ӘОК 524.834

БРАНС-ДИККЕ ӨРІСІ БАР ГРАВИТАЦИЯНЫҢ МОДИФИКАЦИЯЛАНҒАН ТЕОРИЯСЫНЫҢ ДЕРБЕС ЖАҒДАЙЫ ҮШІН КОСМОЛОГИЯЛЫҚ ШЕШІМДЕР

Жубатканова Жулдыз Аманжоловна
zhuldyz.zhubatkanova@mail.ru
Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, Физика-техникалық факультетінің магистранты,
Нұр-Сұлтан, Қазақстан
Ғылыми жетекшісі – Н.Мырзакулов

Бұл мақалада Бьянки I типті локальді - симметриялық кеңістік уақытында $F(R,T)$ гравитациясының дербес жағдайы ретінде параметрі ω=-3/2 те болатын Бранс-Дикке теориясына эквивалентті болатын Палатини формализміндегі $F(R)$ гравитациясы зерттелді. Берілген модель үшін лагранжиан қорытылды. Бранс-Дикке типті скалярлық өрісі бар модель үшін қозғалыс теңдеулері Ұлғаю скаляры мен жылжу скаляры арасында пропорционалды қолдана отырып, берілген модель үшін космологиялық шешімдер табылды.

Скалярлы-тензорлы теорияға эквивалентті Палатини $F(R)$ гравитациясы жәнеөріс теңдеулері

$F(R)$ гравитациясын Палатини формализмінде қысқаша қарастарайық. Материялық лагранжиан бар Палатини $F(R)$ гравитациясындағы әсер төменлегідей жазылады

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}F(R)+2L_m\right], \tag{1}$$

мұндағы L_m материялық Лагранжиан және ψ өрістер жиынтығын көрсетеді.Палатини формализмінде $F(R)$ гравитациясы теориясы $\omega_{BD}=-3/2$ Бранс-Дикке (БД) теориясына эквивалентті. Канондық эффективті нүктелік Лагранжианды құруүшін, Палатини $F(R)$ формализм және гравитация мен БД теорияларының арасындағы динамикалық эквивалентті қолдануымыз қажет. Сондықтан (8) әсерді келесі түрде жазу қажет

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\,(F(R)+\frac{3}{2\phi}g^{ab}\partial_a\phi\partial_b\phi-U(\phi)+2L_m). \tag{2}$$

мұндағы $\phi=F_R, U(\phi)=\phi\chi(\phi)-f(\chi(\phi)), R=(\chi(\phi))$ және R метрикалық тензордың Леви-Чивита байланысынан құралған скаляры. Бұл $\omega_{BD}=-3/2$ БД параметрлі БД теориясыныңқозғалыс теңдеуі екенін айта кетейік. Мұнда, сонымен метрикалық формализмде $F(R)$ гравитациясы $\omega_{BD}=0$ параметрлі БД-мен эквивалентті екені көрсетілген. Бұл жұмыста, төменде көрсетілген біртекті анизатропты локальді, айналмалы және симметриялы Бьянки I типті метрикасын қарастырамыз

$$ds^2 = dt^2 - A(t)^2dx^2 - B(t)^2(dy^2+dz^2), \tag{3}$$

мұндағы $A(t)$ және $B(t)$ тек ғарыштық уақытқақатысты масштабты факторлар.Бұл метриканың скалярлық қисықтығын төменедегідей жазамыз

$$R=-2\left(\frac{\ddot{A}}{A}+\frac{\ddot{B}}{B}+2\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB}+\frac{\dot{B}^2}{B^2}\right), \tag{4}$$

мұндағы "нүкте" ғарыштық уақытқа дифференциалдауды білдіреді. (5) әсер мен (7) қисықтық тензорын пайдаланып, локальді, айналмалы және симметриялы Бианки I типті метрикасы үшін нүктелік Лагранжиан, бөліктеп интегралдаудан кейін былай жазылады

$$\begin{aligned}L&=AB^2\phi F-AB^2\phi F_R R+2A\dot{B}^2\phi F_R+2\dot{A}B^2\dot{\phi}F_R+4AB\dot{\phi}F_R\dot{B}+\\&+4\dot{A}\dot{B}\phi F_R B+4AB\phi F_{RR}\dot{R}\dot{B}+2\dot{A}B^2\phi F_{RR}\dot{R}+AB^2\frac{3\dot{\phi}^2}{2\phi}-UAB^2-\rho_{m0},\end{aligned} \tag{5}$$

мұндағы материя Лагранжианы ретінде $L_m=\rho_{m0}(AB^2)^{-1}$ те болады. Динамикалық жүйе үшін танымал Эйлер-Лагранж теңдеуінің жалпы түрін келтіреміз

$$\frac{\partial L}{\partial q_i}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right)=0, \tag{6}$$

мұндағы q_i кеңістік конфигурациясының жалпыланған координаталары. Енді (5) Лагранжианымызды (6) Эйлер-Лагранж теңдеуіне қойсақ, Бранс-Дикке типті скаляр өріс үшін Клейн-Гордон теңдеуін аламыз

$$F-F_R R+F_R\left(\frac{\ddot{A}}{A}+\frac{2\ddot{B}}{B}+\frac{2\dot{A}\dot{B}}{AB}+\frac{\dot{B}^2}{B^2}\right)+\frac{3}{2}\left(\frac{\dot{A}}{A}+\frac{2\dot{B}}{B}\right)\frac{\dot{\phi}}{\phi}+\frac{3\ddot{\phi}}{2\phi}-\frac{3}{4}\frac{\dot{\phi}^2}{\phi}-\frac{U'}{2}=0, \tag{7}$$

Сондай-ақ, Эйлер-Лагранж теңдеуінен A және B масштабтық факторлары үшін қозғалыс теңдеуін аламыз

$$\frac{F}{2}-\frac{F_R R}{2}-\frac{3\dot{\phi}^2}{4\phi^2}+\frac{U}{2\phi}+\frac{2F_R}{\phi}\left(\frac{\ddot{\phi}}{2}+\frac{\dot{B}\dot{\phi}}{B}+\frac{\dot{B}^2\phi}{2B^2}+\frac{\ddot{B}\phi}{B}\right)+\frac{2\ \dot{B}\dot{R}F_{RR}}{B\phi}+\frac{\dot{\phi}F_{RRR}\dot{R}^2}{\phi}=0 \tag{8}$$

Сонымен қатар, R бойынша қозғалыс теңдеулері келесідей түрге енеді

$$\begin{aligned}&\frac{F}{2}-\frac{F_R R}{2}+\frac{\ddot{A}}{A}+F_R\left(\frac{\ddot{B}}{B}+\frac{\dot{A}\dot{\phi}}{A\phi}+\frac{\dot{B}\dot{\phi}}{B\phi}+\frac{\ddot{\phi}}{\phi}+\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB}\right)-\\&-\frac{3}{4}\frac{\dot{\phi}^2}{\phi^2}-\frac{U}{2\phi}+F_{RR}\left(\frac{\dot{B}}{B}+\frac{\dot{R}\dot{B}}{B}+\frac{\dot{\phi}}{\phi}+\frac{\dot{A}}{A}+\frac{\dot{B}\phi\dot{R}}{B}+\frac{\dot{\phi}\dot{R}}{\phi}+\ddot{R}\right)+F_{RRR}\dot{R}=0.\end{aligned} \tag{9}$$

Эйлер-Лагранж теңдеуінен нөлдік энергия жағдайыүшін жалпы өрнектің түрі

$$\sum_i\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\dot{q}_i-L=0. \tag{10}$$

Ең соңында (5) Лагранжианды жоғарыдағыөрнекке қойсақ, алатынымыз

$$\frac{F}{2}-\frac{F_R R}{2}+F_R\left(\frac{2\dot{A}\dot{B}}{AB}+\frac{\dot{B}^2}{B^2}+\frac{\dot{A}\dot{\phi}}{A\phi}+\frac{2\dot{B}\dot{\phi}}{B\phi}\right)+\frac{U}{2\phi}+\frac{3}{4}\frac{\dot{\phi}^2}{\phi^2}-F_{RR}\left(\frac{\dot{R}\dot{A}}{A}-\frac{2\dot{B}\dot{R}}{B}\right)=0; \tag{11}$$

Қозғалыс тендеулеріндегі "нүкте" уақыт бойынша дифференциалдауды білдіреді. Космологиялық шешмді алу үшін кез келген айнымалыны еркін түрде таңдалынып алынады. Сондай-ақ, Бранс-Дикке скалярлық өрісін кейбір масштабты факторға тәуелді етіп аламыз, басқаша $\phi = a^{\alpha}$.

Жалпы жағдайда ұлғаю скаляры θ мен жылжу скаляры σ келесіөрнектермен анықтаймыз.

$$\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{\dot{A}}{A}-\frac{\dot{B}}{B}\right) \tag{12}$$

$$\sigma = \left(\frac{\dot{A}}{A}+2\frac{\dot{B}}{B}\right) \tag{13}$$

Енді келесі бөлімде жоғарыдағықозғалыс теңдеуінқолдана отырып космологиялық шешмдерді алып, олардың тәртібіне талдау жасаймыз.

Өріс теңдеулері жоғары ретті сызықты емес болғандықтан, Әлемнің ұлғаю шарты үшін $\phi = a^{\alpha}$ мұнда $\alpha \geq 0$ скаляр өрістің д»режелік заңын қарастырамыз. Жазық, біртекті кеңістік метрикасы үшін ұлғаю скаляры мен жылжу скаляры келесідей $\sigma/\theta = n$ тура пропорционалды түрде болады, мұндағы n тұрақты. Бұл шарт төмендегі теңдікке алып келеді

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{\dot{A}}{A}-\frac{\dot{B}}{B}\right)=n\left(\frac{\dot{A}}{A}+2\frac{\dot{B}}{B}\right), \tag{14}$$

бұдан алатынымыз

$$\frac{\dot{A}}{A}=m\frac{\dot{B}}{B}, \tag{15}$$

мұндағы $m=\left(1+2n\sqrt{3}\right)/\left(1-2n\sqrt{3}\right)$ және n тұрақты. Енді(15) теңдеуді интегралдағаннан кейін алатын шешіміміз

$$A=\beta B^{m}, \tag{16}$$

мұндағы β интегралдау тұрақты және ол $\beta = 1$ деп болжанады. Метрикамызға сәйкес орташа масштабты факторымызды $a=(AB^2)^{1/3}$ біле отырып, сәйкесінше ϕ келесідей анықтаймыз

$$\phi = B^{(m+2)\alpha/3}. \tag{17}$$

Сонымен қатар, (16) өрнекті (4) өрнекке қоятын болсақ, B масштабтық факторын аламыз

$$B(t)=\left(\frac{(C_1t+C_2)(m^2+2m+2)}{m+1}\right)^{\frac{m+1}{m^2+2m+2}} \tag{18}$$

Сондай-ақ, B масштабтық факторын (16) теңдеуіне қойып алатынымыз

$$A(t)=\left(\left(\frac{(C_1t+C_2)(m^2+2m+2)}{m+1}\right)^{\frac{m+1}{m^2+2m+2}}\right)^{m} \tag{19}$$

Сәйкесінше скаляр өріс төмендегідей болады

$$\phi(t)=\left(\left(\frac{(C_1t+C_2)(m^2+2m+2)}{m+1}\right)^{\frac{m+1}{m^2+2m+2}}\right)^{\frac{1}{3}(m+2)\alpha} \tag{20}$$

Бағытталған x, y, z өстеріндегі Хаббл параметрлері мынандай түрде беріледі

$$H_x=\frac{\dot{A}}{A}, \tag{21}$$

)

$$H_y=H_z=\frac{\dot{B}}{B}, \tag{22}$$

Ал Хаббл параметрінің жалпы түрі төмендегі теңдікпен беріледі

$$H=\frac{1}{3}\left(\frac{\dot{A}}{A}+2\frac{\dot{B}}{B}\right). \tag{23}$$

Бұл мақалада $F(R,T)$ гравитациясың теориясының дербес жағдайы Палатини $F(R)$ гравитациясының Бранс-Дикке атты скалярлық-тензорлық теориясын қарастырдық. Бранс-Дикке теориясын зерттеуде локалді, айналмалы және симметриялық Бианки I типті кеңістік уақытын зерттей отырып нүктелік Лагранжианды қорытып алып, Фридманның екі тендеуін, Бранс-Дикке скалярлықөріс үшін теңдеулерін анықтадық. Қозғалыс теңдеулерін шешу мақсатында скаляры мен жылжу скалярының байланысы арқылы A мен B арасындағы дәрежелік заңдылықты пайдаланып, космологиялық шешімдер алынды. Осы космологиялық шешімдерге сәйкес графиктер тұрғызылып, олардың тәртібіне талдау жасалды.

Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Perlmutter S. Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae // The Astophysical Journal. 1999. P.565-586.

2. Riess Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant // The Astronomical Journal. 1998. P.1009-1038.

3. Harko T., Francisco S.N., Lobo, Nojiri S., Sergei D. $F(R,T)$ gravity // Physical Review D. 2011. P.2402.

4. Satish J., Venkateswarlu R. Bulk viscous fluid cosmological models in $F(R,T)$ gravity // Chinese Journal of Physics. 2016. P.830-838.

5. Sotiriou T.P., Faraoni V. $F(R)$ theories of gravity // Reviews of modern physics. 2010. P.451.

6. Yang X.J., Chen D.M. $F(R)$ gravity theories in the Palatini formalism constrained from strong lensing // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2009. P. 1449–1458.

7. Banik K.D., Banik S.K., and Bhuyan K. Dynamical system approach to Born-Infeld $F(R)$ gravity in Palatini formalism // Physical Review D. 2018. P.124-141.

8. Almeida T.S., Pucheu M.L., Romero C., From Brans-Dicke gravity to a geometrical scalar-tensor theory // Physical Review D. 2014. P.640.