УДК 524.832

КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТИПА БЬЯНКИ-I С БОЗОНАМИ И ФЕРМИОНАМИ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИМИ ЧЕРЕЗ ПОТЕНЦИАЛ ЮКАВЫ

Молдагалиева Дана Рустемовна
moldagaliyeva.dr@gmail.com
Студент Физико-технического факультета, ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан
Научный руководитель – Разина О. В.

Рассмотрим космологическую модель, пространство-время которой описывается метрикой Бьянки-I, где гравитационное поле обусловлено, согласно стандартной модели элементарных частиц, фермионами и бозонами, взаимодействующими через потенциал Юкавы [1-3].

Полное действие принимает вид

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left\{\frac{1}{2}R + L_f + L_b + L_Y\right\}. \tag{1}$$

Функция Лагранжа для фермионного поля и бозонного поля принимают вид

$$L_f = \frac{i}{2}\left[\bar{\psi}\Gamma^{\mu}D_{\mu}\psi - \left(D_{\mu}\bar{\psi}\right)\Gamma^{\mu}\psi\right] - V\left(\psi\bar{\psi}\right),$$

$$L_b = \frac{1}{2}\partial_{\mu}\phi\partial^{\mu}\phi - \frac{1}{2}m\phi^2,$$

где m – это масса бозонов. Фермионное поле и бозонное поле взаимодействуют через потенциал типа Юкавы, лагранжиан которого имеет вид

$$L_Y = -\lambda\overline{\psi}\phi\psi,$$

где λ - константа связи.

Теперь рассмотрим динамику анизотропной модели ранней Вселенной. Будем использовать метрику Бьянки-I, которая описывается

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 dx^2 - b(t)^2 dy^2 - c(t)^2 dz^2. \tag{2}$$

Однородность обеспечивается независимостью масштабных факторов от пространственных координат, в то время как анизотропность следует из трех различных масштабных факторов для направлений в пространстве.

Уравнения движения нашей модели совместно с метрикой Бьянки-I (2) равны

$$\ddot{\phi} + \left(\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b} + \frac{\dot{c}}{c}\right)\dot{\phi} + m^2\phi + \lambda\overline{\psi}\psi = 0, \tag{3}$$

$$\dot{\psi} + \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b} + \frac{\dot{c}}{c}\right)\psi + iV'\gamma^0\psi + i\lambda\phi\gamma^0\psi = 0, \tag{4}$$

$$\dot{\overline{\psi}} + \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{b}}{b} + \frac{\dot{c}}{c}\right)\overline{\psi} - iV'\gamma^0\overline{\psi} - i\lambda\phi\gamma^0\overline{\psi} = 0, \tag{5}$$

где $(')$ – это производная от $\overline{\psi}\psi$, а $(\cdot)$ является производной от времени. Уравнение (3) является уравнением Клейн – Гордона, а уравнения (4)-(5) являются уравнениями Дирака.

Диагональные элементы уравнения Эйнштейна в Бьянки-I могут быть записаны как

$$\frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} + \frac{\dot{a}\dot{c}}{ac} + \frac{\dot{b}\dot{c}}{bc} = \rho, \tag{6}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\ddot{b}}{b} + \frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} = -p, \tag{7}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{c}}{c} + \frac{\dot{a}\dot{c}}{ac} = -p, \tag{8}$$

$$\frac{\ddot{b}}{b} + \frac{\dot{c}}{c} + \frac{\dot{b}\dot{c}}{bc} = -p. \tag{9}$$

Диагональные компоненты тензора энергии-импульса $T_1^1 = T_2^2 = T_3^3$, так что мы можем записать $T_\mu^\nu = (\rho, -p, -p, -p)$, где ρ и p – есть плотность энергии и давление гравитационного поля соответственно. Выражения для плотности энергии и давления выглядят как

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}m^2\phi^2 + V\left(\overline{\psi}\psi\right) + \lambda\overline{\psi}\phi\psi, \tag{10}$$

$$p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - \frac{1}{2}m^2\phi^2 + V'\left(\overline{\psi}\psi\right)\overline{\psi}\psi + V\left(\overline{\psi}\psi\right). \tag{11}$$

Система уравнений движения (4)-(9) имеет следующее решение.

Рассмотрим масштабные факторы a, b, c в виде экспоненциальных функций

$$a = e^{\alpha t}, b = e^{\beta t}, c = e^{\gamma t},$$

где α, β, γ - некоторые константы.

Тогда величины плотности энергии и давления принимают значения

$$\rho = \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma, \tag{12}$$

$$p = -\frac{1}{3}\left(2\alpha^2 + 2\beta^2 + 2\gamma^2 + \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma\right). \tag{13}$$

Из уравнения (3) найдем значение функции бозонного поля ϕ

$$\phi = C_1 e^{\frac{t}{2}\left(\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}-(\alpha+\beta+\gamma)\right)} + C_2 e^{-\frac{t}{2}\left(\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}+(\alpha+\beta+\gamma)\right)} - \frac{\lambda C_0}{m e^{(\alpha+\beta+\gamma)t}}, \tag{14}$$

где C_0, C_1, C_2 - постоянные интегрирования.

Из уравнений (10)-(11) найдем потенциал фермионного поля $V(\bar{\psi}\psi)$

$$\begin{aligned}
V = &-(\alpha+\beta+\gamma.)\left(\gamma(\alpha+\beta)-\alpha^2-\beta^2\right)t + \\
&+\frac{\alpha+\beta+\gamma}{4}\Big[C_1^2(\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}-(\alpha+\beta+\gamma))e^{t(\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}-(\alpha+\beta+\gamma))} - \\
&-C_2^2(\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}+(\alpha+\beta+\gamma))e^{t(\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}+(\alpha+\beta+\gamma))}\Big] - \\
&-\frac{\lambda^2 C_0^2((\alpha+\beta+\gamma)^2-m^2)}{2m^4 e^{2t(\alpha+\beta+\gamma)}} + \\
&+((\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}-(\alpha+\beta+\gamma))(\alpha+\beta+\gamma)+m^2)\times \\
&\times\frac{2\lambda C_0 C_1(\alpha+\beta+\gamma)e^{\frac{t}{2}(\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}-3(\alpha+\beta+\gamma))}}{m^2(\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}-3(\alpha+\beta+\gamma))} + \\
&+((\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}+(\alpha+\beta+\gamma))(\alpha+\beta+\gamma)+m^2)\times \\
&\times\frac{2\lambda C_0 C_2(\alpha+\beta+\gamma)e^{\frac{t}{2}(\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}+3(\alpha+\beta+\gamma))}}{m^2(\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}+3(\alpha+\beta+\gamma))} + \frac{2C_1C_2m^2}{e^{t(\alpha+\beta+\gamma)}}.
\end{aligned} \tag{15}$$

Функцию фермионного поля ψ будем искать в виде $\psi_k = A_k(t)e^{iD_k(t)}$, где A_k и D_k функции зависящие от времени *t*. Найдем значение A_k и D_k из (4) и (5)

$$A_k = A_{k0}e^{-\frac{t}{2}(\alpha+\beta+\gamma)}, k=0,1,2,3,$$

$$D_{0,1}=\frac{C_1^2(\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}-(\alpha+\beta+\gamma))^2e^{t(\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}-(\alpha+\beta+\gamma))}}{4C_0\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}}-$$
$$-\frac{C_2^2(\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}+(\alpha+\beta+\gamma))^2e^{t(\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}+(\alpha+\beta+\gamma))}}{4C_0\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}}-$$
$$-\frac{\lambda^2C_0}{m^4e^{t(\alpha+\beta+\gamma)}}-\frac{C_1C_2}{C_0e^{t(\alpha+\beta+\gamma)}(\alpha+\beta+\gamma)}-\frac{\left(\gamma(\alpha+\beta)-\alpha^2-\beta^2\right)e^{t(\alpha+\beta+\gamma)}}{C_0(\alpha+\beta+\gamma)}+\tag{16}$$
$$+\frac{\lambda C_1(\alpha+\beta+\gamma)e^{\frac{t}{2}(\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}-(\alpha+\beta+\gamma))}}{m^2}-\frac{\lambda C_2(\alpha+\beta+\gamma)e^{\frac{t}{2}(\sqrt{(\alpha+\beta+\gamma)^2-4m^2}+(\alpha+\beta+\gamma))}}{m^2},$$
$$D_{0,1}=-D_{2,3}.$$

Используя уравнение состояния $p=\omega\rho$, найдем параметр уравнения состояния ω.

$$\omega=\frac{p}{\rho}=-\frac{2\alpha^2+2\beta^2+2\gamma^2+\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma}{3(\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma)}=-\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\frac{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2}{(\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma)}.\tag{17}$$

Согласно последним наблюдательным данным параметр уравнения состояния ω близок к -1. В нашей модели при α,β,γ больше 1, параметр ω стремиться к -1. Мы рассмотрели космологическую модель с бозонным полем и фермионным полем взаимодействующими через потенциал типа Юкавы. Нашли решение рассматриваемой модели, которое удовлетворяет последним наблюдательным данным.

Список использованных источников

1. Ribas M. O., Samojeden L.L., Devecchi F.P., Kremer G.M. Isotropization in Bianchi type-I cosmological model with fermions and bosons interacting via Yukawa potential // Physica Scripta. 2015 №10. P. 90.
2. Ribas M. O., Zambianchi jr. P., Devecchi F. P. and Kremer G. M. Fermions in a Walecka-type cosmology // Europhysics Letters, T. 97, №4, 2012. P. 4900.
3. Saha B., Boyadjiev T., Bianchi type-I cosmology with scalar and spinor fields // Physical Rewiew D, T. 69. №12, 2004. P. 1240.