



БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ

Республикалық ғылыми-практикалық конференция

«Математикалық және компьютерлік модельдеудің заманауи мәселелері

Қазақстанның цифрлы индустриясының дамуы жағдайында»

3-5 мамыр 2018 жыл, Астана, Қазақстан

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

Республиканская научно-практическая конференция

«Современные проблемы математического и компьютерного моделирования

в условиях развития цифровой индустрии Казахстана»

3-5 мая 2018 года, Астана, Казахстан

ӘОЖ 004+519+316

КБЖ 22

М 49

В подготовке Сборника принимали участие:

Адамов А.А., Нугманова Г.Н., Сергибаев Р.А., Байдавлетов А.Т.

Математикалық және компьютерлік моделдеудің заманауи мәселелері Қазақстанның цифрлы индустриясының дамуы жағдайында: Республикалық ғылыми-практикалық конференциясының БАЯНДАМАЛАР ЖИНАҒЫ = Современные проблемы математического и компьютерного моделирования в условиях развития цифровой индустрии Казахстана: СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ Республиканской научно-практической конференции. Қазақша, орысша, ағылшынша. – Астана, 2018, 161 б.

ISBN 978-601-337-014-9

Жинаққа студенттердің, магистранттардың, докторанттардың және ғалымдардың механика, математика, математикалық және компьютерлік моделдеу, математиканы оқыту әдістемесінің өзекті мәселелері бойынша баяндамалары енгізілген.

В Сборник вошли доклады студентов, магистрантов, докторантов и ученых по актуальным вопросам механики, математики, математического и компьютерного моделирования и методики преподавания математики.

Тексты докладов представлены в авторской редакции

ISBN 978-601-337-014-9

ӘОЖ 004+519+316

КБЖ 22.1

Пайданылған әдебиеттер

1. <http://www.arduino.cc>
2. <http://arduino.ua/ru/hardware/Nano>
3. Brian W. Evans – Arduino блокнот программиста (перевод книги «Arduino Programming Notebook»)
4. Массимо Бенци - Знакомство с Arduino (перевод книги «Getting Started with Arduino»)
5. В. Короблев – С и С++. К. Издательская группа BHV., 2002. – 432 с.
6. Дж. Ф. Уэйкерли - Проектирование цифровых устройств, т. 1. М.: Постмаркет, 2002. – 544 с.
7. <https://digitalelectronics.kz>
8. Б. К. Жармакин – «Разработка учебного стенда по имитационному моделированию элементов цифровой электроники» - Материалы Международной научной конференции «Казахстантану -7» 23 ноября 2012 г., г. Астана. Стр. 258 – 262;
9. «ARDUINO платформасының негізінде логикалық элементтер мен триггерлерді зерттейтін модель құрастыру» Бүртебаев Қ., Жұбаналин Н., Серіков Б., Л.Н.Гумилев атында ЕҰУ студенттері. Ғылыми жетекші - Б.К. Жармакин - Сборник Материалов XI Международной научной конференции студентов и молодых ученых «НАУКА И ОБРАЗОВАНИЕ - 2016» - г. Астана 14 апреля 2016 г. – Стр. 98 – 101.
10. Б. К. Жармакин – Цифрлік электроника элементтерін ARDUINO платформасында құрастыру және бағдарламалау. Оқу құралы. Алматы.: Эверо баспасы., 2018. - 188 бет.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Жүзбаев С.С., Сабитова Д.С.

Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан

E-mail: juzbayev@mail.ru, dianasabitova@yahoo.com

Аннотация. Статья посвящена численному моделированию распространения упругих волн в неоднородных средах. Основываясь на уравнениях движения и соотношений обобщённого закона Гука были определены уравнения, описывающие малые динамические деформации в условиях плоской задачи. Была принята явная разностная схема и шаблон, построенные на основе метода бихарактеристик с добавлением идей расщепления по пространственным координатам. Получены разрешающие разностные уравнения для внутренних, граничных и угловых точек области.

Ключевые слова: волновые процессы, неоднородные среды, метод бихарактеристик, численное моделирование, определяющие уравнения, вектор скорости, тензор напряжений.

1. Введение

Математическое моделирование распространения волн в составных упругих средах актуально во многих отраслях, таких как строительство, конструирование, машиностроение и т.п. Для теоретического и прикладного исследования представляется важным изучение закономерностей развития контактного взаимодействия динамически деформируемых сред.

На сегодняшний день существует ряд математических методов исследования. В связи с развитием информационных технологий и доступности к вычислительным мощностям компьютеров, получили новое развитие численные методы решения: метод пространственных характеристик [1-4], метод конечных разностей [5], метод граничных интегральных уравнений [6, 7] и т.д.

2. Постановка задачи

Как показано на рисунке 1, пусть в декартовой системе координат прямоугольная полоса занимает область

$$D_1 = (0 \leq x_1 \leq L_2 \cap |x_2| \leq l),$$

а полуплоскость –

$$D_2 = (L_1 \leq x_1 \leq \infty \cap |x_2| \leq \infty) \cap (L_1 \leq x_1 \leq L_2 \cap |x_2| \leq l).$$

Свойства линейно-упругих изотропных, разнородных материалов задаются плотностью ρ_k , параметрами Ламе λ_k и μ_k ($k=1,2$). В момент времени $t \leq 0$ тело находится в состоянии покоя.

$$v_\alpha^{(k)} = \sigma_{\alpha_i}^{(k)} = 0 \quad (1)$$

где $v_\alpha^{(k)}$, $\sigma_{\alpha_i}^{(k)}$ – компоненты вектора скорости и тензора напряжений в k -том теле ($\alpha, i=1,2$).

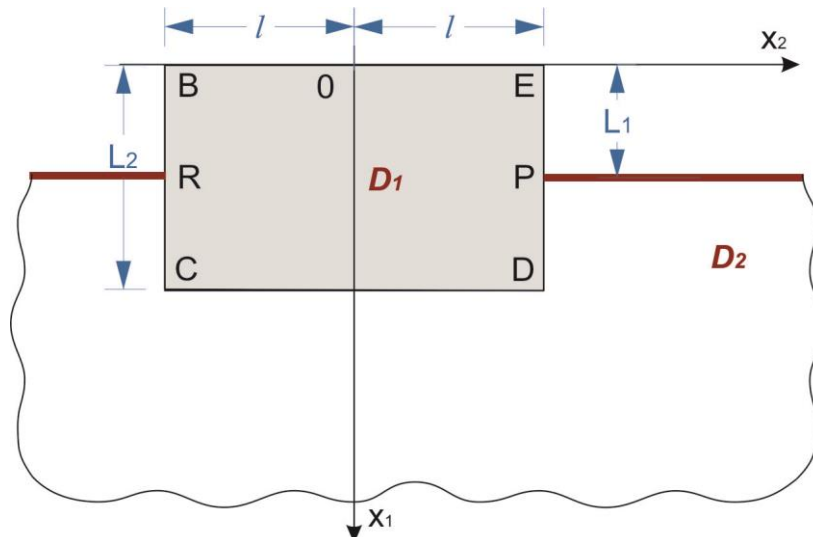


Рисунок 1 – Исследуемая область

В момент времени t_n ($n=1..150$) на нормальной границе $x_1 = 0$, $|x_2| \leq l$ прямоугольной полосы сообщается механическое возмущение, изменяющееся по закону:

$$\sigma_{11}^{(1)} = f(t), \quad \sigma_{12}^{(1)} = 0 \quad (2)$$

Остальные границы неоднородного тела свободны от напряжений:

$$\sigma_{ii}^{(2)} = 0, \quad \text{при } (i=1,2), x_1 = L_1, l \leq |x_2| < \infty; \quad (3)$$

$$\sigma_{i2}^{(1)} = 0, \quad \text{при } (i=1,2), |x_2| = l, 0 \leq x_1 \leq L_1 \quad (4)$$

Условия на контактных границах отвечают требованиям полного сцепления полосы и полуплоскости:

$$\sigma_{ii}^{(1)} = \sigma_{ii}^{(2)}, \quad v_i^{(1)} = v_i^{(2)}, \quad \text{при } (i=1,2), x_1 = L_2, |x_2| \leq l \quad (5)$$

$$\sigma_{i2}^{(1)} = \sigma_{i2}^{(2)}, \quad v_i^{(1)} = v_i^{(2)}, \quad \text{при } (i=1,2), L_1 \leq x_1 \leq L_2, |x_2| = l \quad (6)$$

Необходимо исследовать напряженно-деформированное состояние неоднородной среды $D_1 \cap D_2$.

3. Численное моделирование в неоднородных средах

В данной статье для решения задач распространения волн в неоднородных средах рассматривается метод бихарактеристик с добавлением идей метода расщепления [8-10]. Ниже он использован для исследования плоских волновых процессов в полуплоскости с частично заделанной в нее полосой (рисунок 1).

Для решения задачи наряду с начальными (1) и граничными условиями (2-6) используется система, состоящая из уравнений движений и соотношений обобщенного закона Гука[11].

$$p_k U_\alpha = \sigma_{\alpha\beta}^{(k)}; \quad \sigma_{\alpha_i}^{(k)} = \lambda_k \varepsilon_{ij}^{(k)} \delta_{\alpha_i} + 2\mu_k \varepsilon_{\alpha_j}^{(k)} \quad (7)$$

где $\varepsilon_{\alpha_j}^{(k)}$ – компоненты тензора деформации из соотношения Коши, δ_{α_i} – символ Кронекера, U_α – вектор перемещения, индексы (α, β, i, j, k) принимают значение 1, 2; причем $i \neq j$ и $(\alpha, \beta = i, j)$; нижними индексами после запятой обозначаются производные по соответству-

ющей пространственной переменной, точкой сверху – производные по времени; по дважды повторяющимся греческим индексам необходимо суммировать. Решение задачи удобно отыскивать в безразмерных величинах, которые получаются после введения обозначений как в [12].

Тело $D_1 \cap D_2$ линиями $x_1 = const$, отстоящими друг от друга на расстоянии h_i , делится на ячейки. Пересечения линий $x_1 = const$ образуют углы. Использование явной разностной схемы второго порядка точности позволяет установить значения неизвестных величин в узлах $t_n + \tau$ слоя (τ – шаг по времени) по известным их значениям в узлах слоя по времени t_n ($n=0,150$).

Принимается шаблон, состоящий из узла O и точек α_i^\pm ($i=1,2$), лежащих на координатных линиях $x_i = const$ и отстоящих от точки O на расстоянии $\gamma_1^{(k)}\tau$ и $\gamma_2^{(k)}\tau$ (рисунок 2). Наклонные прямые, исходящие из точки A , являются бихарактеристиками.

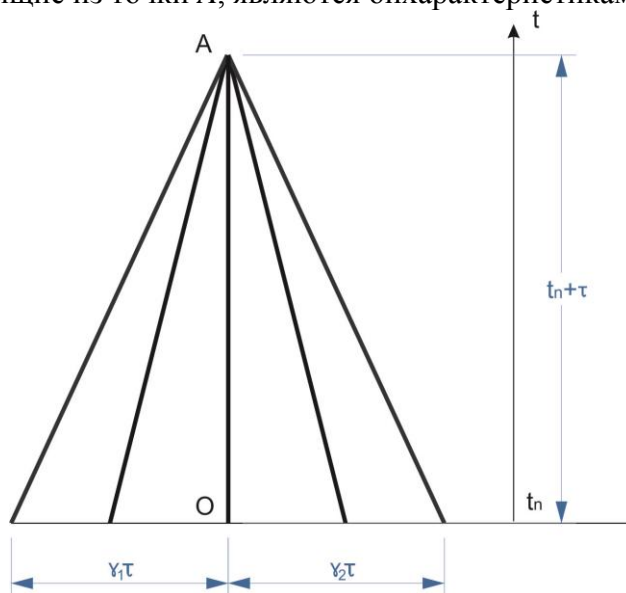


Рисунок 2 – Бихарактеристики на плоскости

В дальнейшем значениям функции в точке O приписываются верхний знак O , в точках α_i^\pm – нижний индекс α_i , а верхний знак \pm (например, $\sigma_{\alpha_i}^{\pm(k)}$), в точке A дополнительный знак не приписывается. Шаг по времени τ выбирается из условия устойчивости схемы Куранта-Фрэнсиса-Леви [12]. В безразмерной форме уравнения (7) имеют вид:

$$v_\alpha^{(k)} = \rho_k \sigma_{\alpha\beta\beta}^{(k)};$$

$$\sigma_{\alpha i}^{(k)} = (\gamma_1^{(k)} v_{i,i}^{(k)} + \gamma_3^{(k)} v_{j,i}^{(k)}) \delta_{\alpha i} + \gamma_2^{(k)} (v_{i,j}^{(k)} + v_{j,i}^{(k)}) (1 - \delta_{\alpha j}) \quad (8)$$

Разностные схемы. Система (8) расщепляется на две системы уравнений, соответствующие $\alpha = 1$ и $\alpha = 2$:

$$v_\alpha^{(k)} - p_k \sigma_{\alpha i,j}^{(k)} = A_{\alpha_i}^{(k)};$$

$$\sigma_{\alpha_i}^{(k)} - \gamma_1^{(k)} v_{\alpha_j}^{(k)} = B_{\alpha_i}^{(k)}, \quad (9)$$

здесь

$$A_{\alpha_i}^{(k)} = p_k \sigma_{\alpha i,i}^{(k)};$$

$$B_{\alpha_i}^{(k)} = \gamma_3^{(k)} v_{i,j}^{(k)} \delta_{\alpha_i} + \gamma_2^{(k)} v_{j,i}^{(k)} \delta_{\alpha_j}. \quad (10)$$

На характеристиках (рисунок 2)

$$dx_j = \pm p_k \gamma_i^{(k)} dt \quad (11)$$

должны быть выполнены условия [12]

$$d\sigma_{\alpha_i}^{(k)} \pm p_k \gamma_i^{(k)} dv_{\alpha}^{(k)} = (B_{\alpha_i}^{(k)} \pm p_k \gamma_i^{(k)} A_{\alpha_i}^{(k)}) dt, \quad (\alpha=1, i=1,2) \quad (12)$$

Уравнения (9) и условия (12) используются для отыскивания решения задачи (1-7). Интегрирование методом трапеции уравнения (9) от точки O и соотношений (12) от точек α_i^{\pm} до точки A (рисунок 1) позволяет получить разностные уравнений для внутренних точек области $D_1 \cap D_2$ [12].

$$\begin{aligned} v_{\alpha}^{(k)} &= v_{\alpha}^{0(k)} + \frac{\tau}{2} (A_{\alpha_i}^{(k)} + p_k \sigma_{\alpha_{i,j}}^{(k)} v_{\alpha}^{0(k)}); \\ \sigma_{\alpha_i}^{(k)} &= \sigma_{\alpha_i}^{0(k)} + \frac{\tau}{2} (B_{\alpha_i}^{(k)} + \gamma_j^{(k)} v_{\alpha_j}^{(k)} + \sigma_{\alpha_i}^{0(k)}) \end{aligned} \quad (13)$$

и

$$\sigma_{\alpha_i}^{(k)} - \sigma_{\alpha_i}^{\pm(k)} \pm p_k \gamma_i^{(k)} (\gamma_{\alpha}^{(k)} - v_{\alpha}^{\pm(k)}) = \frac{\tau}{2} |B_{\alpha_i}^{(k)} + B_{\alpha_i}^{\pm(k)} \pm p_k \gamma_i^{(k)} (A_{\alpha_i}^{(k)} + A_{\alpha_i}^{\pm(k)})| \quad (14)$$

Значения функций в не узловых точках α_i^{\pm} вычисляются по формуле Тейлора около узловой точки с точностью до второго порядка относительно шага по времени τ [12]. Исключая неизвестные $\sigma_{\alpha_i}^{(k)}$, $v_{\alpha}^{(k)}$ из (14), при помощи (13), можно получить восемь уравнений относительно производных в расчетном слое времени $t_n + \tau$:

$$p_k \gamma_i^{(k)2} v_{\alpha_i} \pm p_k \gamma_i^{(k)} \sigma_{\alpha_{i,j}}^{(k)} = p_k \gamma_i^{(k)2} (v_{\alpha_i}^{0(k)} + \tau v_{\alpha_i}^{0(k)}) \pm (\sigma_{\alpha_{i,j}}^{0(k)} + \tau \sigma_{\alpha_{i,j}}^{0(k)}) p_k \gamma_i^{(k)} \quad (15)$$

Складывая и вычитая поочередно соответствующие пары уравнений из (15), можно найти неизвестные производные $v_{\alpha_i}^{(k)}$, $\sigma_{\alpha_{i,j}}^{(k)}$, $(\alpha=1, i=1,2)$.

$$\begin{aligned} v_{\alpha_i}^{(k)} &= v_{\alpha_i}^{0(k)} + \tau v_{\alpha_i}^{0(k)}; \\ \sigma_{\alpha_{i,j}}^{(k)} &= \sigma_{\alpha_{i,j}}^{0(k)} + \tau \sigma_{\alpha_{i,j}}^{0(k)}. \end{aligned} \quad (16)$$

Систему уравнений (16) можно использовать для определения неизвестных, как во внутренних, так и в граничных узловых точках исследуемой области $D_1 \cap D_2$. Подстановка равенств (16) в (13) позволяет получить неизвестные $\sigma_{\alpha_i}^{(k)}$, $v_{\alpha}^{(k)}$ во внутренних узловых точках тела в момент времени $t_n + \tau$.

На граничных линиях $x_i = const$ заданы два компонента напряжения (2-4). В расчетах не могут быть использованы условия (15) на двух характеристиках, не принадлежащих области $D_1 \cap D_2$. Тем самым, по сравнению с внутренними точками число уравнений (15) сокращается на 2. Совокупность оставшихся уравнений (13), (15) и двух граничных условий (2-4) является замкнутой линейной системой относительно тринадцати неизвестных (восьми производных и пяти функций). Точки контактных линий CR , PD и CD рассматриваются как граничные точки отдельных областей D_1 , D_2 . В каждой из этих точек число уравнений (13), (15) равно 22, а неизвестных – 26. Замкнутая система уравнений получается, если наряду с (13), (15) использовать условия жесткого сцепления (5), (6).

В угловых точках B и E заданы четыре компонента тензора напряжений. В силу закона парности касательных напряжений только три из них являются линейно независимыми. В расчетах должны отсутствовать условия (15) на четырех характеристиках, не принадлежащих области $D_1 \cap D_2$. Число неизвестных производных можно сократить непосредственным дифференцированием граничных функций (2), (4) вдоль границы получают производные $\sigma_{12,1}^{(1)} = 0$ и $\sigma_{12,2}^{(1)} = 0$. Уравнения относительно $\sigma_{12}^{(1)}$ из системы (13) при $\sigma_{12}^{(1)} = 0$ превращается в тождество. Остальные неизвестные вычисляются при последовательном решении уравнений (13) и (15).

4. Заключение

Методика расчета, описанная в данной статье, может быть использована для анализа напряженно-деформированного состояния и особенностей распространения волн в плоских неоднородных телах при действии продольных, поперечных и импульсных нагрузок.

Рассматриваемый метод показал высокую точность и устойчивость, что, в свою очередь, говорит о широком спектре прикладного значения данного метода и возможности его использования для решения различных волновых задач.

Список используемых источников

1. Клифтон Р. Разностный метод в плоских задачах динамической упругости // Механика. Сборник переводов. 1968. - № 1. - С. 103-122.
2. Тарабрин Г.Т. Разностные схемы волновых задач теории упругости: монография / Г. Т. Тарабрин; ВолгГТУ. - Волгоград: РПК "Политехник", 2000. - 148 с.
3. Kukulidzhanov V.N. Numerical Continuum Mechanics. De Gruyter, 2012. XVIII, 425 pages.
4. Рекер В.В. Прикладная механика // Серия Е.-1970. -№1.-Б. 121-129.
5. Айталиев Ш.М., Масанов Ж.К., Баймаханов И.Б., Махметова Н.М. // Численные методы решения задач механики деформируемого твердого тела, Караганда, 1987. с.3-15.
6. Баженов В.Г., Гоник Е.Г., Кибец А.И., Шошин Д.В. Устойчивость и предельные состояния упругопластических сферических оболочек при статических и динамических нагружениях. Прикладная механика и техническая физика, 2014. Т. 55, №1, с.13-22.
7. Айталиев Ш.М., Алексеева Л.А., Дильдабаев Ш.А., Жанбырбаев Н.Б. Метод граничных интегральных уравнений в задачах динамики упругих много связанных тел. - Алма-Ата: Гылым, 1992. - С. 228.
8. Джужбаев С.С., Каримбаев Т.Д. Сложное напряженное состояние в основании сваи при циклическом его нагружении. // Тезисы докладов научно-технической конференции «Прочность материалов и элементов конструкций при звуковых и ультразвуковых частотах нагружения», Киев, 1992, стр. 18.
9. Байтелиев Б.Т., Джужбаев С.С., Метод бихарактеристик в пространственных задачах линейной теории наследственности. // Тезисы докладов Всесоюзного Симпозиума по реологии грунтов, Волгоград, 1985, стр. 37-38
10. Akhmetova Z., Zhuzbaev S., Boranbayev S. The method and software for the solution of dynamic waves propagation problem in elastic medium. Acta Physica Polonica A, Polish Academy of Sciences.-2016, Vol.130. - pp. 352-354, ISSN 0587-4246.
11. Джужбаев С.С., Купешев Б.К. Распространение двумерных волн напряжений в трансверсально-изотропной пластинке. Деп. В КаНИИНТИ 1.07.87. №4 (186), с. 192-198.
12. Джужбаев С.С., Каримбаев Т.Д. Динамическое деформирование четвертьплоскости с упругой вставкой при боковом импульсном нагружении. Деп. В КаНИИНТИ 30.11.89. №11 (217)б с. 175-183.

ИССЛЕДОВАНИЯ МЕТОДОВ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ ДЛЯ УЧЕТА И АНАЛИЗА ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ

Искаков А., Эбдірей Б.

Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Астана, Казахстан

E-mail: a.iskakov99@gmail.com, baubek_aktobe@mail.ru

Казахстан находится в самом центре Евразийского континента, является мостом между Европой и Азией, вблизи быстрорастущих рынков Китая, России и Индии. Выгодное географическое положение, макроэкономическая, социальная и политическая стабильность создали в Казахстане один из самых привлекательных инвестиционных климатов в регионе.

Если рассматривать динамику последних 10 лет, основной объем прямых иностранных инвестиций был привлечен в период реализации Государственной программы индустриально-инновационного развития на 2010-2014 годы. Одним из значимых результатов программы является то, что сегодня в каждом третьем секторе промышленности имеется производство с участием иностранных инвесторов. Это стало возможным благодаря значительному улучшению инвестиционного климата в стране.

Инвестиции в информационные системы управления тесно связаны с такими понятиями как инновации и инвестиции.

Инновационный процесс включает научно-исследовательские, опытно-конструкторские, проектно-технологические и экспериментальные работы, а также работы