, механика және математиканы оқыту әдістемесінің өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

В Сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докорантов и ученых по актуальным вопросам механики, математики, математического и компьютерного моделирования и методика преподавания механики и математики.

Тексты докладов печатаются в авторской редакции

ISBN 998-601-301-808-9 ӘОЖ 531:510 (063)
КБЖ 22

2. Рашевский П. К. Риманова геометрия и тензорный анализ.- М., «Наука», 1964.-672с.
3. Мусин А.Т. Векторлық және тензорлық есептеуге кіріспе. -Қарағанды,2007.-134с.
4. Мусин А.Т. Проективтік геометрияға кіріспе.- Қарағанды,1992.-141С.
5. Мусин А.Т. Аналитикалық геометрияның есептері мен жаттығулар жинағы.- Қарағанды,2007.-238С.

ӘОЖ 517.92

СЫЗЫҚТЫ ЕМЕС ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕРДІҢ ДЕРБЕС ШЕШІМДЕРІНІҢ АСИМПТОТИКАЛЫҚ ӨЗГЕРІСІН ЗЕРТТЕУ.

Мырзатаева Қ.Р., Сейду М.Б.
kalbibi@mail.ru, medina-ms@mail.ru
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, Астана, Қазақстан

Үлестірілген параметрі бар материалдық жүйенің тербелімділігін анықтау есептерінің көбі шектік есептің λ меншікті мәнін анықтауға келтірілетіні белгілі.

$$\begin{aligned} &\left|\rho(t)y'(t)\right|' + [\lambda - q(t)]y = 0, \\ &\alpha_1 y(a) + \alpha_2 y'(a) = 0, \\ &\beta_1 y(b) + \beta_2 y'(b) = 0, \end{aligned} \qquad (*)$$

мұндағы $\rho(t) \in C[a,b]$, $q(t) \in C[a,b]$, α_j, β_j - кейбір тұрақтылар, $C[a,b]$ - $[a,b]$ аралығындағы үзіллiссіз функциялар класы.

Осындай есептерге шектің көлденең тербелуі, серпінді стерженнің бойлық тербелуі, трубадағы дыбыстық тербелу,сымдағы электрлік тербелу есептері жатады.

(*) есебінің өзіндік функцияларының нөлі мен меншікті мәндерінің арасында тығыз байланыс бар. Нақтырақ айтсақ, өзіндік функцияларының нөлдерінің үлестірімін зеріктеу осы есептің дискретті меншікті мәндерінің ақырсыз жиыны бар екенінің дәлелдемесіне алып келеді.

Мұндай терең байланысты Ж.Штурм тапты және де

$$Ly(t) \equiv \left|\rho(t)y'(t)\right|' + v(t)y(t) = 0$$

теңдеуінің шешімінің нөлдері толық зеріктелді, мұндағы $\rho(t), v(t) \in C(I)$, $I -$ қандайда бір аралық.

Соның ішінде ол, I аралығындағы теңдеудің накты нөлдерінің саны туралы “Штурм ережесін” жасады, (L) теңдеуінің шешімінің тербелімділігін және олардың нөлдерінің осьтегі үлестірімін зерттеді , салыстыру теоремаларын дәлелдеді.

Сызықты теңдеудің тербелімді шешімдерінің қасиеттерін Кнезер, Уитнер, Хартман және басқа авторлар өз еңбектерінде қарастырды. 70 – жылдарда сызықты емес теңдеулер класынан А.Эльберт және Д. Мирзов және басқада авторлар [2] өз жұмыстарында жартылай сызықты теңдеулердің тербелімділігін, шенелімділігін, асимптотикалық тәртібін және басқа да қасиеттерін алды. Соңғы он жылдықта А.Досли , Р. Марик, [1] Р. Ойнаров[3] және басқа зерттеушілер [1] сызықты , сызықты емес теңдеулердің тербелімділігін зерттеді. Соңғы жұмыстарында бұл типті теңдеулердің әлі жетіңкіремейтін көптеген тұстары бары анықталды. Сондықтан бұл жұмыс қазіргі таңда көп зеріктеуді талап етеді.

$I=(0;+\infty)$ аралығындағы екінші ретті жартылай сызықты дифференциалдық теңдеу қарастырамыз.[3]

$$\left(\left|y'(t)\right|^{p-2}y'(t)\right)'-v(t)\left|y(t)\right|^{p-2}y(t)=0,$$

(1)

мұндағы $1<p<\infty$ және $v(\cdot)$ - I аралығында үзіліссіз функция.

$y:I\to R$ функциясы (1) теңдеудің шешімі деп аталады, егер $\left(\left|y'(t)\right|^{p-2}y'(t)\right)$ мен бірге үзіліссіз дифференциалданатын және барлық $t\in I$ үшін (1) теңдеуді қанағаттандырса.

(1) теңдеу I интервалында түйіндес нүктелері жоқ теңдеу деп аталады[1], егер I интервалында оның кез – келген шешімінің бірден артық емес нолі бар болса.

Енді келесі шарттар орындалсын:

$$v(t)>0,\qquad \forall t\in I, \tag{2}$$

$$\int_0^\infty v(t)dt=\infty$$

Егер $\int_0^\infty v(t)dt=\infty$ шарт орындалса [2] , Келесі шарттарды

$$y(t)>0,\quad y'(t)<0,\quad \forall t\in I, \tag{3}$$

қанағаттандыратын (1) теңдеудің шешімі бар.

Функцияларды енгізейік

$$\varphi(x)=\inf_{x<t<b}\left[(t-x)^{1-p}+\int_x^t v(s)ds\right]^{q-1},$$

$$\psi(x)=\inf_{x<t<b}\left[(t-x)+\left(\int_x^t v(s)ds\right)^{1-q}\right],$$

Лемма 1[3].$1<p<\infty$ және v функциясы (2) шартты қанағаттандыратын болсын. $\forall x\in I$ үшін мына бағалау орынды

$$1\le\psi(x)\varphi(x). \tag{4}$$

Лемма 2.[3] $1<p<\infty$ және v функциясы (2) шартты қанағаттандыратын болсын. Онда кез-келген үзіліссіз дифференциалданатын y: $\mathrm{I}\to R$ функциясы және $x\in I$ үшін мына бағалау орынды

$$\left|y(x)\right|^p\le\inf_{x<t<b}\left\{\left[(t-x)+\left(\int_x^t v(s)ds\right)^{1-q}\right]^{p-1}\times\int_x^t\left[\left|y'(s)\right|^p+v(s)\left|y(s)\right|^p\right]ds\right\}. \tag{5}$$

Теорема 1. $1 < p < \infty$ және v функциясы (2) шартты қанағаттандыратын болсын. Егер (1) теңдеудің $y(x)$ шешімі (3) шартты қанағаттандыратын болса, онда мына бағалау орынды

$$\varphi(t) \geq \mp \frac{d}{dt} \ln\, y(t) \geq \frac{1}{\psi(t)} \qquad \forall t \in I,$$

(6)

$$v(t)\psi^{p-1}(t) \geq \mp \frac{d}{dt} \ln\left|\Phi\left(y'(t)\right)\right| \geq v(t)\varphi^{1-p}(t), \qquad \forall t \in I$$

(7)

Дәлелдеуі: (1) теңдеудің y шешімі (3) шартты қанағаттандыратын болсын. (1) теңдеуді $y = y(x)$ болғанда $[t, x] \subset I$ аралығында интегралдаймыз.

$$-\left|y'(x)\right|^{p-1} + \left|y'(t)\right|^{p-1} - \int_t^x v(s)\left|y\ (s)\right|^{p-1} ds = 0,$$

немесе

$$-\left|y'(x)\right|^{p-1} = -\left|y'(t)\right|^{p-1} + \int_t^x v(s)\left|y\ (s)\right|^{p-1} ds\ . \tag{8}$$

(7) теңдіктің екі бөлігінде t арқылы z -тен x-ке дейін интегралдаймыз, мұндағы $z \in (a, x)$ және Гельдер теңсіздігін қолданамыз.

$$-\left|y'(x)\right|^{p-1}(x-z) = -\int_z^x \left|y'(t)\right|^{p-1} dt + \int_z^x \int_t^x v(s)\left|y\ (s)\right|^{p-1} ds dt \leq$$

$$-(x-z)^{\frac{1}{p}}\left(\int_z^x \left|y'(t)\right|^{p} dt\right)^{\frac{1}{q}} + (x-z)\left(\int_z^x v(s) ds\right)^{\frac{1}{p}}\left(\int_z^x v(s)\left|y(s)\right|^p ds\right)^{\frac{1}{q}} \leq$$

$$\left[-(x-z) + \left(\int_z^x dt\right)^p \int_z^x v(s) ds\right]^{\frac{1}{p}} \times \left[\int_z^x \left[\left|y'(t)\right|^p + v(t)\left|y(t)\right|^p\right] dt\right]^{\frac{1}{q}}.$$

Осыдан,

$$-\left|y'(x)\right|^p \leq \left[-(x-z)^{1-p} + \int_z^x v(s) ds\right]^{q-1} \times \int_z^x \left[\left|y'(t)\right|^p + v(t)\left|y(t)\right|^p\right] dt \tag{9}$$

(1) теңдеуін $y(t)$ көбейтейік және $z \in (a, x)$- тен x- ке дейін интегралдаймыз. Онда

$$\left|y'(x)\right|^{p-1} y(x) - \left|y'(z)\right|^{p-1} y\ (z) - \int_z^x \left[\left|y'(t)\right|^p + v(t)\left|y(t)\right|^p\right] dt = 0$$

Енді

$$\left|y'(z)\right|^{p-1} y(z) > 0 \qquad \text{болғандықтан,}$$

$$\left|y'(x)\right|^{p-1} y\ (x) \geq \int_z^x \left[\left|y'(t)\right|^p + v(t)\left|y(t)\right|^p\right] dt \tag{10}$$

(5),(4) арқылы және (5),(12) сәйкесінше барлық $z \in (a,x)$ үшін табамыз.

$$\left|y'(x)\right|^{p-1} y(x) \geq \left|y(x)\right|^{p}\left[(x-z)+\left(\int_{z}^{x} v(s)ds\right)^{1-q}\right]^{1-p},$$

$$\left|y'(x)\right|^{p-1} y(x) \geq \left|y'(x)\right|^{p}\left[(x-z)^{1-p}+\int_{z}^{x} v(s)ds\right]^{1-q},$$

сонда табамыз.

$$\frac{y'(x)}{y(x)} \geq \left[(x-z)+\left(\int_{z}^{x} v(s)ds\right)^{1-q}\right]^{-1} \qquad (11)$$

$$\frac{y'(x)}{y(x)} \leq \left[(x-z)^{1-p}+\int_{z}^{x} v(s)ds\right]^{q-1} \qquad (12)$$

(10),(11) теңсіздіктерден барлық $z \in (a,x)$ үшін орындалатын болғандықтан, онда

$$\varphi(x) \geq \frac{y'(x)}{y(x)} \geq \frac{1}{\psi(x)}$$

немесе

$$\varphi(x) \geq \frac{d}{dx}\ln y(x) \geq \frac{1}{\psi(x)}$$

(6) теңсіздік y үшін дәлелденді. (7) теңсіздікті дәлелдейміз. (6) теңсіздіктен

$$\psi(t) \geq \frac{y(t)}{\left|y'(t)\right|} \geq \frac{1}{\varphi(t)}, \qquad \forall t \in I \qquad (13)$$

немесе

$$\psi(t) \geq -\frac{y(t)}{y'(t)} \geq \frac{1}{\varphi(t)}, \qquad \forall t \in I \qquad (14)$$

(12) және (13) тен

$$\psi^{p-1}(t) \geq -\frac{\left|y(t)\right|^{p-2} y(t)}{\left|y'(t)\right|^{p-2} y'(t)} \geq \frac{1}{\varphi^{p-1}(t)} \qquad (15)$$

(14) теңсіздікті v(t) көбейтіп (1) теңдеуді ескере отырып,

$$v(t)\psi^{p-1}(t) \geq -\frac{\left(\left|y'(t)\right|^{p-2} y'(t)\right)'}{\left|y'(t)\right|^{p-2} y'(t)} \geq \frac{v(t)}{\varphi^{p-1}(t)}$$

Осымен (7) теңсіздік дәлелденді.

Келесі белгілеулерді енгізейік

$$B_{\varphi}(z)=\int_z^b \varphi(t)dt6,\quad B_{\psi}(z)=\int_z^b \frac{1}{\psi(t)}dt,$$

$$B_{v,\varphi}(z)=\int_z^b v(t)\varphi^{p-1}(t)dt,\quad B_{v,\psi}(z)=\int_z^b v(t)\psi^{p-1}(t)dt,$$

Теорема 2. Теорема 1 шарттары орындалатын болсын. $z\in I$ болсын.

1) Егер $B_{\psi}(z)<\infty$, онда $\lim_{x\to b} y\ (x)=l$

2) Егер $B_{\varphi}(z)=\infty$, онда $\lim_{x\to b} y\ (x)=0$

1) Егер $B_{v,\varphi}(z)=\infty$, онда $\lim_{x\to b}\phi(y'(x))=0$

2) Егер $B_{v,\psi}(z)<\infty$, онда $\lim_{x\to b}\phi(y'(x))=-l$.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Dosly O. Half-linear differential equations. Handbook of differential equations: Ordinary differential equations. –V.I, Handbooks in Mathematics. Elsevier, Amsterdam:2004.-p.161-357.
2. Cecchi M., Dosly Z., Marini M. Limit and integral properties of principal solutions for half – linear differential equations .//Arch.Math. –Brno, -V.43(2007). –P.75-86.
3.Ойнаров Р., Мырзатаева К.Р. Неосцилляторность полулинейного дифференциального уравнения второго порядка.//Матем. журнал, -Алматы, 2007.том 7,№2(24), - С.72-82.

ӘОЖ 517.518

МАТРИЦАЛЫҚ ОПЕРАТОРДЫҢ БІР КЛАСЫНЫҢ САЛМАҚТЫ БАҒАЛАУЫ

Сарыбай М.Р.
meruert_94_17@mail.ru
Л.Н. Гумилев атындағы ЕҰУ, Астана, Қазақстан

Айталық $1<p<q<\infty$, $\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=1$, ал $\omega=\{\omega_i\}_{i=1}^{\infty}$, $\upsilon=\{\upsilon_i\}_{i=1}^{\infty}$, $u=\{u_i\}_{i=1}^{\infty}$ және - теріс емес сандар тізбегі болсын. Алдағы уақытта салмақты тізбектер деп атаймыз. Айталық $f=\{f_i\}_{i=1}^{\infty}$ – нақты сандар тізбегі болсын. $0\le f$, $0<f$, $0\le f\downarrow$ символдары f тізбегінің сәйкесінше теріс емес, оң, теріс емес және өспейтінін білдіреді.

Осы жұмыста төмендегідей түрдегі теңсіздік қарастырылады:

$$\|uAf\|_{l_q}\le C\|\omega Rf\|_{l_p},\qquad \forall 0\le f\in l_p, \tag{1}$$

мұндағы $\|\cdot\|_{l_p}$ – l_p кеңістігінің қарапайым нормасы, $1<p<\infty$, C- ақырлы оң сан, A және R – нақты матрицалық операторлар, сәйкесінше $(Af)_j=\sum_{i=j}^{\infty}a_{ij}f_i$, $(Rf)_j=\sum_{i=j}^{\infty}r_if_i$, $j\ge1$.